Due moduli 2/3/09

I → prof. Giovanna Sozzi } ricevimento su appuntamento 0521 - 906044

II → prof. Ilaria De Munari } 0521 - 905834

Esame: prova scritta con due esercizi, uno per modulo; poi orale obbligatorio.
due ore

Allo scritto si possono tenere appunti, testi...

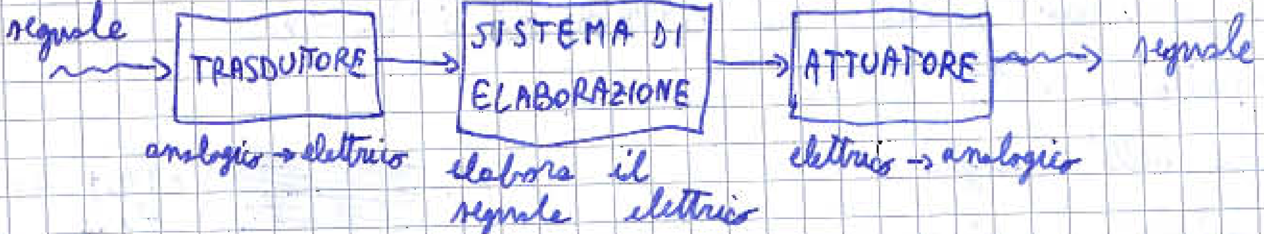
Preparare scritto e orale insieme.

Le dimostrazioni sono esercizi, possono essere richieste!!

Mercoledì: 10.30 - 12.30 più un'ora eventualmente per recuperi

SEGNALE → grandezza fisica variabile nel tempo e per questo contenente informazione.

TRASDUTTORE → trasforma il segnale analogico in ingresso in un segnale elettrico



SEGNALE ANALOGICO → può assumere qualunque valore

SEGNALE DIGITALE → può assumere un certo numero discreto di valori.

Nei semiconduttori valgono le leggi generali: $C = f(V) = \frac{dQ}{dV}$

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

MODELLO A BANDE D'ENERGIA DEI SOLIDI

Ogni atomo isolato ha solo alcuni livelli (valori) di energ
permessi.

$$E_n = -\frac{Z^2 \cdot m_0 \cdot q^4}{8 \varepsilon_0^2 h^2 n^2}$$

↑

energia necessaria per strappare l'elettrone dal nucleo.

Z → numero atomico

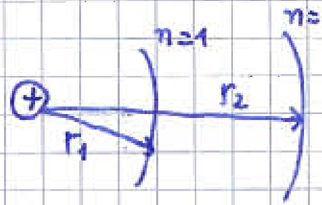
m_0 → massa dell'atomo

q → carica

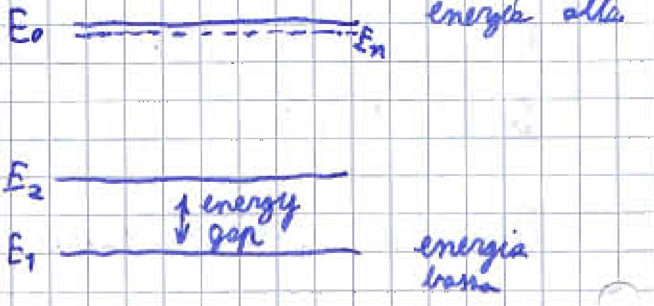
ε_0 → costante dielettrica del vuoto

h → costante di Planck

n → 0,1,2,3...



$r \propto n^2$



E_0 → energia dell'elettrone libero

Ogni livello energetico può avere al massimo due elettroni a spin antiparallelo.

Se avvicino due atomi uguali, ogni livello si sdoppia in uno di energia appena più bassa e una appena più alta.

Nel silicio (Si), ogni livello si divide in $n = 5 \cdot 10^{22} \frac{atomi}{cm^3}$ livelli, creando quindi una BANDA DI ENERGIA.

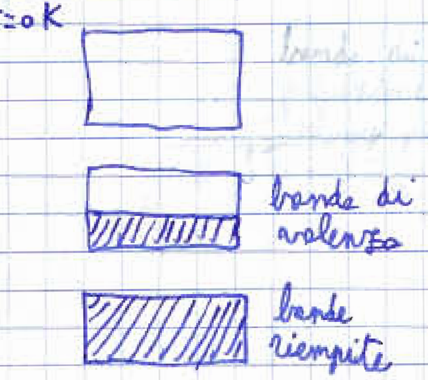
L'ampiezza della banda cresce al crescere dell'energia.

Un elettrone può passare da un livello a energia più bassa a uno di energia più alta deve acquisire energia.

In ogni banda ci stanno al massimo 2 · N elettroni. Essend i livelli della banda molto vicini, gli elettroni possono facilmente acquisire energia per passare da un livello a un altro.

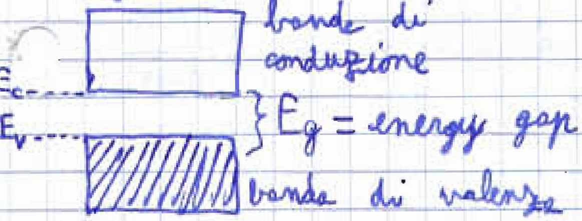
METALLI

L'ultima banda in cui sono presenti elettroni è solo parzialme te riempita ed è chiamata BANDA DI VALENZA.



Applicando un campo elettrico, gli elettroni della banda di valenza si possono muovere ⇒ conduttore

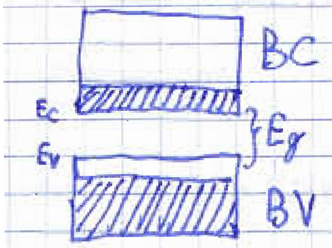
Negli isolanti e nei semiconduttori, invece, sono nella situazione



Anche applicando un campo elettrico, gli elettroni non saprebbero dove muoversi, a meno di non fornire un'energia E_g agli elettron per farli passare da E_v a E_c.

Nel caso di isolante, l'energy gap è molto elevato (ad es. $E_g > 5$ eV mentre per i semiconduttori è più basso (ad es. Si : $E_g = 1{,}12$ eV).

Se guardo il semiconduttore a T=300 K, avrei una situazione diversa, dato che gli elettroni hanno energia $\frac{3}{2}$ K·T.



Applicando un campo elettrico, avrei un movimento di elettroni in entrambe le bande e un moviment di lacune (assenza di elettroni), che hanno carica positiva.

La concentrazione di elettroni in banda di conduzione dipende dalla temperatura:

$$\underset{\text{CONCENTRAZIONE INTRINSECA}}{n_i^2} = \underset{\text{costante}}{B}T^3 e^{-\frac{E_g}{KT}} \quad [cm^{-6}]$$

n = concentrazione di elettroni e^-

p = concentrazione di lacune h^+

$$n = p = n_i$$

$$\boxed{n \cdot p = n_i^2}$$

ESEMPIO

$T = 300\ K$

$B = 1{,}08 \cdot 10^{31}\ K^{-3}\ cm^{-6}$ } per silicio

$E_g = 1{,}12\ eV$

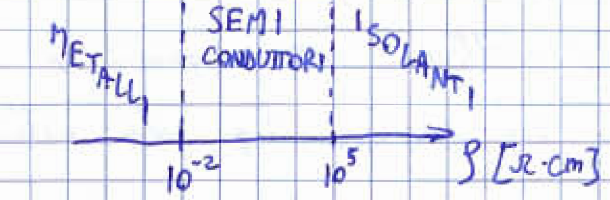
$$n_i^2 = 1{,}08 \cdot 10^{31} \cdot (300)^3 \cdot e^{-\frac{1{,}12}{8{,}62 \cdot 10^{-5} \cdot 300}} =$$

$$= 4{,}52 \cdot 10^{19}\ cm^{-6}$$

$$n_i = \sqrt{n_i^2} = 6{,}73 \cdot 10^{9}\ cm^{-3} \simeq 10^{10}\ cm^{-3}$$

$$\bar{J} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{conducibilità} \\ \text{elettrica}}}{\sigma} \bar{\mathcal{E}} = \frac{1}{\underset{\substack{\uparrow \\ \text{resistività elettrica } [\Omega \cdot cm]}}{\rho}} \bar{\mathcal{E}}_{\leftarrow \text{campo elettrico } \left[\frac{V}{cm}\right]}$$

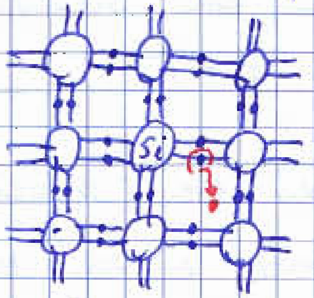
$\bar{J}$ = densità di corrente $\left[\frac{A}{cm^2}\right]$



σ può variare cambiando le caratteristiche del materiale (DROGAGGIO)

MODELLO DEI SOLIDI A LEGAME COVALENTE

Il silicio può formare 4 legami per completare l'ottetto.



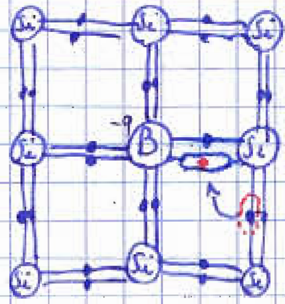
Aumentando la temperatura, alcuni elettroni potrebbero staccarsi dal legame perché hanno energia sufficiente, creando quindi una lacuna.

Applicando un campo elettrico, gli elettroni vicini potrebbero avere energia sufficiente per occupare la lacuna, creando una nuova lacun
È come se la lacuna si fosse spostata.

DROGAGGIO → introduco nel semiconduttore quantità controllate di impurezze (di solito del 3° e 5° gruppo).

IMPUREZZE
- 1) atomi del III gruppo es. Boro (B)
- 2) atomi del V gruppo es. Fosforo (P), Arsenico (As), Antimonio (Sb)

I) Sostituisco quindi degli atomi di silicio con atomi di Boro.

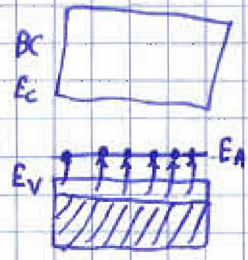


Il Boro diventa quindi uno ione negativo perchè ha un elettrone in più.
Se metto N atomi di Boro avrò N lacune.
DROGAGGIO ACCETTORE (N_A) perchè accetta un elettrone

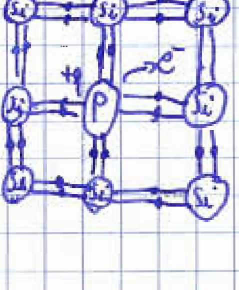
Ho una lacuna in più degli elettroni: DROGAGGIO DI TIPO P perchè aggiungo una lacuna.

3/3/09

Aggiungendo lacune equivale ad aggiungere un livello di energia appena sopra alla banda di valenza, di modo che tutti gli elettroni sono passati a questo nuovo livello, svuotando un po' la banda di valenza.



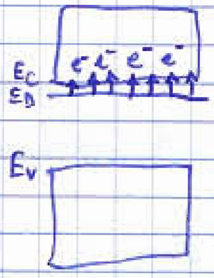
II) Sostituisco ora agli atomi di silicio gli atomi di fosforo.



Un elettrone si stacca dal fosforo perchè non gli serve per completare l'ottetto e il fosforo diven uno ione positivo.

DROGAGGIO DONORE (N_D) perchè dono elettroni che non viene coinvolto nei legami. Nel diagramma a bande questi elettroni passano in banda di conduzione.

DROGAGGIO DI TIPO N (negativo) perchè ho un elettrone in più. Introduco quindi un livello energetico vicino alla banda di conduzione che quindi donerà elettroni.



Di solito, $10^{14} - 10^{20}$ portatori introdotti; maggiore di n_i.

$n > p$

LIVELLO DI FERMI → livello che sta al centro tra E_C e E_V in condizioni intrinseche

N_A = concentrazione atomi accettori

N_D = concentrazione atomi donori

$$\underset{\substack{\text{DENSITÀ}\\ \text{DI CARICA}\\ \left[\frac{C}{cm^3}\right]}}{\rho} = q\cdot\left[\underset{\substack{\uparrow\\ \text{drogaggio}\\ \text{donore}\\ +}}{N_D} + \underset{\substack{\uparrow\\ \text{lacune}\\ +}}{p} - \underset{\substack{\uparrow\\ \text{elettroni}\\ -}}{n} - \underset{\substack{\uparrow\\ \text{drogaggio}\\ \text{accettore}\\ -}}{N_A}\right] \leftarrow \text{IMPORTANTE}$$

LEGGE DI AZIONE DI MASSA

$$\boxed{n\cdot p = n_i^2}$$ vale sia per semiconduttori intrinseci sia per semiconduttori estrinseci !!!

$$n_i^2 = BT^3 e^{-\frac{E_g}{KT}}$$

Mentre non è più vero che $n = p = n_i$.

Vale sempre la NEUTRALITÀ DI CARICA $\rho = 0$

$$\rho = 0 = q\left[N_D + p - N_A - n\right] \Rightarrow \begin{cases} N_D + p = N_A + n \\ n\cdot p = n_i^2 \end{cases}$$ ma per la legge di azione di massa

$$\begin{cases} p = N_A - N_D + n \\ n(N_A - N_D + n) = n_i^2 \end{cases} \qquad n^2 - n(N_D - N_A) - n_i^2 = 0$$

$$n = \frac{N_D - N_A \pm \sqrt{(N_D - N_A)^2 + 4n_i^2}}{2}$$ ma il − lo scarto perché darebbe una concentrazione negativa

$n = \frac{N_D - N_A}{2} + \sqrt{\frac{(N_D - N_A)^2}{4} + n_i^2}$ mentre per p basta scambiare N_A e N_D

$$\boxed{\begin{aligned} n &= \frac{N_D - N_A}{2} + \sqrt{\frac{(N_D - N_A)^2}{4} + n_i^2} \\ p &= \frac{N_A - N_D}{2} + \sqrt{\frac{(N_A - N_D)^2}{4} + n_i^2} \end{aligned}}$$

È quindi importante la differenza tra N_A e N_D per sapere se prevale il drogaggio n o quello p.

Se ho un S.C. drogato $n \Rightarrow N_D > N_A$

$$\begin{cases} n = \frac{N_D - N_A}{2} + \sqrt{\frac{(N_D - N_A)^2}{4} + n_i^2} \\ p = \frac{n_i^2}{n} \end{cases} \qquad n > p \Rightarrow \begin{cases} e^- = \text{portatori MAGGIORITARI} \\ h^+ = \text{portatori MINORITARI} \end{cases}$$

Se ho un S.C. drogato $p \Rightarrow N_A > N_D$

$$\begin{cases} p = \frac{N_A - N_D}{2} + \sqrt{\frac{(N_A - N_D)^2}{4} + n_i^2} \\ n = \frac{n_i^2}{p} \end{cases} \qquad \begin{aligned} & p > n_i \\ & \Downarrow \\ \Rightarrow\ & n < p \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} e^- = \text{portatori MINORITARI} \\ h^+ = \text{portatori MAGGIORITARI} \end{cases}$$

Di solito $(N_D - N_A) \gg n_i \Rightarrow \frac{(N_D - N_A)^2}{4} \gg n_i^2 \Rightarrow n_i^2$ si trascura

$$\Rightarrow \begin{cases} n = N_D - N_A \\ p = \frac{n_i^2}{N_D - N_A} \end{cases} \quad \text{se poi } N_D \gg N_A \Rightarrow \begin{aligned} n &\simeq N_D \\ p &\simeq \frac{n_i^2}{N_D} \end{aligned}$$

Se $(N_A - N_D) \gg n_i \Rightarrow n_i^2$ si trascura

$$\begin{cases} p = N_A - N_D \\ n = \frac{n_i^2}{N_A - N_D} \end{cases} \quad \text{se poi } N_A \gg N_D \Rightarrow \begin{aligned} p &\simeq N_A \\ n &\simeq \frac{n_i^2}{N_A} \end{aligned}$$

Determinare la polarità di un semiconduttore drogato con Boro $[10^{16}\,cm^{-3}]$ e fosforo $[2\cdot10^{15}\,cm^{-3}]$ e il valore di p e n per $T=300\,K$.

$N_A = 10^{16}\,cm^{-3}$ $\quad N_A > N_D$, quindi il S.C. è drogato p.

$N_D = 2\cdot10^{15}\,cm^{-3}$

$n_i = 10^{10}\,cm^{-3}$

$$p = \frac{(N_A - N_D)}{2} + \sqrt{\frac{(N_A-N_D)^2}{4} + n_i^2}$$ ma

$$N_A - N_D = 8\cdot10^{15} \gg n_i \Rightarrow p \simeq N_A - N_D = 8\cdot10^{15}\,cm^{-3}$$

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{10^{20}}{8\cdot10^{15}} = 1,25\cdot10^{4}\,cm^{-3}$$

Supponiamo di avere un S.C. UNIFORMEMENTE DROGATO n (N_D) e di applicare un campo elettrico $\mathcal{E}$.

v_d ↑ VELOCITÀ DI TRASCINAMENTO (DRIFT)

τ_{cn} ↑ TEMPO MEDIO DI DISPERSIONE TRA DUE URTI SUCCESSIVI

Dopo gli urti $F\cdot\tau_{cn} = m_n^*\cdot v_d$

F ↑ IMPULSO

m_n^* ↑ MASSA EFFICACE DELL'ELETTRONE

$$\bar{F} = -q\cdot\bar{\mathcal{E}}$$

$$-q\,\mathcal{E}\,\tau_{cn} = m^*\cdot v_d \qquad \bar{v}_d = -q\cdot\frac{\tau_{cn}}{m_n^*}\,\bar{\mathcal{E}}$$

La velocità è proporzionale al campo elettrico

COSTANTE ↓ MOBILITÀ ELETTRONICA $\mu_n \left[\frac{cm^2}{V\cdot s}\right]$

$$\mu_n \triangleq q\cdot\frac{\tau_{cn}}{m_n^*}$$ dipende dalle caratteristiche del materiale vettore

Per le lacune $\bar{v}_d = \mu_p\cdot\bar{\mathcal{E}}$ dove $\mu_p \triangleq q\cdot\frac{\tau_{cn}}{m_h^*}$ ← massa efficace lacune

MOBILITÀ DELLE LACUNE

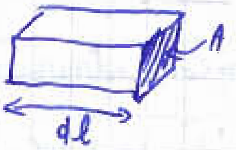
LUNEDÍ : AULA F

MARTEDÍ : AULA G

4/3/09

Il drogaggio peggiora la mobilità dei portatori.

$I = \frac{dq}{dt}$ Considero un volumetto del semiconduttore



$dV = A \cdot dl$

$dl = v_d \cdot dt$ $\quad n =$ concentrazione di e^- $[cm^{-3}]$

$$dq = -q \cdot n \cdot dV \quad \Rightarrow \quad I = \frac{-q \cdot n \cdot dV}{dl/v_d} = \frac{-q \cdot n \cdot \cancel{dV} \cdot v_d}{\cancel{dl}_{A}} = -q \cdot n \cdot v_d \cdot A$$

$$\bar{J}_n = \frac{I}{A} = -q \cdot n \cdot \underbrace{v_d}_{= -\mu_n \cdot \mathcal{E}} = q \cdot n \cdot \mu_N \cdot \bar{\mathcal{E}} \qquad \bar{J}_p = q \cdot p \cdot \mu_p \cdot \bar{\mathcal{E}}$$

$$\bar{J} = \sigma \cdot \bar{\mathcal{E}} \qquad \bar{J} = \bar{J}_n + \bar{J}_p = (q n \mu_N + q p \mu_p) \cdot \bar{\mathcal{E}} \Rightarrow \boxed{\sigma = q n \mu_N + q p \mu_p}$$

Trovare la resistività del silicio intrinseco a $T = 300\,K$.

$$\sigma = q n \mu_N + q p \mu_p = \frac{1}{\rho} \left[\frac{1}{\Omega \cdot cm}\right]$$

$\mu_N = 1350 \frac{cm^2}{V \cdot s}$ $\quad \mu_p = 500 \frac{cm^2}{V \cdot s}$

$n_i = 10^{10}\,cm^{-3}$ $\quad q = 1,6 \cdot 10^{-19}\,C$

Essendo il s.c. intrinseco $n = p = n_i = 10^{10}\,cm^{-3}$

$$\sigma = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{10} [1350 + 500] = 2,96 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1}{\Omega \cdot cm} \Rightarrow \rho = \frac{1}{\sigma} = 3,38 \cdot 10^{5}\,\Omega \cdot cm$$

Trovare la resistività del silicio drogato con atomi donori

$N_D = 2 \cdot 10^{15}\,cm^{-3}$

$\mu_N = 1260 \frac{cm^2}{V \cdot s}$

$\mu_p = 460 \frac{cm^2}{V \cdot s}$

$T = 300\,K$

$n_i = 10^{10}\,cm^{-3}$

$$n = \frac{N_D - N_A}{2} + \sqrt{\frac{(N_D - N_A)^2}{4} + n_i^2}$$, ma $N_A = 0$ e $N_D \gg n_i$

$$\Rightarrow n = N_D \qquad p = \frac{n_i^2}{N_D}$$

$$\sigma = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \left(2 \cdot 10^{15} \cdot 1260 + \frac{10^{20}}{2 \cdot 10^{15}} \cdot 460\right) = 0,403 \frac{1}{\Omega \cdot cm}$$

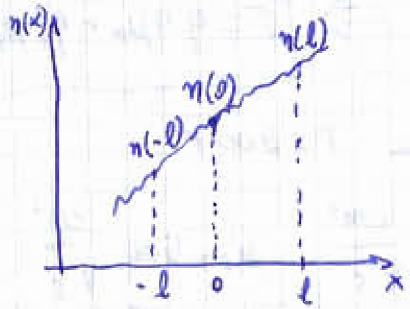
$\rho = \frac{1}{\sigma} = 2,48\,\Omega \cdot cm$ abbiamo ridotto di 10^5 la resistività, cioè corrente più alta.

S.C. NON UNIFORMEMENTE DROGATO

$n(x)$ = concentrazione direzionale di elettroni

Non c'è campo elettrico esterno applicato

Gli elettroni tendono per diffusione a uniformarsi per avere concentrazione costante, lasciando dietro di loro delle cariche positive fisse. Ma in questo modo si crea un dipolo, quindi  un potenziale → e quindi un campo elettrico ← che riporta gli elettroni indietro, opponendosi al moto diffusivo (trascinamento).



l = libero cammino medio

$$F_{s\to d} = \frac{1}{2}\, n(-l)\, v_{th}$$ ← velocità termica

↑ moto casuale, metà vanno a dx.

$$F_{d\to s} = \frac{1}{2}\, n(l)\, v_{th}$$

↑ flusso da dx a sx

$$F_{\substack{netto\\ s\to d}} = F_{s\to d} - F_{d\to s} = \frac{1}{2} v_{th}\left[n(-l) - n(l)\right]$$

$$n(x) = n(0) + \left.\frac{dn}{dx}\right|_{x=0} \cdot (x-0) \qquad n(-l) = n(0) + \frac{dn}{dx}\cdot(-l)$$

$$n(l) = n(0) + \frac{dn}{dx}(l)$$

$$F_{\substack{netto\\ s\to d}} = \frac{1}{2} v_{th}\left[\cancel{n(0)} - l\frac{dn}{dx} - \cancel{n(0)} - l\frac{dn}{dx}\right] = \frac{1}{2} v_{th}\cdot\left[-2l\frac{dn}{dx}\right] = -l\, v_{th}\cdot\frac{dn}{dx}$$

↑ numero di elettroni che attraversano la superficie nell'unità di tempo.

$$J_n = -q\cdot F_{\substack{netto\\ s\to d}} = q\, l\, v_{th}\frac{dn}{dx}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m_n^* v_{th}^2 = \frac{3}{2} KT$$

↑ energia cinetica

↑ $\frac{1}{2}KT$ ∀ grado libertà

CASO UNIDIMENSIONALE

$$\frac{1}{2} m_n^* v_{th}^2 = \frac{1}{2} KT \qquad J_{xn} = q\, l\, v_{th} \frac{dn}{dx} \qquad v_{th} = \frac{l}{\tau_{cn}} \Rightarrow l = \tau_{cn} \cdot v_{th}$$

$$\Rightarrow J_{xn} = q\, \tau_{cn}\, v_{th}^2 \frac{dn}{dx}, \quad \text{ma} \quad v_{th}^2 = \frac{KT}{m_n^*}$$

$$\Rightarrow J_{xn} = \underbrace{\frac{q\, \tau_{cn}}{m_n^*}}_{\mu_n} KT \cdot \frac{dn}{dx} = \mu_n \cdot KT \frac{dn}{dx}$$

COSTANTE DI BOLTZMANN →

$$D_n \overset{\Delta}{=} \frac{KT}{q} \mu_n \qquad \left.\begin{aligned} J_{xn} &= q D_n \frac{dn}{dx} \\ J_{xp} &= -q D_p \frac{dp}{dx} \end{aligned}\right] \text{CORRENTE DIFFUSIVA}$$

↑ COEFFICIENTE DI DIFFUSIONE

$$\left.\begin{aligned} J_{xn} &= q\, n\, \mu_n\, \mathcal{E}_x \\ J_{xp} &= q\, p\, \mu_p \cdot \mathcal{E}_x \end{aligned}\right] \text{CORRENTE DI TRASCINAMENTO}$$

IN GENERALE

$$J_n(x) = q\, n\, \mu_n\, \mathcal{E}(x) + q D_n \frac{dn}{dx}$$

$$J_p(x) = q\, p\, \mu_p\, \mathcal{E}(x) - q D_p \frac{dp}{dx}$$

S.C. NON UNIF. DROGATO $n(x)$ − ASSENZA DI CAMPO ELETTRICO ESTERNO

Suppongo di essere in equilibrio termico ($J_n(x) = 0$) ma

$$J_n(x) = q\, n\, \mu_n\, \mathcal{E}(x) + q D_n \frac{dn}{dx} = 0. \qquad \mathcal{E}(x) = \frac{-\cancel{q} D_n \frac{dn}{dx}}{\cancel{q}\, n\, \mu_n} = \frac{-KT}{nq} \frac{\cancel{\mu_n}}{\cancel{\mu_n}} \frac{dn}{dx} =$$

$$= -\frac{KT}{q} \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{dn}{dx}$$

CAMPO ELETTRICO CHE SI ORIGINA DALLO SPOSTAMENTO DEGLI ELETTRONI CHE SI OPPONE AL MOTO DIFFUSIVO − BUILT-IN

Dall'esterno posso poi applicare un campo elettrico dello stesso verso per aiutare il campo a fare il suo lavoro, oppure applicarne uno opposto per contrastare questo campo.

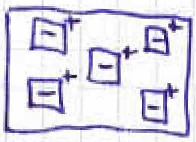
9/3/09

Suppongo di prendere un s.c. e drogarlo per metà n e per metà p, con un brusco passaggio da p a n.

GIUNZIONE p-n ALL'EQUILIBRIO

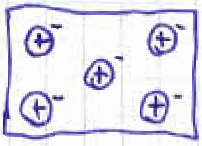
nessun campo elettrico esterno

s.c. p $[N_A]$

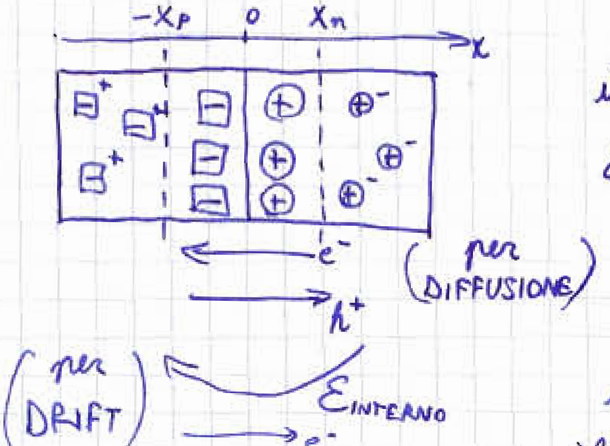


$\boxminus^+$ ione boro associato alla sua lacuna, complessivamente neutro

s.c. n $[N_D]$

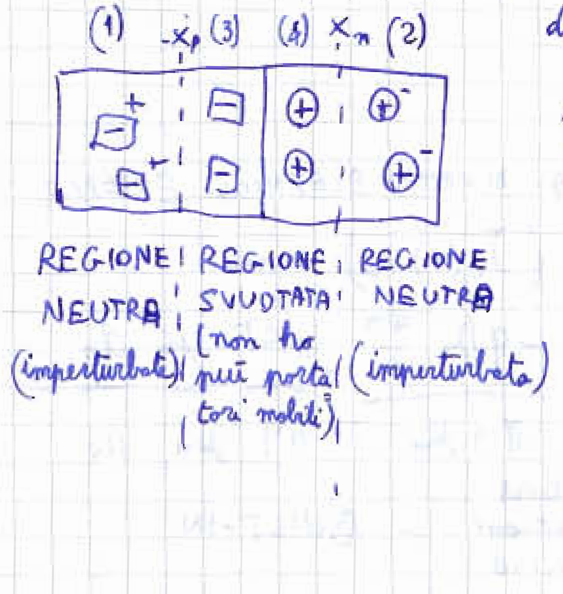


$\oplus^-$ ione fosforo associato all'elettrone, complessivamente neutro

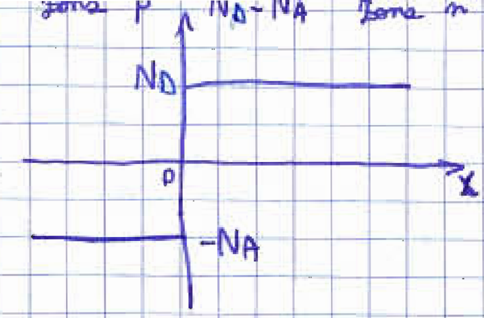


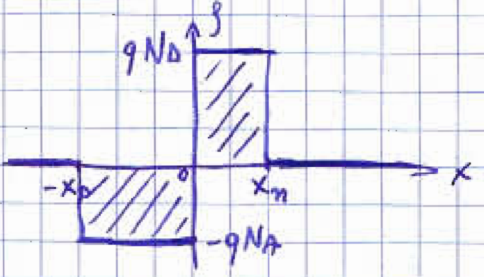
Il posto delle cariche mobili lascia delle cariche fisse che generano un dipolo, quindi un campo elettrico, che si oppone allo spostamento, riportando indietro elettroni e lacune.

All'equilibrio, moto di diffusione e moto di drift si eguagliano.



Nelle regioni neutre, la carica è nulla.





$\rho \to$ densità di carica $[C/cm^3]$

$\boxed{x_p \neq x_n}$

$\rho = q[N_D + p - n - N_A]$

1) REGIONE NEUTRA $x < -x_p$: $\rho = q[\overset{N_D}{0} + p - n - N_A] = 0.$

Se drogo con $N_A \gg n_i$, posso dire che $p \doteq N_A$, $n = n_i^2/N_A \simeq 0$

2) REGIONE NEUTRA $x > x_n$: $\rho = q[N_D + p - n - \overset{N_A}{0}] = 0$

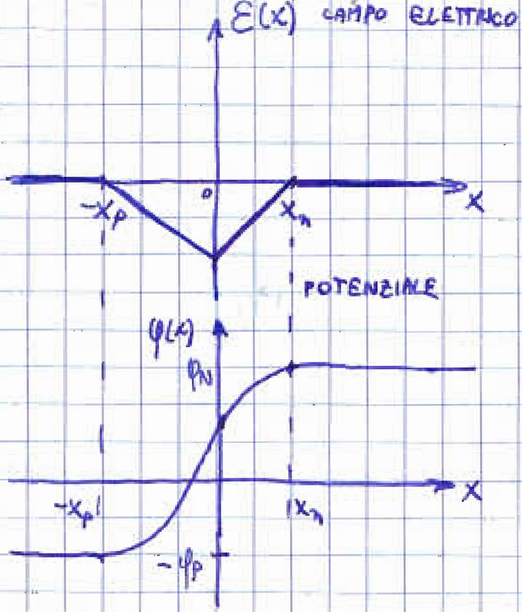
Se drogo con $N_D \gg n_i$, posso dire che $n \simeq N_D$, $p \simeq 0$ trascurabile

3) REGIONE SVUOTATA $-x_p < x < 0$: era una regione drogata N_A

$$\rho = q[\underset{0}{N_D} + \underbrace{\underset{0}{p} - \underset{0}{n}}_{\text{non ho più portatori} \Leftarrow \text{regione svuotata}} - N_A] = -N_A \cdot q$$

4) REGIONE SVUOTATA $0 < x < x_n$: era drogata N_D

$$\rho = q[N_D + \underbrace{p - n}_{0 \Leftarrow \text{regione svuotata}} - \underset{0}{N_A}] = N_D \cdot q$$



i) $\dfrac{d\mathcal{E}}{dx} = \dfrac{\rho}{\epsilon_{si}}$, $\epsilon_{si} = \epsilon_0 \cdot \underset{11,7}{\epsilon_{r_{si}}}$ GAUSS

IMPORTANTI!

ii) $\mathcal{E}(x) = -\dfrac{d\varphi}{dx}$

$$\Downarrow$$

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_{si}}$$ EQUAZIONE DI POISSON

CALCOLO DEL CAMPO ELETTRICO $\mathcal{E}(x)$

(1), (2) : REGIONI NEUTRE. Nella (2) $J_n = qn\mu_n \mathcal{E}(x) - qD_n \underset{=0}{\dfrac{dn}{dx}} = 0$ ← equilibrio

$\overbrace{qn\mu_n}^{cost} \mathcal{E}(x) = 0 \Rightarrow \mathcal{E}(x) = 0$ per $x > x_n$

(4) $0 \leq X < x_n$ REGIONE SVUOTATA

$$\frac{d\mathcal{E}(x)}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_{si}} \rightarrow = \frac{q \cdot N_D}{\epsilon_{si}} \rightarrow d\mathcal{E}(x) = \frac{q N_D}{\epsilon_{si}} dx \rightarrow \int_{\mathcal{E}(x)}^{\mathcal{E}(x_n)} d\mathcal{E} = \int_{x}^{x_n} \frac{q N_D}{\epsilon_{si}} dx$$

$$\mathcal{E}(x_n) - \mathcal{E}(x) = \frac{q N_D}{\epsilon_{si}} (x_n - x) \Rightarrow \mathcal{E}(x) = -\frac{q N_D}{\epsilon_{si}} \underset{\underset{\text{perché } 0<x<x_n}{>0}}{\underset{\uparrow}{(x_n - x)}} + \underset{\underset{0 \text{ da } (1),(2)}{}}{\underset{\uparrow}{\mathcal{E}(x_n)}}$$

$$\mathcal{E}(0) = -q \frac{N_D}{\epsilon_{si}} x_n$$

(3) $-x_p < x < 0$ REGIONE SVUOTATA

$$\frac{d\mathcal{E}(x)}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_{si}} = \frac{-q N_A}{\epsilon_{si}} \qquad d\mathcal{E}(x) = \frac{-q N_A}{\epsilon_{si}} dx \rightarrow \int_{\mathcal{E}(-x_p)}^{\mathcal{E}(x)} d\mathcal{E}(x) = \int_{-x_p}^{x} \frac{-q N_A}{\epsilon_{si}} dx$$

$$\mathcal{E}(x) - \underset{\underset{0 \text{ da } (1),(2)}{\uparrow}}{\mathcal{E}(-x_p)} = -q \frac{N_A}{\epsilon_{si}} (x + x_p) \qquad \mathcal{E}(x) = -\frac{q N_A}{\epsilon_{si}} (x + x_p) \quad \text{per } -x_p < x < 0$$

$$\mathcal{E}(0) = -q \frac{N_A}{\epsilon_{si}} x_p \qquad \mathcal{E}(-x_p) = 0.$$

Ma dato che $\mathcal{E}(X)$ è continuo, $-\cancel{q} \frac{N_A}{\cancel{\epsilon_{si}}} x_p = \cancel{-q} \frac{N_D}{\cancel{\epsilon_{si}}} x_n$ quindi:

$$\boxed{N_A \cdot x_p = N_D \cdot x_n}$$ ⟸ IMPORTANTE

$N_D > N_A \quad x_n = \frac{N_A}{N_D} \cdot x_p \Rightarrow x_n < x_p$

$x_p, x_n \Rightarrow$ estensione drogaggio

$N_A, N_D \Rightarrow$ drogaggi

La carica in regione n è uguale a quella in regione p.
Il campo elettrico è negativo nella regione svuotata perché si oppone al moto diffusivo.

CALCOLO DEL POTENZIALE

$\mathcal{E}(x) = -\frac{d\varphi}{dx}$ nelle regioni neutre, il potenziale sarà costante (derivata nulla)

(4) per $0 < x < x_n$

$$\mathcal{E}(x) = \frac{+q N_D}{\epsilon_{si}}(x_n - x) = + \frac{d\varphi}{dx} \qquad d\varphi = \frac{q N_D}{\epsilon_{si}}(x_n - x)\cdot dx$$

$$\int_{\varphi(x)}^{\varphi(x_n)} d\varphi = \int_{x}^{x_n} \frac{q \cdot N_D}{\epsilon_{si}}(x_n - x)\,dx \qquad \varphi(x_n) - \varphi(x) = \frac{q N_D}{\epsilon_{si}}\left[x_n x - \frac{x^2}{2}\right]_x^{x_n} =$$

$$= \frac{q N_D}{\epsilon_{si}}\left[x_n^2 - \frac{x_n^2}{2} - x_n x + \frac{x^2}{2}\right] =$$

$$= \frac{q N_D}{2\epsilon_{si}}\left[x_n^2 - 2x_n x + x^2\right] = \frac{q N_D}{2\epsilon_{si}}(x_n - x)^2 \qquad \varphi(x_n) \triangleq \varphi_n$$

$$\varphi(x) = \varphi_n - \frac{q N_D}{2\epsilon_{si}}(x_n - x)^2$$

(3) per $-x_p < x < 0$

$$\mathcal{E}(x) = \frac{+q N_A}{\epsilon_{si}}(x_p + x) = + \frac{d\varphi}{dx} \qquad d\varphi = \frac{q N_A}{\epsilon_{si}}(x_p + x)\,dx$$

$$\int_{\varphi(-x_p)}^{\varphi(x)} d\varphi = \int_{-x_p}^{x} \frac{q N_A}{\epsilon_{si}}(x_p + x)\,dx \qquad \varphi(x) - \varphi(-x_p) = \frac{q N_A}{\epsilon_{si}}\left[x_p x + x^2/2\right]_{-x_p}^{x} =$$

scelto perchè in $-x_p$ il potenziale è costante

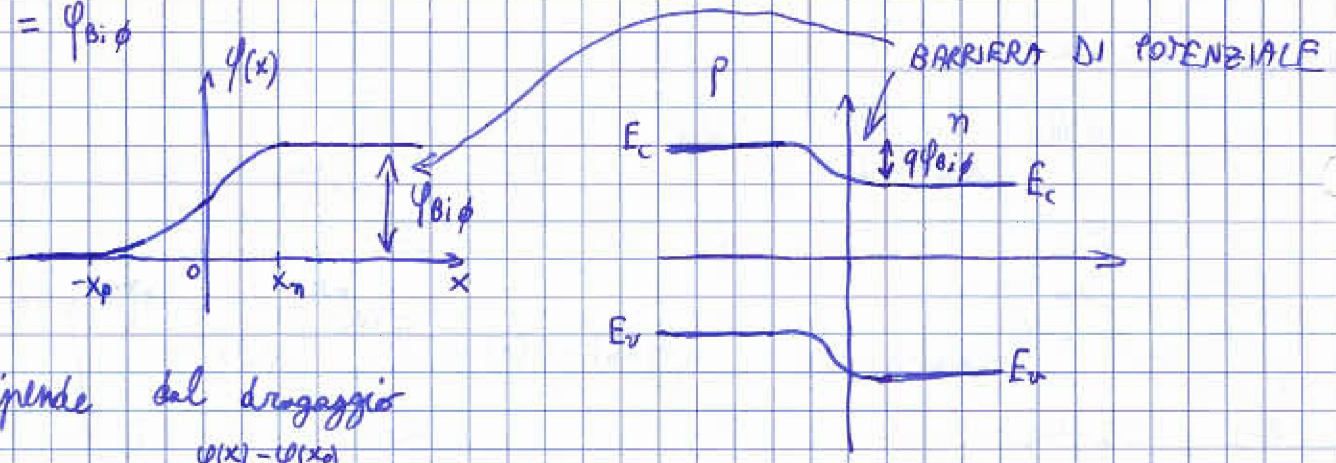
$$\varphi(-x_p) = \varphi_p$$

$$\varphi(x) = \varphi_p + \frac{q N_A}{\epsilon_{si}}\left[x_p x + \frac{x^2}{2} + \underbrace{x_p^2 - \frac{x_p^2}{2}}_{\frac{x_p^2}{2}}\right] = \varphi_p + \frac{q N_A}{2\epsilon_{si}}\left[x^2 + 2x_p x + x_p^2\right] =$$

$$= \varphi_p + \frac{q N_A}{2\epsilon_{si}}(x + x_p)^2$$

Considero φ_p come 0 e il grafico diventa:

$\varphi_n - \varphi_p = \varphi_{Bi\phi}$



φ_{Bi_ϕ} dipende dal drogaggio

$$n(x) = n(x_0)\cdot e^{q\frac{\varphi(x)-\varphi(x_0)}{KT}}$$

DIM.

$$J_n = qn\mu_n\mathcal{E}(x) + qD_n\frac{dn}{dx} \overset{\text{equilibrio termodinamico}}{\overset{\downarrow}{=}} 0 \qquad qn\mu_n\mathcal{E}(x) = -qD_n\frac{dn}{dx}$$

$$\mathcal{E}(x) = -\frac{d\varphi}{dx} \qquad = qn\mu_n\frac{d\varphi}{\cancel{dx}} = -\cancel{q}D_n\frac{dn}{\cancel{dx}}$$

$$n\mu_n\, d\varphi = D_n\, dn = \frac{KT}{q}\mu_n\, dn \qquad \int_{\varphi(x_0)}^{\varphi(x)}\frac{q}{KT}\,d\varphi = \int_{n(x_0)}^{n(x)}\frac{dn}{n}$$

$$\frac{q}{KT}\left(\varphi(x)-\varphi(x_0)\right) = \ln\frac{n(x)}{n(x_0)} \qquad \underset{\substack{\uparrow\\ \text{CONCENTRAZIONE}\\ \text{DI PORTATORI}}}{n(x)} = n(x_0)\cdot e^{\frac{q}{KT}\cdot(\varphi(x)-\varphi(x_0))}$$

PUNTI QUALSIASI ▨

Analogamente $p(x) = p(x_0)\cdot e^{-\frac{q}{KT}(\varphi(x)-\varphi(x_0))}$

$$\frac{KT}{q} = V_T\ [V]$$

TENSIONE TERMICA

$T = 300\,K$
$V_T \simeq 26\,mV$

$$p(x) = p(x_0)\,e^{-\frac{\varphi(x)-\varphi(x_0)}{V_T}}$$

Se considero $x_0 = -x_p$ e $x = x_n$

$$\underset{\substack{\Uparrow\\ N_D}}{n(x_n)} = \underset{\substack{\Uparrow\\ \frac{n_i^2}{N_A}}}{n(-x_p)}\cdot e^{\frac{\varphi(x_n)-\varphi(x_p)}{V_T}} = n(-x_p)\cdot e^{\frac{\varphi_{Bi\phi}}{V_T}}$$

$$\varphi_{Bi_\phi} = V_T\cdot\ln\frac{N_D N_A}{n_i^2}$$

CALCOLO AMPIEZZA REGIONE SVUOTATA

ALL'EQUILIBRIO $x_d = x_n + x_p$

$$\mathcal{E}(x) = -\frac{d\varphi}{dx} \leftrightarrow \mathcal{E}(x)\,dx = -d\varphi \qquad \underbrace{\int_{-x_p}^{x_n} \mathcal{E}(x)\,dx}_{\text{area di un triangolo}} = \int_{\varphi(-x_p)}^{\varphi(x_n)} -d\varphi$$

$$x_d \cdot \left(+q\frac{N_D}{\epsilon_{si}}x_n\right) \cdot \frac{1}{2} = +\varphi_{Bi\phi}$$

$$x_d = \frac{2\epsilon_{si}\,\varphi_{Bi\phi}}{x_n \cdot q \cdot N_D} \qquad \begin{cases} x_d = x_n + x_p \\ N_A \cdot x_p = N_D\,x_n \end{cases} \qquad \begin{cases} x_p = \frac{N_D}{N_A}x_n \\ x_d = x_n\left[1+\frac{N_D}{N_A}\right] \end{cases} \Rightarrow x_n = \frac{x_d}{\left[1+\frac{N_D}{N_A}\right]}$$

$$\frac{x_d^2}{1+\frac{N_D}{N_A}} = \frac{2\epsilon_{si}\cdot\varphi_{Bi\phi}}{q \cdot N_D} \qquad x_d^2 = \frac{2\epsilon_{si}}{q}\cdot\frac{1}{N_D}\cdot\left(1+\frac{N_D}{N_A}\right)\cdot\varphi_{Bi\phi}$$

$$x_d = \sqrt{\frac{2\epsilon_{si}}{q}\left(\frac{1}{N_D}+\frac{1}{N_A}\right)\cdot\varphi_{Bi\phi}}$$

ESERCIZIO

①

$N_A = 10^{17}\ cm^{-3}$

$N_D = 10^{20}\ cm^{-3}$

$\varphi_{Bi\phi} = ?$

$x_d = ?$

$V_T = 25\ mV$

$n_i = 10^{10}\ cm^{-3}$ per $T = 300K$

$\epsilon_{si} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r = 8{,}85 \cdot 10^{14}\ \frac{F}{cm} \cdot 11{,}7$

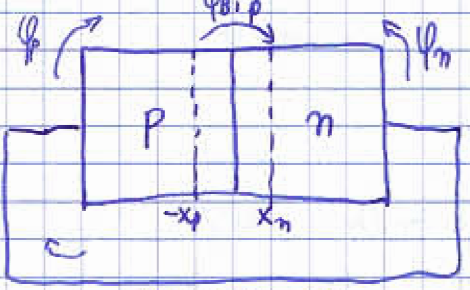
$\mathcal{E}_{max}(0) = ?$

$$\varphi_{Bi\phi} = V_T \cdot \ln\frac{N_D \cdot N_A}{n_i^2} = 0{,}025 \cdot \ln\frac{10^{17}\cdot10^{20}}{(10^{10})^2} = 0{,}979\ V$$

$$x_d = \sqrt{\frac{2\epsilon_{si}}{q}\left(\frac{1}{N_D}+\frac{1}{N_A}\right)\varphi_{Bi\phi}} = \sqrt{\frac{2\cdot8{,}85\cdot10^{14}\cdot11{,}7}{1{,}6\cdot10^{-19}}\left(\frac{1}{10^{17}}+\frac{1}{10^{20}}\right)\cdot0{,}979} = 0{,}113\ \mu m$$

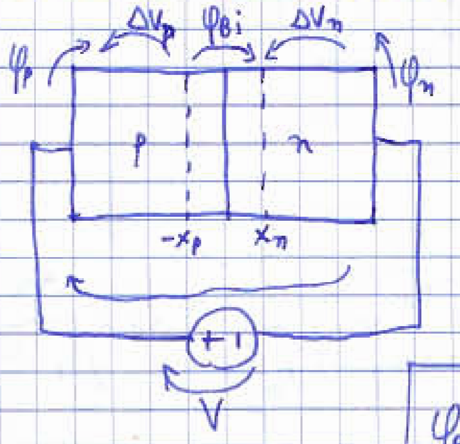
$$\mathcal{E}_{max}(0) = \frac{2\cdot\varphi_{Bi\phi}}{x_d} = 173\ \frac{kV}{cm}$$

POLARIZZAZIONE



$\varphi_p + \varphi_{Bi_0} - \varphi_n = 0 \Rightarrow \varphi_{Bi_0} = \varphi_n - \varphi_p$ all'equilibrio

In generale, se inserisco un generatore, andrò a polarizzare la giunzione



$$V + \varphi_p - \Delta V_p + \varphi_{Bi} - \Delta V_n - \varphi_n = 0$$

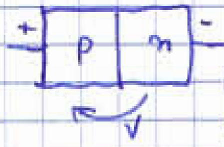
$$\varphi_{Bi} = \varphi_n - \varphi_p - V + \underbrace{\Delta V_p + \Delta V_n}_{\text{TRASCURABILI}}$$

→ nelle regioni quasi neutre il potenziale è costante

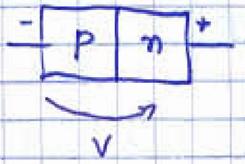
$$\boxed{\varphi_{Bi} = \varphi_{Bi_0} - V}$$

Se applichiamo un potenziale alla giunzione, l'altezza di barriera

- diminuisce se $V>0$
- aumenta se $V<0$

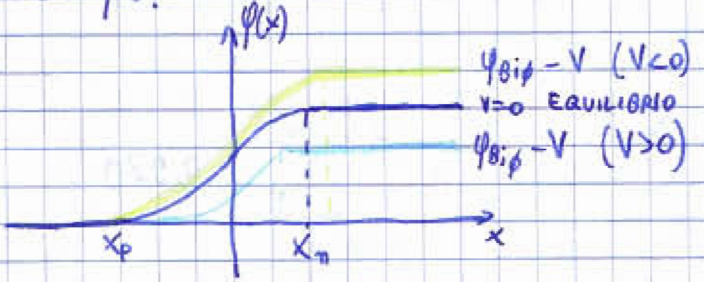


$V>0$ GIUNZIONE IN DIRETTA

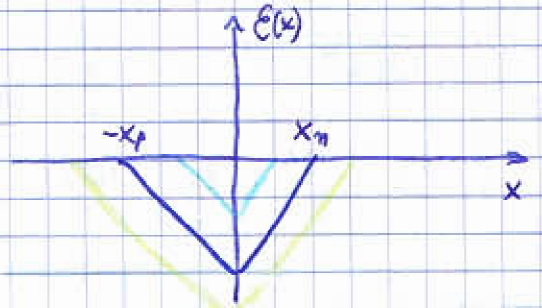


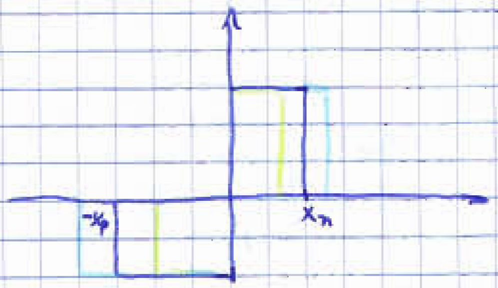
$V<0$ GIUNZIONE POLARIZZATA IN INVERSA

Se abbassiamo la barriera, prevale la diffusione, altrimenti prevale il drift.



$$x_d \propto \sqrt{\varphi_{Bi_0} - V}$$





GIUNZIONE p-n

1) EQUILIBRIO $V=0$ DIFFUSION = DRIFT

2) POLARIZZAZIONE IN DIRETTA $V>0$ DIFFUSION > DRIFT

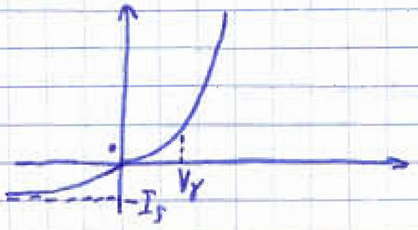
3) POLARIZZAZIONE IN INVERSA $V<0$ DIFFUSION < DRIFT

Se V>0, si genera un campo elettrico (opposto al potenziale) opposto al campo elettrico di built-in, che pertanto si abbassa. Viceversa, se V<0, il campo elettrico che si genera ha lo stesso verso di E_{Bi}, che pertanto si alza. La corrente, data da

$$I = I_S\left(e^{\frac{V}{V_T}}-1\right)$$

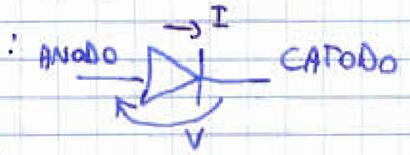
risulta:

- se $V=0 \rightarrow I=0$
- se $V>0 \rightarrow I \simeq I_s e^{V/V_T}$ perché $e^{V/V_T} \gg 1$
- se $V<0 \rightarrow I \simeq -I_S$ perché $e^{V/V_T} \ll 1$

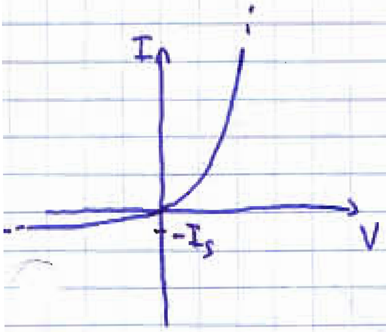


$$I_S \simeq \left[10^{-15}, 10^{-12}\right]A$$

La giunzione p-n può essere rappresentata dal simbolo circuitale del DIODO:

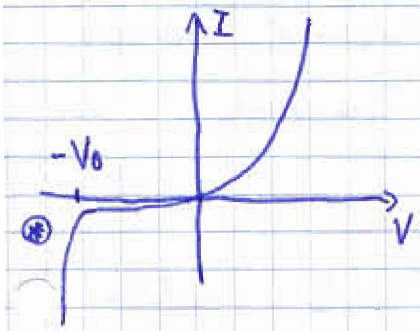


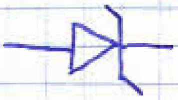
11/03/09



$$I = I_S\left(e^{\frac{V}{V_T}}-1\right)$$

Nel caso di campi elettrici molto elevati (tensioni molto basse), gli effetti termici vengono dominati dal campo elettrico. La tensione sotto la quale avviene questo è la TENSIONE DI BREAK-DOWN.

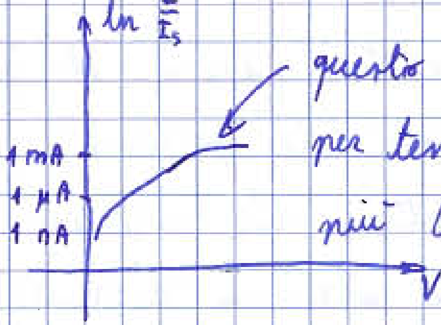




DIODO ZENER → progettato per lavorare prevalentemente nella ⊛ REGIONE DI SCARICA.

Per $V \gg V_T \rightarrow e^{\frac{V}{V_T}} \gg 1 \rightarrow I = I_S \cdot e^{\frac{V}{V_T}}$ $\qquad \frac{I}{I_S} = e^{V/V_T} \xrightarrow{\log} \ln\frac{I}{I_S} = \frac{V}{V_T}$

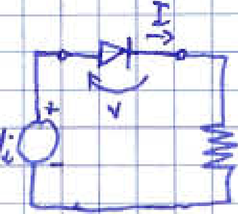
$V = V_T \cdot \ln \frac{I}{I_s}$



questo andamento è dato dal fatto che per tensioni molto grandi non si possono più trascurare le cadute di tensione nelle zone neutre.

Il modello funziona bene se sono vicino all'equilibrio.

APPLICAZIONI DEL DIODO A GIUNZIONE



$I = I_s (e^{V/V_T} - 1)$ $\quad V_u(V_i) = ?$

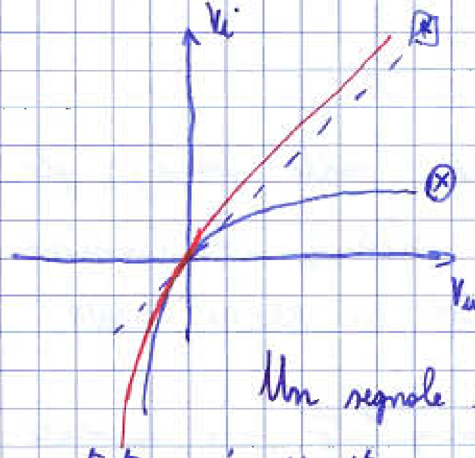
$V_u = R \cdot I = R \cdot I_s (e^{V/V_T} - 1)$

applicando Kirchhoff: $V_i - V - V_u = 0$

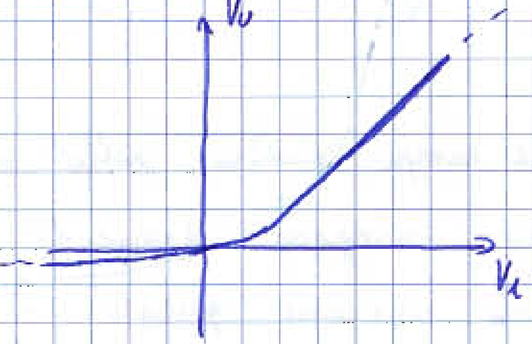
$V_u = R \cdot I_s \left(e^{\frac{V_i - V_u}{V_T}} - 1\right)$ equazione non lineare

Ricavo quindi la funzione inversa $V_i(V_u)$ che è più semplice.

$\frac{V_u}{R \cdot I_s} + 1 = e^{\frac{V_i - V_u}{V_T}}$ $\quad \ln\left(\frac{V_u}{R \cdot I_s} + 1\right) = \frac{V_i - V_u}{V_T}$ $\quad V_i = \underset{\boxed{*}}{V_u} + \underset{\otimes}{V_T \ln}\left(\frac{V_u}{R \cdot I_s} + 1\right)$

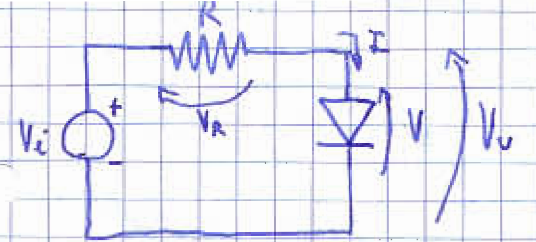


inverto $\Longrightarrow$



Un segnale di tensione abbastanza > 0, l'ingresso viene portato in uscita a meno di una leggera attenuazione

Questo circuito è un RADDRIZZATORE A 1 SEMIONDA: le onde entranti vengono fatte uscire azzerate nella loro parte negativa. Mentre il valor medio del segnale in ingresso è nullo, il segnale in uscita è diverso da zero.

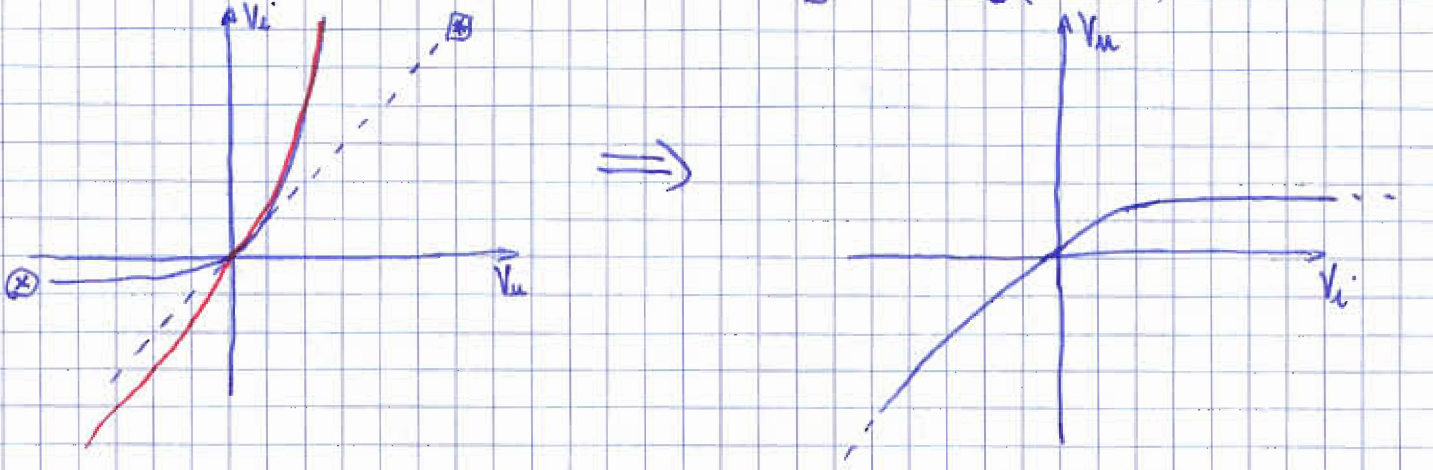


$V_U(V_i) = ?$

$V_U = V$

$V_R = R \cdot I \qquad V_i - V_R - V_U = 0 \rightarrow V_R = V_i - V_U$

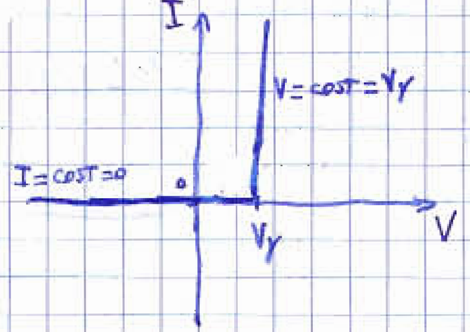
$$V_i - V_U = R \cdot I_s \left(e^{\frac{V_U}{V_T}} - 1\right) \Rightarrow V_i = \underset{\boxed{*}}{V_U} + \underset{\otimes}{R \cdot I_s}\left(e^{\frac{V_U}{V_T}} - 1\right)$$



CIRCUITO LIMITATORE: limita superiormente il segnale di uscita

In polarizzazione diretta: $\frac{dI}{dV} >> 0$ pertanto posso approssimare l'esponenziale a una retta verticale a un certo punto.

In polarizzazione inversa: $\frac{dI}{dV} << 1$, pertanto posso approssimarla a una retta costante $-I_s \simeq 0$

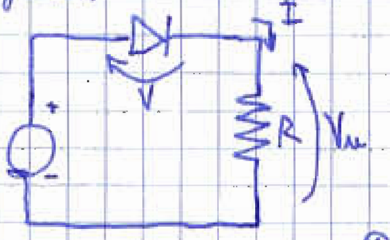


MODELLO REGIONALE → lineare a tratti

↳ INVERSA: $I = 0$, $V < V_\gamma$
↳ DIRETTA: $I > 0$, $V = V_\gamma$
} MODELLO A SOGLIA

$V_\gamma \simeq 0,6 \div 0,7$ V

Analizziamo il raddrizzatore a una semionda sulla base del modello a soglia:



OFF: $I=0$, $V<V_\gamma$

ON: $V=V_\gamma$, $I>0$

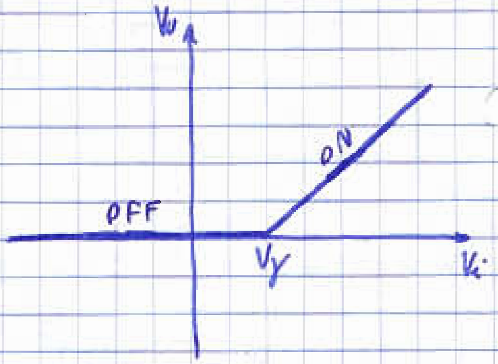
Risolvo il circuito nei due casi.

① $V_U = R \cdot I$ ② $V_i - V - V_U = 0 \rightarrow V = V_i - V_U$

DIODO OFF

$$I=0 \xrightarrow{①} V_U = R\cdot I = 0$$

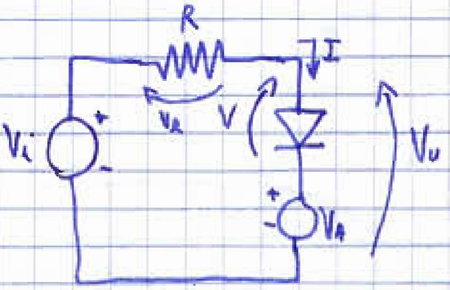
$$V<V_\gamma \xrightarrow{②} V_i - V_U < V_\gamma \longrightarrow V_i < V_\gamma$$



DIODO ON

$$V=V_\gamma \xrightarrow{②} V_\gamma = V_i - V_U \rightarrow V_U = V_i - V_\gamma$$

$$I>0 \xrightarrow{①} V_U>0 \longrightarrow V_i - V_\gamma > 0 \rightarrow V_i > V_\gamma$$



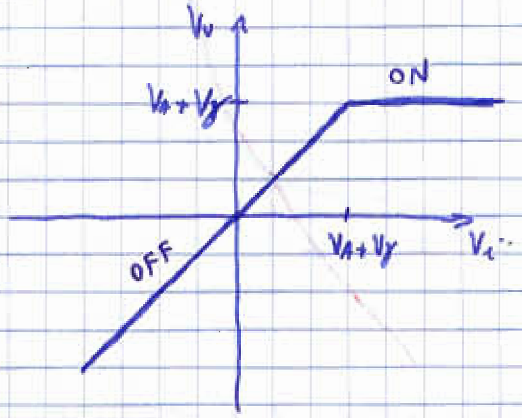
OFF $I=0$ $V<V_\gamma$

ON $I>0$ $V=V_\gamma$

$V_R = R\cdot I$ ①

$V_U = V + V_A$ ②

$V_i - V_R - V_U = 0$ ③



DIODO OFF

$$I=0 \xrightarrow{①} V_R=0 \xrightarrow{③} V_i = V_U$$

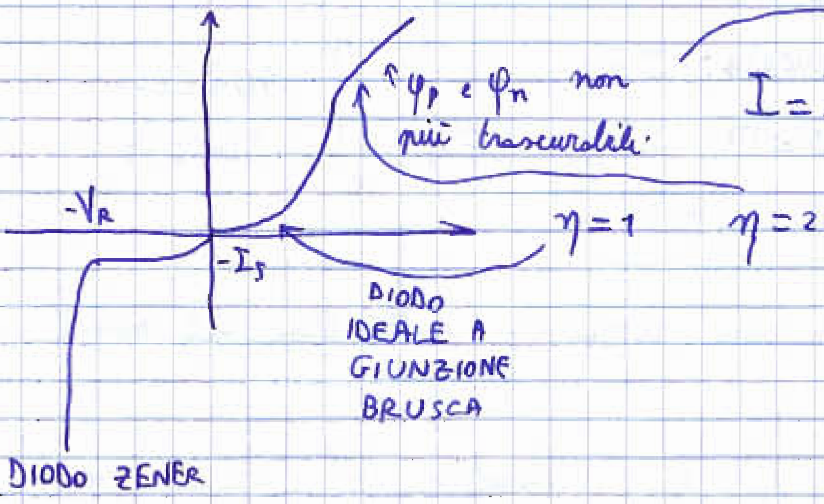
$$V<V_\gamma \xrightarrow{②} V_U - V_A < V_\gamma \longrightarrow V_i - V_A < V_\gamma \rightarrow V_i < V_A + V_\gamma$$

DIODO ON

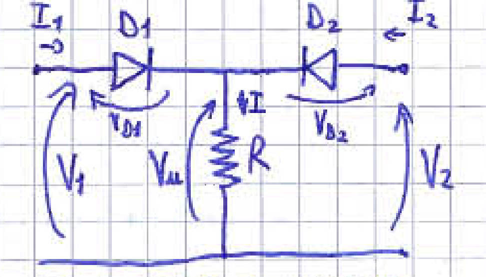
$$V=V_\gamma \xrightarrow{②} V_U = V_\gamma + V_A$$

$$I>0 \xrightarrow{①} V_R>0 \xrightarrow{③} V_R = V_i - V_U > 0 \rightarrow V_i > V_U \rightarrow V_i > V_\gamma + V_A$$

16/03/09



$$I = I_S\left(e^{\frac{V}{\eta V_T}} - 1\right)$$



RIVELATORE DI MASSIMO

$\boxed{V_u}$

$D_1 \backslash D_2$	ON	OFF
ON	$V_1 - V_\gamma$ $(V_1 = V_2)$	$V_1 - V_\gamma$ $(V_2 < V_1)$
OFF	$V_2 - V_\gamma$ $(V_1 < V_2)$	O

} diodi si analizzano con delle ipotesi acceso spento

① D_1 ON, D_2 OFF $\longrightarrow$ $V_{D2} < V_\gamma$

↳ $V_1 > V_\gamma$

$$\left.\begin{aligned} V_{D1} &= V_\gamma \\ V_{D1} &= V_1 - V_u \end{aligned}\right\} V_u = V_1 - V_\gamma$$

ingresso - caduta sul diodo

$V_2 - V_u < V_\gamma$

$V_2 - V_1 + \cancel{V_\gamma} < \cancel{V_\gamma}$

$\boxed{V_2 < V_1}$ con $\underline{V_1 > V_\gamma}$

② D_1 OFF, D_2 ON

$V_{D2} = V_2 - V_U = V_\gamma \longrightarrow V_{D1} < V_\gamma \Leftrightarrow V_1 - V_U < V_\gamma$ $V_1 - V_2 + \cancel{V_\gamma} < \cancel{V_\gamma}$

$V_u = V_2 - V_\gamma$, $V_2 > V_\gamma$ $\boxed{V_1 < V_2}$

③ D_1 OFF, D_2 OFF

$I = I_1 + I_2$

D_1 OFF $\rightarrow I_1 = 0$

D_2 OFF $\rightarrow I_2 = 0$

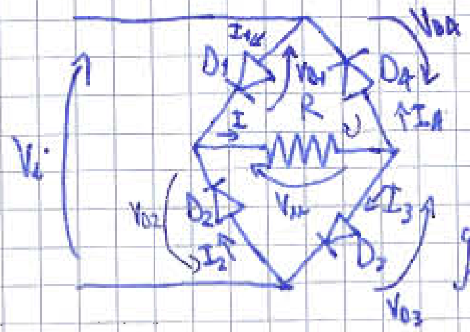
$\Rightarrow I = 0 \Rightarrow V_u = R \cdot I = 0$

④ D_1 ON, D_2 ON

$V_{D1} = V_\gamma = V_1 - V_u$

$V_{D2} = V_\gamma = V_2 - V_u \Rightarrow V_1 - \cancel{V_u} = V_2 - \cancel{V_u} \Rightarrow \boxed{V_1 = V_2}$

RADDRIZZATORE A DOPPIA SEMIONDA



$V_u = R \cdot I$ $I = I_1 + I_2 = I_3 + I_4$ kirchhoff

① D_1 ON $\rightarrow$ $\begin{matrix} I_1 > 0 \\ V_{D1} = V_\gamma \end{matrix}$ $\xrightarrow{I_2 \geq 0} I > 0 \rightarrow V_u = R \cdot I > 0$

Studio la maglia $D_1 - R - D_4$ con verso orario

$V_u + V_{D1} + V_{D4} = 0 \rightarrow V_{D4} = -(V_u + V_{D1}) = -(\underset{>0}{V_u} + \underset{>0}{V_\gamma}) < 0. \Rightarrow \underline{D_4 \text{ OFF}}$

$I_4 = 0$

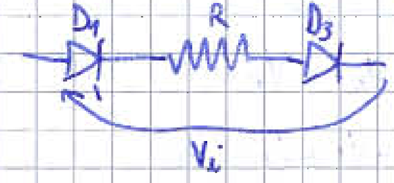
$I_4 = 0 \Rightarrow I_3 > 0 \Rightarrow$ D_3 ON $\Rightarrow V_{D3} = V_\gamma$

$I > 0$

Considero la maglia composta da R, D_3, D_2 in verso antiorario

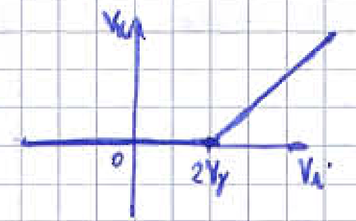
$V_{D3} + V_U + V_{D2} = 0 \Rightarrow V_{D2} = -(V_u + V_{D3}) = -(V_u + V_\gamma) < 0$ D_2 OFF

Il circuito diventa quindi



$V_i = V_{D3} + V_u + V_{D1} = V_u + 2V_\gamma \Leftrightarrow V_u = V_i - 2V_\gamma$

con $V_i > 2V_\gamma$



② Suppongo D_2 ON ($V_i < 0$)

$V_{D2} = V_\gamma \rightarrow I_2 > 0 \rightarrow I > 0 \rightarrow V_u = R \cdot I > 0$

Considero la maglia $D_2 - R - D_3$ in senso antiorario

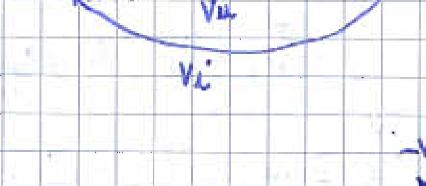
$V_{D3} + V_u + V_{D2} = 0$ $V_{D3} = -(\underset{\underset{>0}{\downarrow}}{V_{D2}} + \underset{\underset{=V_\gamma>0}{\downarrow}}{V_u}) < 0$ D_3 OFF $\rightarrow I_3 = 0$

$I = I_3 + I_4 > 0 \rightarrow I_3 = 0 \rightarrow I_4 > 0 \rightarrow$ D_4 ON

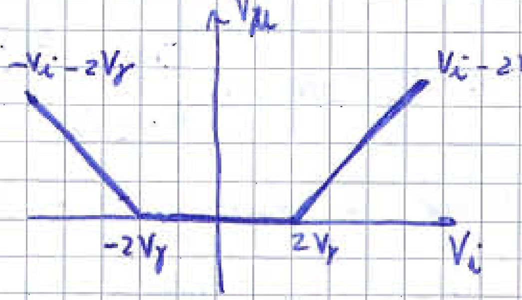
Considero la maglia $D_4 - D_1 - R$ in senso orario

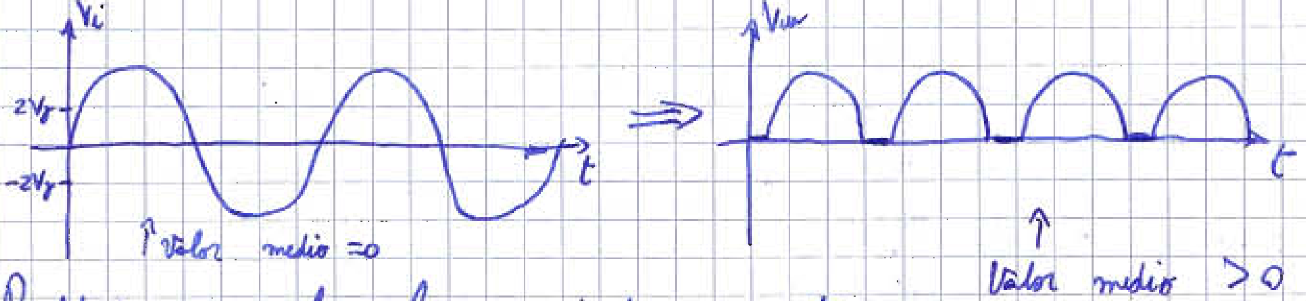
$V_{D4} + V_u + V_{D1} = 0 \rightarrow V_{D1} = -(V_u + \underset{\underset{V_\gamma}{\shortparallel}}{V_{D4}}) < 0 \Rightarrow$ D_1 OFF

Il circuito diventa



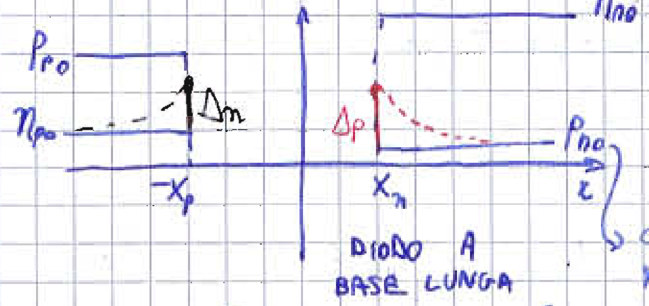
$V_i + V_\gamma + V_u + V_\gamma = 0$ $V_u = -V_i - 2V_\gamma$





Raddrizza anche le semionde negative.

Considero la giunzione p-n



n_{n0} = concentrazione di elettroni nella regione n all'equilibrio

$$n_{n0} = N_D \qquad p_{p0} = N_A$$

p_{n0} → concentrazione di lacune (minoritarie) nella regione n all'equilibrio

$$p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_D} \qquad n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A}$$

Polarizzo in diretta (V>0), cioè diffusione > drift. La concentrazione di portatori cambierà (non sono più in equilibrio), in particolare di quelli minoritari:

$$p_n(x_n) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{lacune} \\ \text{maggioritarie}}}{p_p(-x_p)} \cdot e^{-\frac{\varphi_{Bi_0} - V}{V_T}}$$ ← perchè polarizzato

dove ho usato $p(x_2) = p(x_1) \cdot e^{-\frac{\varphi(x_2) - \varphi(x_1)}{V_T}}$

$$= \underbrace{p_p(-x_p) \cdot e^{-\varphi_{Bi_0}/V_T}}_{\text{concentrazione di minoritari in regione n}} \cdot e^{V/V_T} = p_{n0} \cdot e^{V/V_T} = \frac{n_i^2}{N_D} \cdot e^{V/V_T}$$

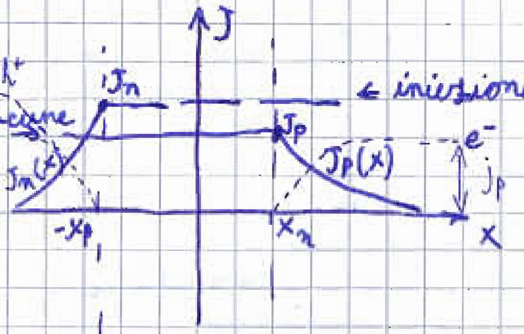
$$\Delta p = p_n(x_n) - p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_D} \cdot \left(e^{V/V_T} - 1\right)$$ e analogamente

$$\Delta n = n_p(-x_p) - n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A} \left(e^{V/V_T} - 1\right)$$

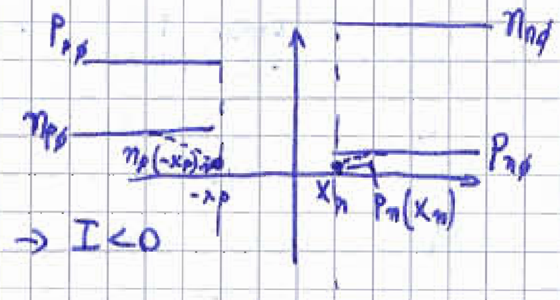
$$J_n = \cancel{q n \mu_n} \mathcal{E} + q D_n \frac{dn}{dx}$$ ma nelle regioni quasi neutre, $\mathcal{E}=0$

$$J_p = \cancel{q p \mu_p} \mathcal{E} - q D_p \cdot \frac{dp}{dx}$$ non più nulla

DIODO A BASE LUNGA → l'eccesso di portatori tende a 0 lungo x.



$$j = j_p + j_n$$



Mentre in inversa ($V<0$) avrei

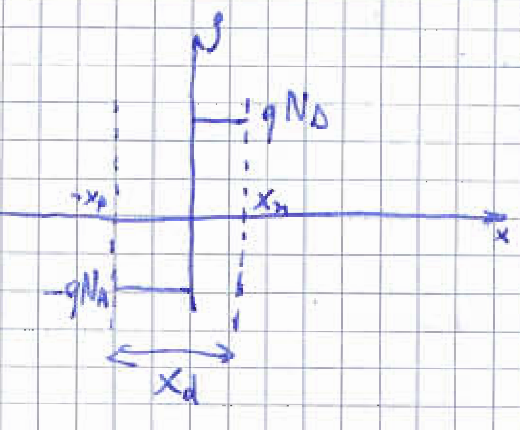
Le lacune vanno verso l'anodo → $I<0$

Variando la tensione, varia la carica ⇒ comportamento capacitivo ⇒ all'accensione e allo spegnimento del diodo avrò dei ritardi.

$$C = \frac{dQ}{dV}$$ per condensatori a facce piane parallele → capacità fissa

Nei s.c. la capacità è funzione della tensione.

CAPACITÀ DI GIUNZIONE

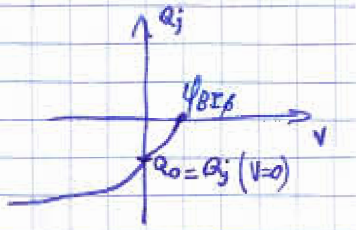


$$x_d = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_A}+\frac{1}{N_D}\right)\left(\varphi_{BI_0}-V\right)}$$

$$Q_j = -q N_A \cdot x_p \qquad x_p = \frac{x_d}{1+\frac{N_A}{N_D}}$$

$$Q_j = -q N_A \cdot N_D \cdot \frac{1}{N_A+N_D} \cdot \sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_A}+\frac{1}{N_D}\right)\left(\varphi_{BI_0}-V\right)} =$$

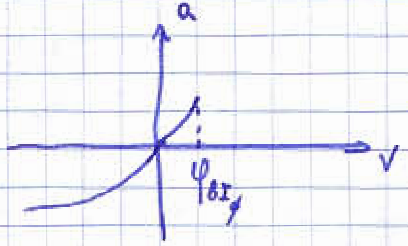
$$= \sqrt{\frac{2\varepsilon_s q^2}{\cancel{q}} \cdot \frac{\cancel{\frac{1}{N_A}+\frac{1}{N_D}}}{\left(\frac{1}{N_A}+\frac{1}{N_D}\right)^2}\left(\varphi_{BI_\phi}-V\right)} = -\sqrt{\frac{2\varepsilon_s q}{\frac{1}{N_A}+\frac{1}{N_D}}\cdot\left(\varphi_{BI_\phi}-V\right)}$$



Definisco $Q = Q_j - Q_0$

$$C_j = \frac{dQ}{dV} = \frac{dQ_j}{dV} \quad \text{perché } \underset{\text{cost.}}{\underset{\downarrow}{dQ_0}} = 0$$

CAPACITÀ DI GIUNZIONE



$$C_j(V) = \frac{d}{dV}\left[-\sqrt{\frac{2\varepsilon_s q}{\frac{1}{N_A}+\frac{1}{N_D}}\left(\varphi_{BI_\phi}-V\right)}\right] = -\sqrt{\frac{2\varepsilon_s q}{\frac{1}{N_A}+\frac{1}{N_D}}}\cdot\frac{d}{dV}\left(\varphi_{BI_\phi}-V\right)^{1/2} =$$

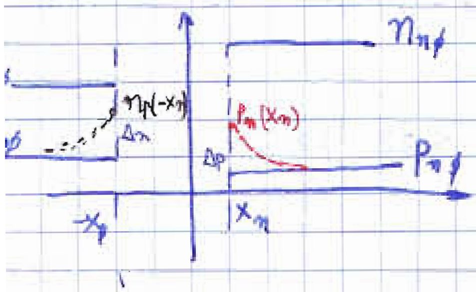
$$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2\varepsilon_s q}{\frac{1}{N_A}+\frac{1}{N_D}}}\cdot\frac{1}{\sqrt{\varphi_{BI_\phi}-V}} = \underbrace{\sqrt{\frac{\varepsilon_s q}{2\left(\frac{1}{N_A}+\frac{1}{N_D}\right)}}\cdot\frac{1}{\sqrt{\varphi_{BI\phi}}}}_{C_{j\phi} \text{ non dipende da } V}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-V/\varphi_{BI\phi}}} = \frac{C_{j\phi}}{\sqrt{1-\frac{V}{\varphi_{BI_\phi}}}} \Big[\frac{F}{cm}$$

Oppure, un altro modo per scrivere questa formula è:

$$C_j = \sqrt{\frac{\varepsilon_s \cdot q}{2\left(\frac{1}{N_A}+\frac{1}{N_D}\right)\left(\varphi_{BI_\phi}-V\right)}\cdot\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_s}} = \frac{\varepsilon_s}{\sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_A}+\frac{1}{N_D}\right)\left(\varphi_{BI_\phi}-V\right)}} = \frac{\varepsilon_s}{x_d}\left[\frac{F}{cm^2}\right]$$

CAPACITÀ PER UNITÀ D'AREA

CAPACITÀ DI DIFFUSIONE

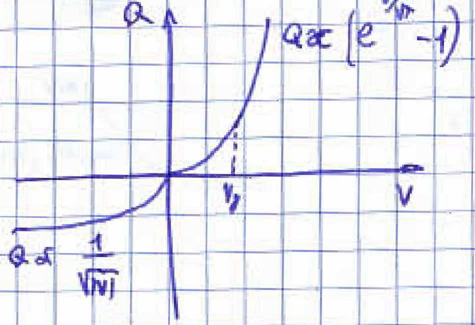


$$Q = \overset{\text{DIFFUSIONE}}{\overset{\downarrow}{Q_{D_\phi}}}\left(e^{V/V_T}-1\right) \qquad \frac{Q}{I} = \frac{Q_{D\phi}\cancel{\left(e^{V/V_T}-1\right)}}{I_s\cancel{\left(e^{V/V_T}-1\right)}} = \overset{\tau}{\overset{\downarrow}{\underset{\text{tempo}}{\underset{\uparrow}{\text{COST.}}}}}\ [s$$

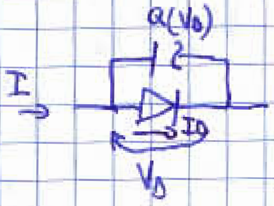
$$\Delta n \propto \left(e^{V/V_T}-1\right)$$

$$\Delta p \propto \left(e^{V/V_T}-1\right) \qquad Q = I\cdot\tau \quad \text{ma } I = I_s\left(e^{V/V_T}-1\right)$$

$$Q = \tau I_s\left(e^{V/V_T}-1\right) \qquad C_{DIFF}(V) = \frac{dQ}{dV} = \frac{\tau\cdot\overbrace{I_s\cdot e^{V/V_T}}^{\simeq I}}{V_T} \simeq \frac{\tau\cdot I}{V_T}$$



Introduco il concetto di CONDENSATORE ANOMALO, di cui indico $Q(V)$

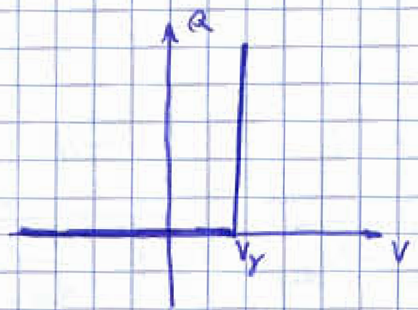


per $t \to \infty$, $\frac{dq}{dt} = 0$, ma per istanti vicini alla commutazione non è trascurabile

$$I_D = \frac{Q}{\tau} \qquad I = I_D + \frac{dQ}{dt} = \underset{\text{modello statico}}{\frac{Q}{\tau}} + \frac{dQ}{dt}$$

dipende dal tempo

SEMPLIFICAZIONI



$Q = \tau I$ se $V = V_\gamma$

$Q = 0$ se $V < V_\gamma$

17/03/09

Data una giunzione p-n con

$N_A = 10^{16}\ cm^{-3}$

$N_D = 10^{19}\ cm^{-3}$

$A_D = 5 \cdot 10^{-5}\ cm^2$

$C_J = ?$ $\begin{cases} V_D = 0 \\ V_D = -3V \\ V_D = 0{,}7V \end{cases}$

$$C_j = \frac{C_{j0}}{\sqrt{1 - \frac{V_D}{\varphi_{BI_0}}}} \qquad C_{j0} = \sqrt{\frac{\varepsilon_s \cdot q}{2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}} \cdot \frac{1}{\varphi_{BI_0}}}$$

$$\varphi_{BI_0} = \underset{\underset{26mV}{\uparrow}}{V_T} \cdot \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = 0{,}9\ V$$

$A \cdot C_{j0} = 30{,}4 \frac{nF}{cm^2} \cdot 5 \cdot 10^{-5}\ cm^2 = 1{,}52\ pF$ $\qquad$ $C_j = C_{j0} = 1{,}52\ pF$ se $V_D = 0$

$C_j = \frac{C_{j0} \cdot A}{\sqrt{1 - \frac{-3}{0{,}9}}} = 730{,}2\ fF$ se $V_D = -3V$ $\qquad$ $\underset{\text{diretta}}{C_j} = \frac{C_{j0} \cdot A}{\sqrt{1 - \frac{0{,}7}{0{,}9}}} = 3{,}22\ pF$ se $V_D = 0{,}7V$

DIODO

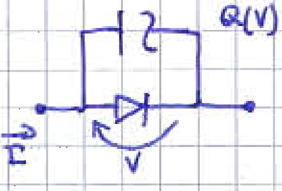
$I_S = 1{,}35 \cdot 10^{-14}\ A$

$\tau = 274{,}73\ pS$

$V_T = 26\ mV$

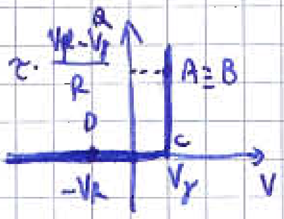
$$\underset{\text{diffusione}}{C_D} = \tau \cdot \frac{I}{V_T} = \frac{\tau}{V_T} \cdot I_S (e^{V/V_T} - 1) = 70{,}58\ pF \text{ se } V_D = 0{,}7V$$

CONDENSATORE NON LINEARE



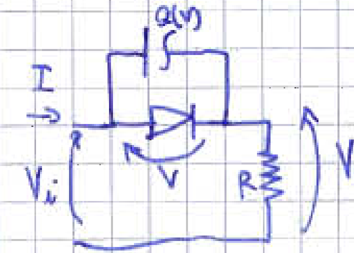
$$I = \frac{Q}{\tau} + \underbrace{\frac{dQ}{dt}}$$ ↳ contributo del condensatore non ideal

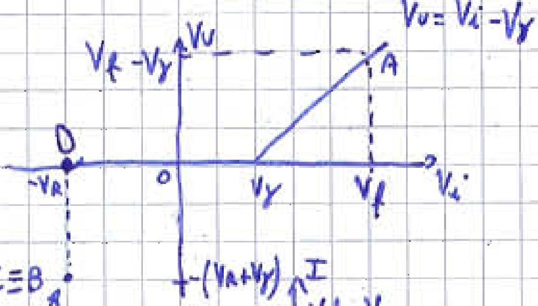
Uso il modello a soglia

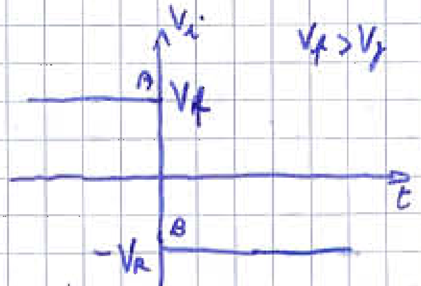


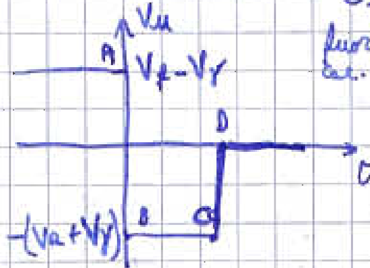
$Q > 0$ $\quad V = V_\gamma$
$\overset{\shortparallel}{\tau \cdot I}$

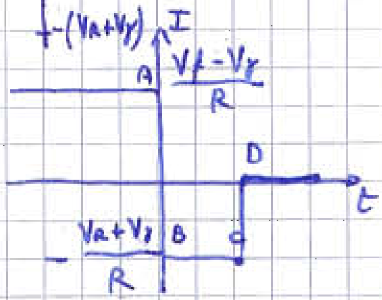
$Q = 0$ $\quad V < V_\gamma$

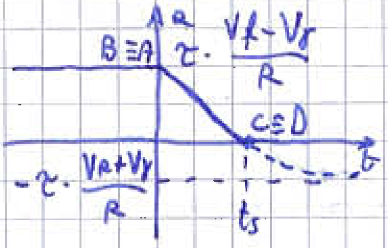












A) $t<0$, $V_i = V_f > V_\gamma$, D_{ON}, $V_u = V_f - V_\gamma$

$$I = \frac{Q}{\tau} + \cancel{\frac{dQ}{dt}}^{\,0} = \frac{V_u}{R} = \frac{V_f - V_\gamma}{R} \qquad Q = \tau \cdot I = \tau \cdot \frac{V_f - V_\gamma}{R}$$

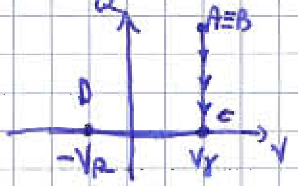
Dato che sono presenti capacità, tra l'istante 0^- $(V_i = V_f)$ e 0^+ $(V_i = -V_R)$ la carica non può variare istantaneamente.

B) $t=0$, $V_i = -V_R$, $Q(0^+) = Q(0^-)$, $V(0^-) = V(0^+) = V_\gamma$

$$V = V_i(0^+) - V_u(0^+) = V_\gamma \Rightarrow V_u(0^+) = V_i(0^+) - V_\gamma = -V_R - V_\gamma$$

$$I = \frac{V_u}{R} = \frac{-(V_R+V_\gamma)}{R}$$ corrente uscente, diminuisce le cariche, corrente di spostamento

C) $t>0$ $\quad I = \frac{Q}{\tau} + \frac{dQ}{dt} = -\frac{V_R - V_\gamma}{R}$



Per sbloccare la situazione e far spegnere il diodo dobbiamo annullare la carica.

$$\frac{dQ}{dt}+\frac{Q}{\tau}=-\frac{V_R+V_\gamma}{R}$$ ha come soluzione $Q(t)=Ae^{-t/\tau}+B$

Determino A e B: $Q(0^+)=A+B=\tau\cdot\frac{V_f-V_\gamma}{R}$

$$Q(+\infty)=B=-\tau\cdot\frac{V_R+V_\gamma}{R}$$

$$A=\tau\cdot\frac{V_f-V_\gamma}{R}+\tau\cdot\frac{V_R+V_\gamma}{R}=\frac{\tau}{R}\left(V_f+V_R\right)$$

$$Q(t)=\frac{\tau}{R}\left(V_f+V_R\right)\cdot e^{-t/\tau}-\tau\cdot\frac{V_R+V_\gamma}{R}=\frac{\tau}{R}\left[\left(V_f+V_R\right)e^{-t/\tau}-\left(V_R+V_\gamma\right)\right]$$

$t_s \Rightarrow$ tempo in cui annullo la carica (TEMPO DI STORAGE)

$$Q(t_s)=0 \qquad \frac{\cancel{\tau}}{\cancel{R}}\left[\left(V_f+V_R\right)e^{-t_s/\tau}-\left(V_R+V_\gamma\right)\right]=0 \qquad e^{-t_s/\tau}=\frac{V_R+V_\gamma}{V_R+V_f}$$

$$-\frac{t_s}{\tau}=\ln\frac{V_R+V_\gamma}{V_R+V_f} \Rightarrow \boxed{t_s=\tau\cdot\ln\frac{V_f+V_R}{V_R+V_\gamma}}$$

D) $t>t_s$ $\quad I=\frac{\cancelto{0}{Q}}{\tau}+\frac{\cancelto{0}{dQ}}{dt}=0$ non deve spostare più nessuna carica

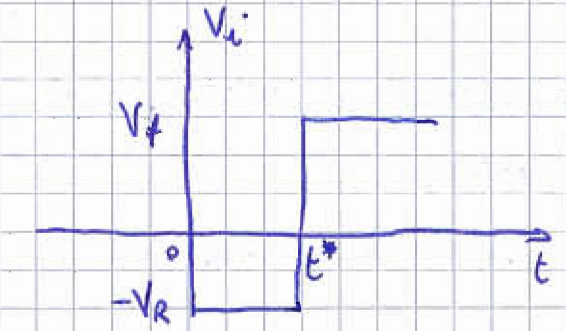
I e V_u variano istantaneamente a 0 ~~d~~perché usiamo il modello a soglia.

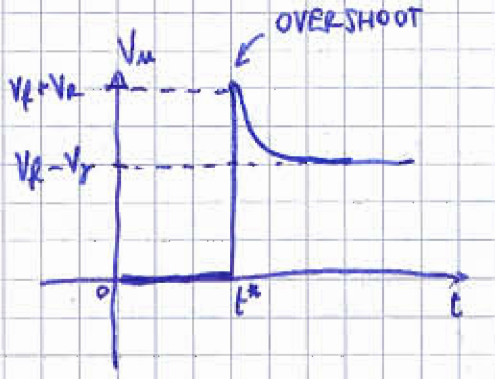
18/03/09

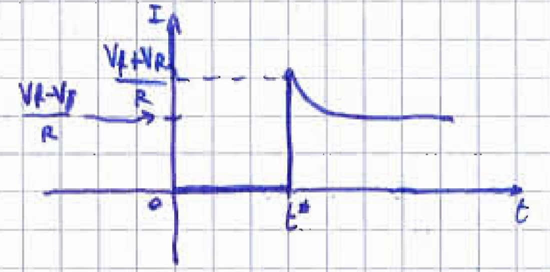
CAPACITÀ DIFFUSIONE → domina in diretta

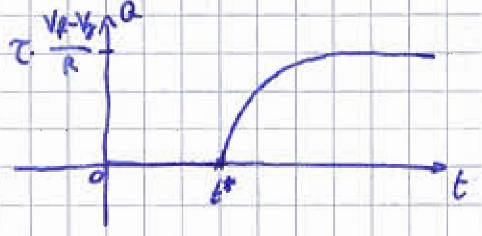
CAPACITÀ SVUOTAMENTO → domina in inversa

Per passare da V_f a V_R ci metto un tempo $t=0$ perchè non devo spostare carica. I tratti verticali sono dovuti all'uso del modello a soglia.



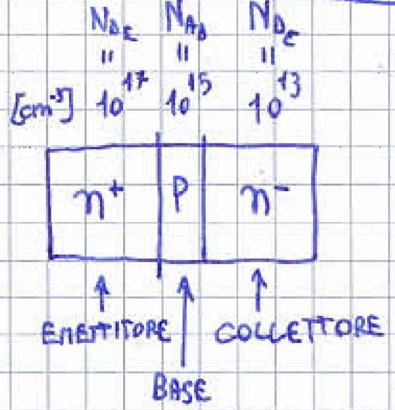




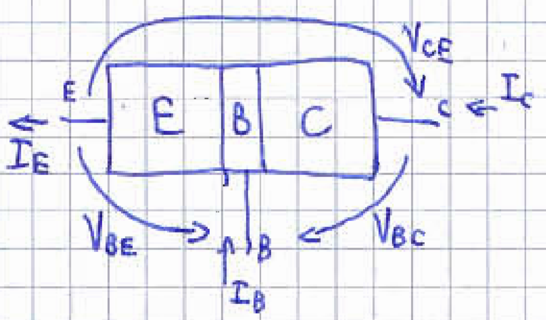


$t=t^*$: $V_i = V_R$ ma non posso avere variazione istantanea della tensione ai capi del diodo.

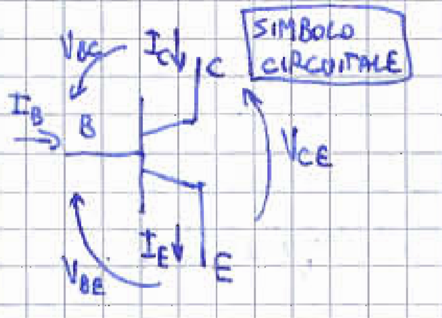
$$\underset{\substack{\shortparallel\\ -V_R}}{V_i(t^{*-})} - \underset{\substack{\shortparallel\\ 0\\ \text{DIODO SPENTO}}}{V_u(t^{*-})} = \underset{\substack{\shortparallel\\ V_R}}{V_i(t^{*+})} - V_U(t^{*+}) \qquad V_U(t^{*+}) = V_f + V_R$$



BJT = Bipolar Junction Transistor = TRANSISTORE BIPOLARE A GIUNZIONE



La freccia punta al potenziale maggior



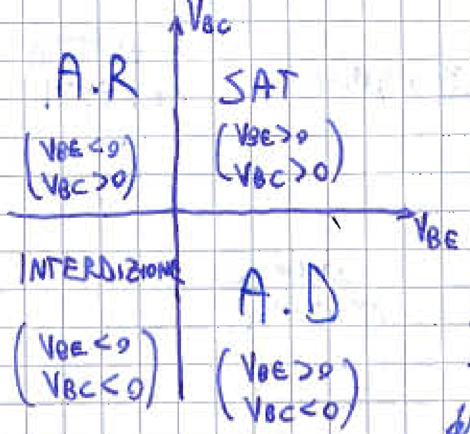
Oltre al BJT_{npn}, esiste anche il complementare BJT_{pnp}.

La larghezza della base è sufficientemente piccola affinché le due giunzioni risentano l'una dell'altra, generando l'EFFETTO TRANSISTOR.

$V_{CE} = V_{BE} - V_{BC}$

$I_E = I_B + I_C$

È un dispositivo controllato in corrente, in particolare dalla corrente I_B.



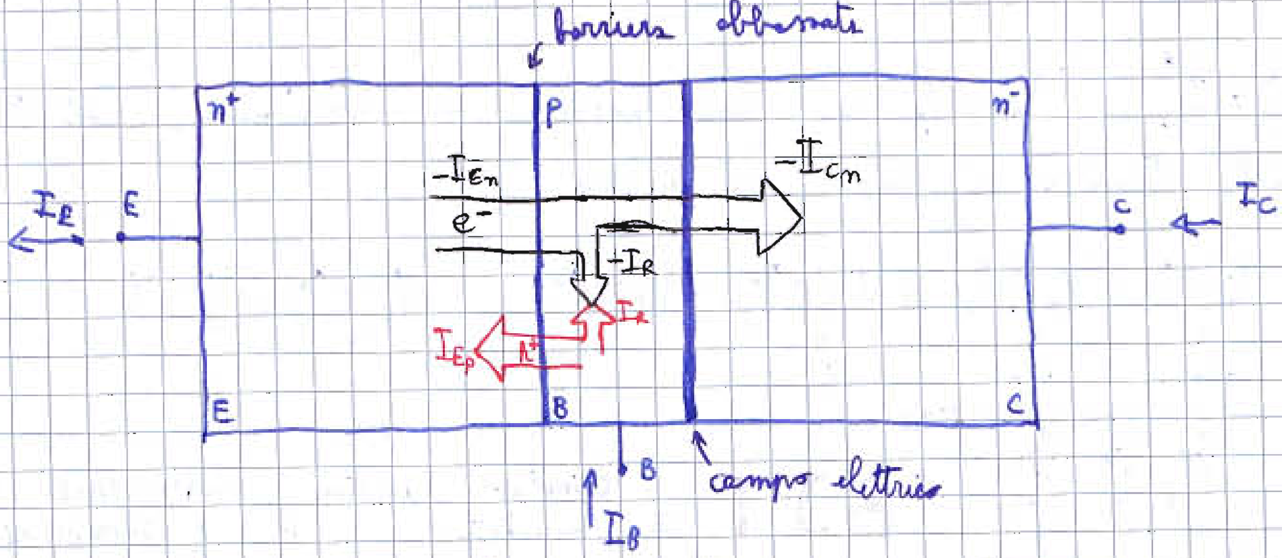
A.R. = ACTIVE REVERSE o INVERSA

SAT = SATURAZIONE

A.D. = ATTIVA DIRETTA o NORMALE

Il dispositivo NON è simmetrico perché il drogaggio delle due regioni n è diverso.

REGIONE A.D. → funzione di amplificatore



$\begin{cases} V_{BE}>0 \\ V_{BC}<0 \end{cases}$ La giunzione base-emettitore è polarizzata in diretta, mentre quella base-collettore in inversa.

La polarizzazione in inversa prevede un forte campo elettrico nella giunzione. Gli elettroni arrivati dall'emettitore, un po' si ricombinano con le lacune e un po' vengono "assorbiti" nel collettore.
Se la base fosse molto ampia, tutti gli elettroni verrebbero ricombinati e avrei due giunzioni indipendenti (due diodi).

$$I_B = I_R + I_{Ep}$$

$$I_E - I_{En} = I_{Ep} \Rightarrow I_E = I_{En} + I_{Ep}$$

$$I_C - I_{Cn} = 0 \Rightarrow I_C = I_{Cn}$$

$$-I_{En} = -I_R - I_{Cn} \Rightarrow I_{Cn} = I_{En} - I_R$$

GUADAGNO DI CORRENTE → dice quanto amplifica il BJT
(connessione a emettitore comune)

$$\beta_F = \frac{I_C}{I_B} = \frac{I_{En} - I_R}{I_{Ep} + I_R}$$

$\beta_F \uparrow$ se $I_{Ep} \downarrow$
$I_R \downarrow$ ---- meglio diminuire I_R
$\beta_F \uparrow$ se $I_{En} \uparrow$
$I_R \downarrow$ ----

$\beta_F \approx 100$ in A.D.

Più la base è stretta, meno tempo hanno i portatori per ricombinar
più piccola sarà I_R. C'è però un limite minimo di larghezza della bas
Per aumentare I_{En} devo drogare molto n^+, quindi aumentando N_{DE}
(circa due ordini di grandezza tra base - emettitore).
Per diminuire I_{Ep} devo drogarla meno, ma sempre più del collettore
così la regione svuotata si estende di più dalla parte del collettore
e meno dalla base che, essendo sottile, rischierebbe di sovrapporsi
all'emettitore.

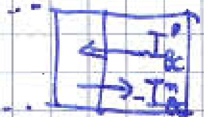
GUADAGNO DI CORRENTE
(connessione a base comune)

$$\alpha_F = \frac{I_C}{I_E} = \frac{I_{En} - I_R}{I_{En} + I_{Ep}} < 1 \approx 0{,}99 \qquad I_E = I_C + I_B$$

$$\boxed{\alpha_F} = \frac{I_C}{I_C + I_B} = \frac{I_C/I_B}{\frac{I_C}{I_B} + 1} = \boxed{\frac{\beta_F}{\beta_F + 1}} \quad e \quad \boxed{\beta_F} = \frac{I_C}{I_B} = \frac{I_C}{I_E - I_C} = \frac{I_C/I_E}{1 - I_C/I_E} = \boxed{\frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F}}$$

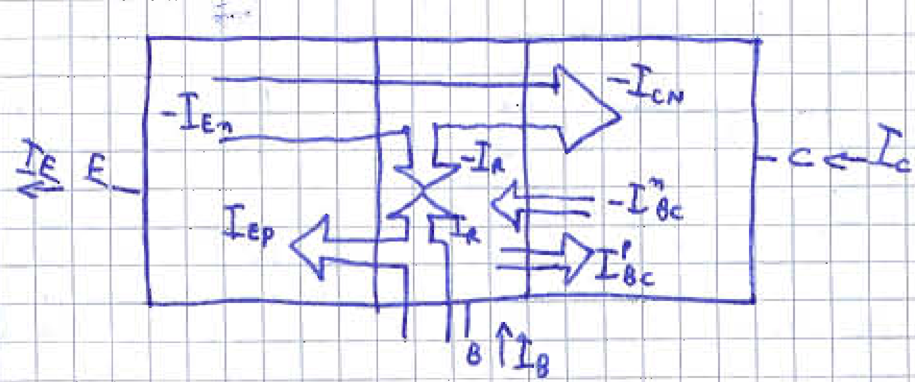
23/3/09

Il grado di polarizzazione di n^- conta poco perchè il suo compito è prendere gli elettroni emessi dall'emettitore.
In realtà, il collettore manda lacune in base e la base manda elettroni in collettore, ma siccome sono piccole le correnti generate le trascureremo.



SATURAZIONE

$V_{BE} > 0$
$V_{BC} > 0$

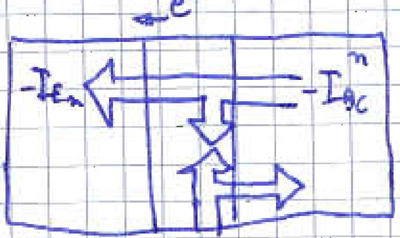


$$I_C - I_{CN} + I'^p_{BC} = -I^n_{BC} \qquad I_C = I_{CN} - I'^p_{BC} - I^n_{BC}$$

Quindi in saturazione I_C cala rispetto alla regione A.D.
In saturazione il dispositivo non amplifica.

I_B aumenta e non vale più $I_C = \beta_F \cdot I_B$, bensì $I_C < \beta_F \cdot I_B$

INVERSA



Ma $|-I_{En}|$ è più piccola della $|-I_{CN}|$ in AD. perchè il collettore è meno polarizzato, pertanto il dispositivo non è simmetrico.
I_E è negativa perchè gli elettroni si muovono nel suo stesso verso.

$$\beta_R = \left|\frac{I_E}{I_B}\right| \simeq 0{,}1 \quad I_E = -\beta_R I_B.$$

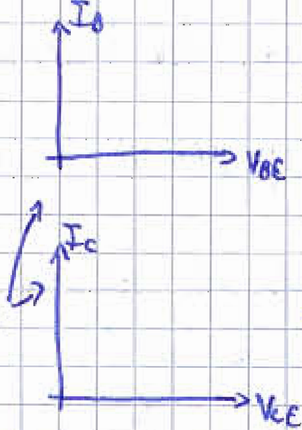
$\Rightarrow$ funzionamento peggiore in inversa

$$\alpha_R = \left|\frac{I_E}{I_C}\right| = 0{,}09$$

$$I_E = I_B + I_C \Rightarrow I_C = -(\beta_R + 1) \cdot I_B < 0.$$

$I_B = I_B(V_{BE}, V_{BC})$

$I_C = I_C(V_{BE}, V_{BC})$



→ devo fissare V_{BC}

↳ curve parametrizzate

→ devo fissare V_{BC}

emettitore comune

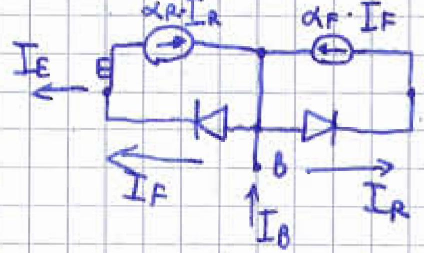
$I_C(V_{BE}, V_{CE})$

$I_B(V_{BE}, V_{CE})$

V_{CE} ↳ $= V_{BE} - V_{BC}$

⇒ Uso dei modelli

MODELLO DI EBERS & MOLL

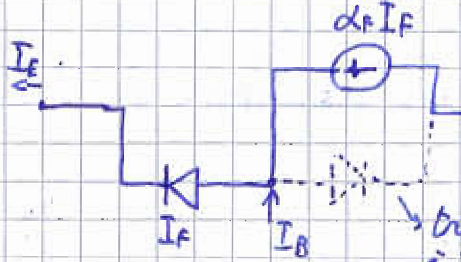


effetto transistor

$$I_F = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{corrente di saturazione}}}{I_{ES}} \cdot \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1\right)$$

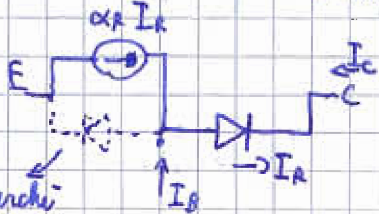
$$I_R = I_{CS}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1\right)$$

A.D.



trascuro $\simeq 10^{-15}$ perché è in inversa

A.R



trascuro perché piccola (inversa)

$$I_C = \alpha_F I_F - I_R$$

$$I_B = I_F + I_R - \alpha_R I_R - \alpha_F I_F = (1-\alpha_F)\overset{\text{può essere negativa}}{\overset{\downarrow}{I_F}} + (1-\alpha_R)\overset{\downarrow}{I_R}$$

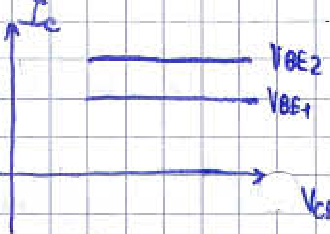
$$I_E = I_F - \alpha_R I_R$$

$\boxed{\text{A.D.}}$

$$I_C = \alpha_F I_F - I_R = \alpha_F I_{ES}\left(\underbrace{e^{\frac{\overset{>0}{V_{BE}}}{V_T}}}_{\text{molto grande}} \underbrace{-1}_{\text{trascuro}}\right) - I_{CS}\left(\underbrace{e^{\frac{\overset{<0}{V_{BC}}}{V_T}}}_{\substack{\text{piccolo} \\ \downarrow \\ \text{trascuro}}} - 1\right) \simeq \alpha_F I_{ES} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} + I_{CS}$$

Scelgo di rappresentare I_C quando $V_{BE} = V_{BE1} = cost$.

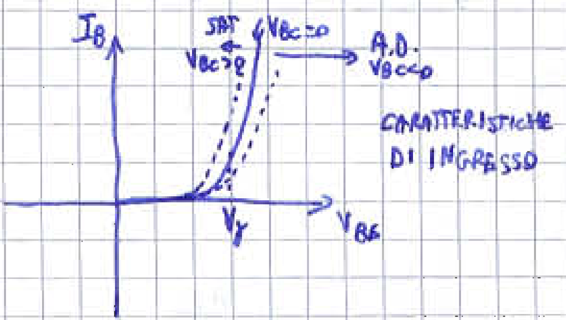
$$I_C = \alpha_F I_{ES} e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}} + I_{CS}$$ COSTANTE NEL GRAFICO

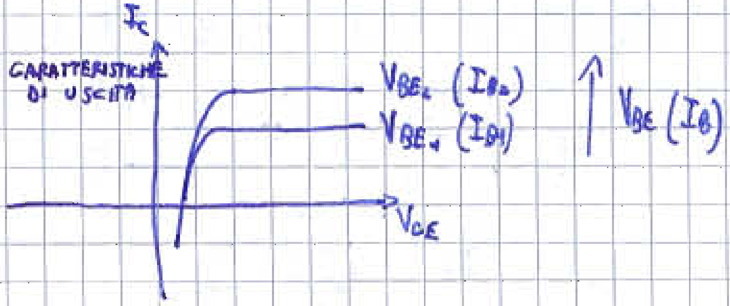


Famiglia di curve parametrizzate in V_{BE} che aumentano con l'aumentare di V_{BE}. $I_C \uparrow \Leftrightarrow V_{BE} \uparrow$

$V_{BE2} > V_{BE1}$

$$I_B = \underbrace{(1-\alpha_F) I_{ES}}_{I_{BES}} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1\right) + \underbrace{(1-\alpha_R) I_{CS}}_{I_{BCS}} \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1\right) = I_{BES}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1\right) + I_{BCS}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1\right)$$





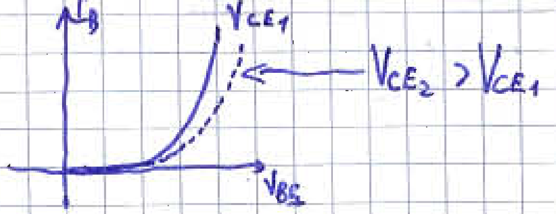
$V_{BC} = V_{BE} - V_{CE} \overset{A.D.}{<} 0 \Rightarrow V_{CE} > V_{BE}$. Se $V_{CE} > V_\gamma$ sarò in A.D. approssimativamente.

$$I_B = (1-\alpha_F) I_{ES}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1\right) + (1-\alpha_R) I_{CS}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} e^{-\frac{V_{CE}}{V_T}} - 1\right)$$

↑ pesa il primo

AD $V_{BE}>0$

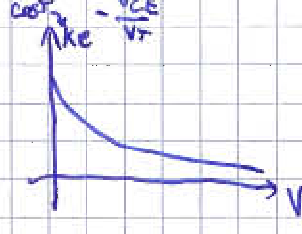
$V_{BC}<0 \Rightarrow V_{CE} > V_{BE} > 0$



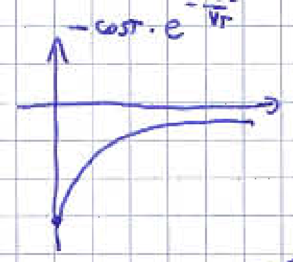
Diminuendo $V_{CE} = V_{BE} - V_{BC}$, dato che V_{BE} è fissato, significa che V_{BC} aumenta fino ad essere positivo (saturazione). Pertanto, $e^{\frac{V_{BC}}{V_T}}$ non è più trascurabile e I_C diminuisce.

$$I_C = \alpha_F I_{ES}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1\right) - I_{CS}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \cdot e^{-\frac{V_{CE}}{V_T}} - 1\right)$$

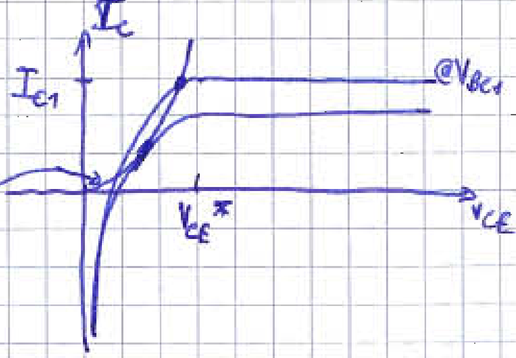
$$I_C\Big|_{V_{BE}=V_{BE1}} = \alpha_F I_{ES}\left(e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}} - 1\right) - I_{CS}\left(e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}} e^{-\frac{V_{CE}}{V_T}} - 1\right)$$



$\Rightarrow$



$\Rightarrow$



$$I_C\Big|_{V_{BC}=0} = \alpha_F I_{ES}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}-1\right) \quad \text{ma } \underset{\substack{\uparrow \\ \text{se } V_{BC}=0}}{V_{BE}=V_{CE}}$$

Trovo il valore di V_{CE} tale che $I_C=0$

$$V_{CE}=V_{BE}-V_{BC} \rightarrow V_{BC}=V_{BE}-V_{CE}$$

$$I_C=\alpha_F I_{ES}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}-1\right)-I_{CS}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}e^{-\frac{V_{CE}}{V_T}}-1\right)=0$$

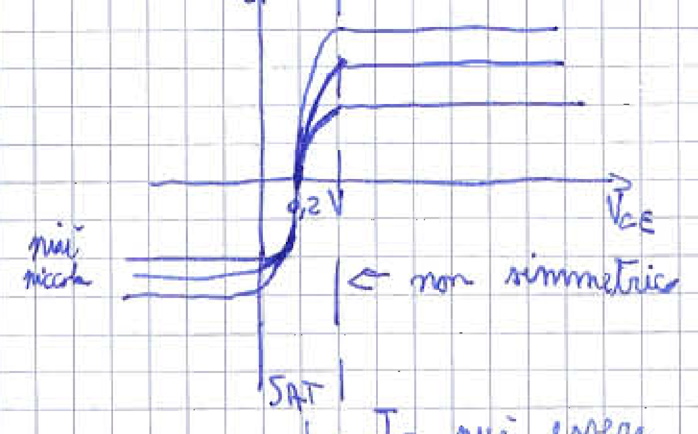
$$\alpha_F I_{ES}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}-1\right)=I_{CS}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}e^{-\frac{V_{CE}}{V_T}}-1\right)$$

$$\frac{\alpha_F I_{ES}}{I_{CS}}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}-1\right)+1=e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}e^{-\frac{V_{CE}}{V_T}} \Rightarrow e^{\frac{V_{CE}}{V_T}}=\frac{e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}}{\frac{\alpha_F I_{ES}}{I_{CS}}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}-1\right)+1}$$

Essendo $V_{BE}>0$, trascuro il -1 e il $+1$ perché $e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \gg 0$

$$\Rightarrow e^{\frac{V_{CE}}{V_T}}=\frac{I_{CS}}{\alpha_F I_{ES}} \Rightarrow V_{CE}=V_T \cdot \ln\underbrace{\left(\frac{I_{CS}}{\alpha_F I_{ES}}\right)}_{\text{caratteristiche del bipolare}} \quad \left\{\begin{array}{l} V_{BE}>0 \\ V_{BC}>0 \end{array}\right. \text{SAT}$$

Di norma $V_{CE}\Big|_{I_C=0}=V_{CE_{SAT}} \simeq 0{,}2\,V$



$I_E=-\beta_R I_B$

$I_C=-(\beta_R+1)I_B$

↳ I_C può essere negativa !!!

INVERSA

$V_{BE}<0 \quad V_{BC}>0$

$\Downarrow$

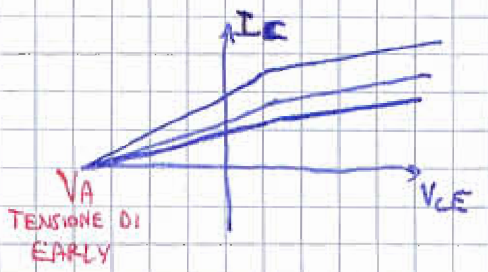
$V_{CE}=V_{BE}-V_{BC}<0$

$$I_C=\alpha_F I_{ES}\left(e^{\overset{\text{trascuro}}{\frac{V_{BE}}{V_T}}}-1\right)-I_{CS}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}}\overset{\text{trascuro}}{-1}\right)$$

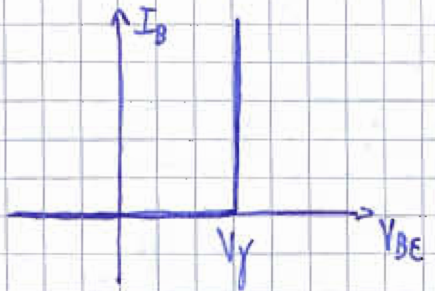
$$I_B=(1-\alpha_F)I_{ES}\left(\underset{\text{trascuro}}{e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}-1}\right)+(1-\alpha_R)I_{CS}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}}\underset{\text{trascuro}}{-1}\right)$$

$$I_C=-\alpha_F I_{ES}-I_{CS}\,e^{\frac{V_{BC}}{V_T}}<0 \qquad I_B=-(1-\alpha_F)I_{ES}+(1-\alpha_R)I_{CS}\,e^{\frac{V_{BC}}{V_T}}$$

In realtà, all'aumentare della V_{CE}, I_C aumenta leggermente perché la regione svuotata tra base e collettore aumenta.

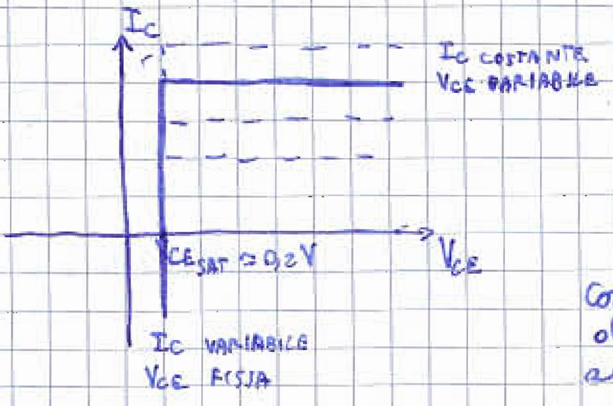


MODELLO A SOGLIA DEL BJT



$I_B=0$ se $V_{BE}<V_\gamma$

$I_B>0$ se $V_{BE}=V_\gamma$



A.D.

$I_C>0$

$I_C=\beta_F I_B$

$V_{CE}>V_{CE_{SAT}}$

condizione di accensione $\left\|\begin{array}{l} V_{BE}=V_\gamma \\ I_B>0 \end{array}\right.$

SAT

$V_{CE}=V_{CE_{SAT}}$

$I_C<\beta_F I_B$

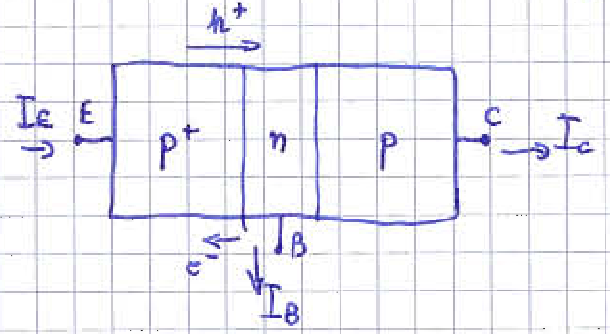
$\left\|\begin{array}{l} V_{BE}=V_\gamma \\ I_B>0 \end{array}\right.$

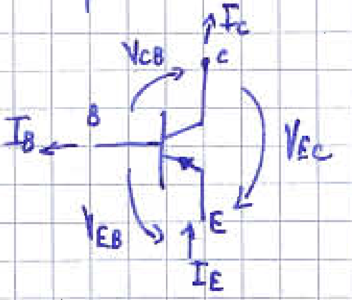
OFF

$V_{BE}<V_\gamma$

$I_B=I_C=I_E=0$

TRANSISTORE p - n - p





L'emettitore inietta in base tante lacune. La base cede elettroni all'emettitore. È in diretta se $p^+ > n$

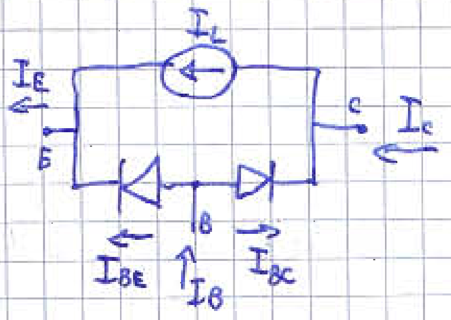
24/03/09

$$I_C = \alpha_F I_{ES}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}-1\right) - I_{CS}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}}-1\right) \overset{A.D.}{\simeq} \alpha_F I_{ES}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}-1\right)$$

$$I_B = \underbrace{\overbrace{(1-\alpha_F) I_{ES}}^{I_{BES}}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}-1\right)}_{I_{BE}} + \underbrace{\overbrace{(1-\alpha_R) I_{CS}}^{I_{BCS}}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}}-1\right)}_{I_{BC}} \simeq (1-\alpha_F) I_{ES}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}-1\right)$$

$$\frac{I_C}{I_B} = \frac{\alpha_F \cancel{I_{ES}}\cancel{\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}-1\right)}}{(1-\alpha_F)\cancel{I_{ES}}\cancel{\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}-1\right)}} = \frac{\alpha_F}{1-\alpha_F} \triangleq \beta_F$$

2° RAPPRESENTAZIONE DEL MODELLO DI EBERS & MOLL



$$I_C = I_L - I_{BC}$$

$$\Updownarrow$$

$$I_L = I_C + I_{BC} = \alpha_F I_{ES}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}-1\right) - I_{CS}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}}-1\right) +$$

$$+ (1-\alpha_R) I_{CS}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}}-1\right) =$$

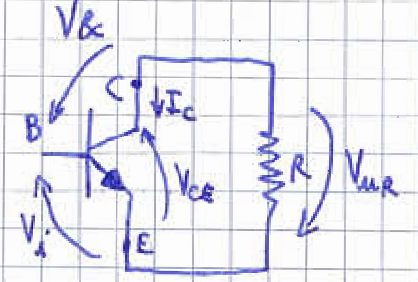
$$\Rightarrow \boxed{I_L} = \alpha_F I_{ES}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}-1\right) - \alpha_R I_{CS}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}}-1\right) =$$

$$= \alpha_F \cdot \frac{1-\alpha_F}{1-\alpha_F} I_{ES}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}-1\right) - \alpha_R \cdot \frac{1-\alpha_R}{1-\alpha_R}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}}-1\right) I_{CS} =$$

β_F I_{BE} β_R I_{BC}

$$\boxed{= \beta_F \cdot I_{BE} - \beta_R I_{BC}}$$

CIRCUITI



Polarizzo in A.D.

$V_{UR} = +R \cdot I_c$

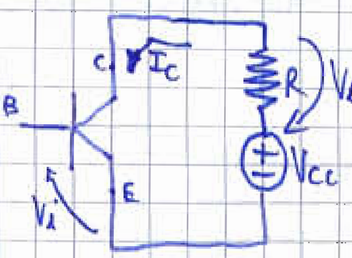
$V_{CE} = -V_{UR}$

$V_{BE} = V_i > 0$

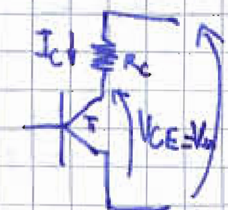
$V_{BC} = V_i - V_{CE} < 0$ $\Rightarrow V_{CE} > V_i > 0$

$V_{CE} = -V_{UR}$ ma V_{UR} è positiva per come l'ho considerata ($I_C > 0$ in AD) quindi $V_{CE} < 0$ che va contro la condizione di A.D.

⇒ questo circuito non può fare da amplificatore.

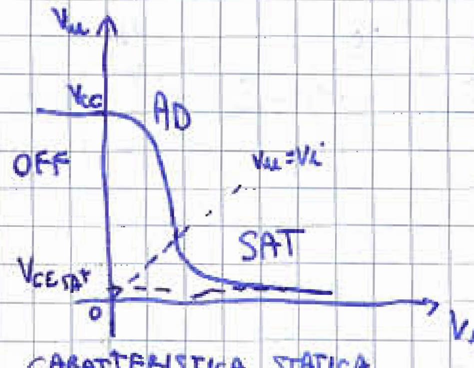


⇒



Cerco di alzare il potenziale del collettore

$V_{CE} = V_{CC} - R \cdot I_C$ e quindi può essere >0 perchè V_{CC} tiene su il potenziale.



CARATTERISTICA STATICA

1 | T OFF

$V_i < 0 \rightarrow \begin{cases} I_B = 0 \\ I_C = 0 \\ I_E = 0 \end{cases} \rightarrow V_u = V_{CE} = V_{CC} - R_c \underset{0}{I_c} = V_{CC}$

2 | AD

$V_i > 0$ $\quad V_u = V_{CC} - R_c I_c = V_{CC} - R_c \left[\alpha_F I_{ES} \left(e^{\frac{V_{BE}=V_i}{V_T}} - 1\right)\right]$

3 | SAT

$V_{BC} > 0 \rightarrow V_i - V_u > 0 \rightarrow V_i > V_u$

$I_C = \alpha_F I_{ES} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1\right) - I_{CS} \left(e^{\frac{V_i - V_u}{V_T}} - 1\right)$ $\quad V_u = V_{CC} - R_c \cdot I_C$

Per usarlo come amplificatore, devo lavorare in A.D.
Per usarlo come interruttore, lavoro in saturazione (interruttore chiuso) o in OFF (aperto).

$$A_v = \frac{dV_u}{dV_i} = \text{GUADAGNO IN TENSIONE} = -R\alpha_F I_{ES}\left(e^{\frac{V_i}{V_T}}\right)\cdot\frac{1}{V_T} \simeq \underset{\uparrow}{-}\frac{R}{V_T}\cdot I_C$$

Questo dimostra che il circuito è un AMPLIFICATORE INVERTENTE

QUAL È IL MASSIMO A_V OTTENIBILE?

AD: $V_i > 0$

$V_{BC} < 0 \Rightarrow V_{CC} - R I_C > V_{CESAT} \Rightarrow I_C < \frac{V_{CC} - V_{CESAT}}{R}$

$V_{CE} > V_{CESAT}$

$V_U \swarrow$

$$\text{ma } I_C = \frac{|A_V|}{R}\cdot V_T$$

$$\frac{|A_V|}{\cancel{R}}\cdot V_T < \frac{V_{CC} - V_{CESAT}}{\cancel{R}} \Rightarrow |A_V| < \frac{V_{CC} - V_{CESAT}}{V_T} = \frac{5V - 0{,}2V}{25\cdot 10^{-3}V} = \underline{\underline{192}}$$

25/03/09

$\boxed{4}$ INVERSA

$V_{BE} < 0 \Leftrightarrow V_i < 0$

$V_{BC} > 0 \Leftrightarrow V_i - V_u > 0 \Leftrightarrow V_i > V_u$ $\quad\Rightarrow V_u < V_i < 0$

$I_c < 0$

$V_u = \underset{>0}{\underset{\uparrow}{V_{CC}}} - \underset{>0}{\underset{\uparrow}{R}} \cdot \underset{<0}{\underset{\uparrow}{I_c}} > 0$ ma per funzionare in inversa $V_u < 0$

$\Rightarrow$ assurdo $\qquad I_c$ deve essere <0 in inversa

Il transistore in quel circuito può lavorare solo in 3 regioni:

$\boxed{AD}$

$V_{BE} > 0 \rightarrow V_i > 0$

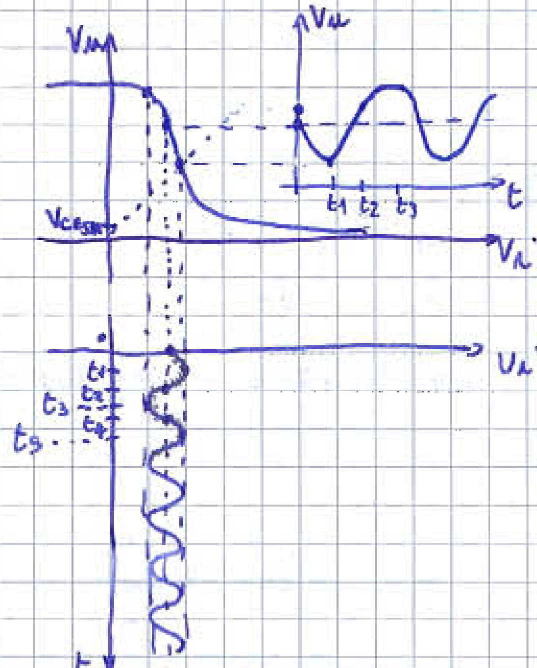
$V_{BC} < 0 \rightarrow V_i - V_u < 0 \rightarrow V_u > V_i$

$i_B = i_i$

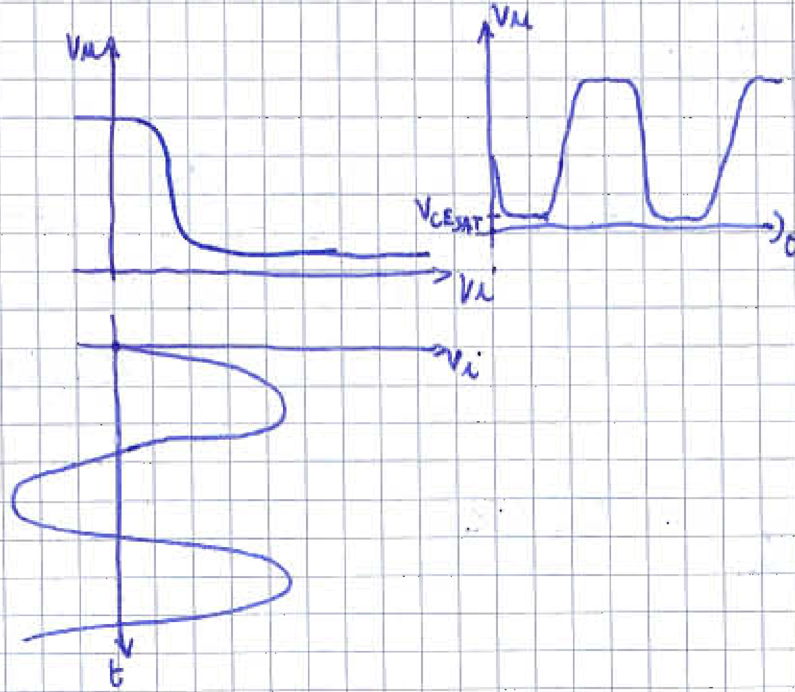
$i_C = i_u$

ma $i_C = \beta_F i_B \Rightarrow i_U = \beta_F \cdot i_i \rightarrow i_u > i_i$

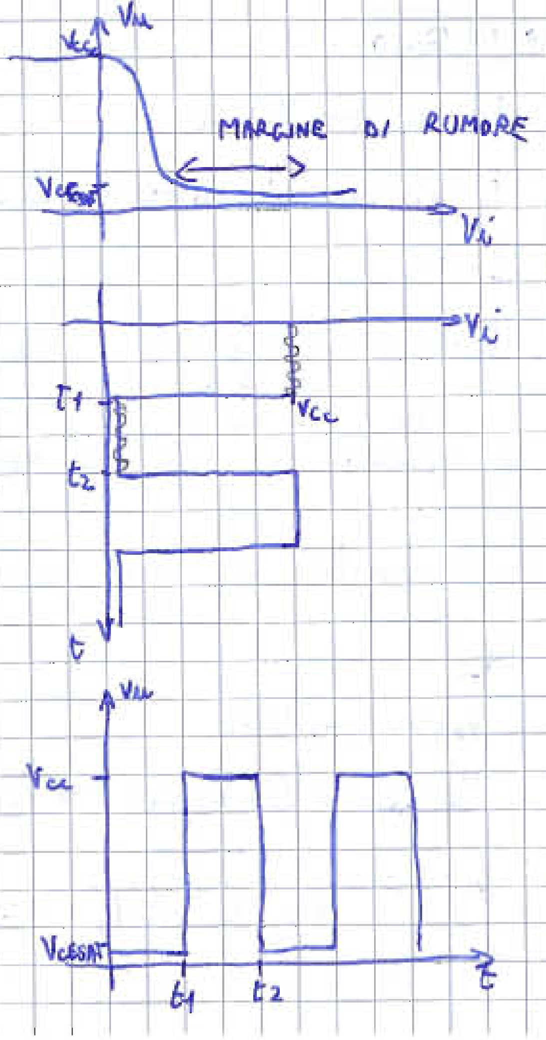
$P_u = V_u \cdot I_u > P_i = V_i \cdot I_i$ è anche AMPLIFICATORE DI POTENZA.



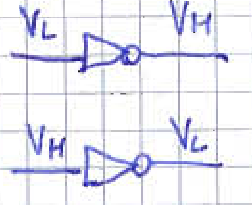
Prendo V_i variabile nel tempo, facendolo stare nel range che permette al transistor di essere in AD. Vedo quindi che in uscita ho una sinusoide invertita.



Se prendessi una sinusoide più ampia, vedrei un segnale distorto in uscita.



Provo ora a mettere un'onda quadra in ingresso in modo che il transistor si trovi o in saturazione o in OFF. La rete funziona bene come invertitore logico



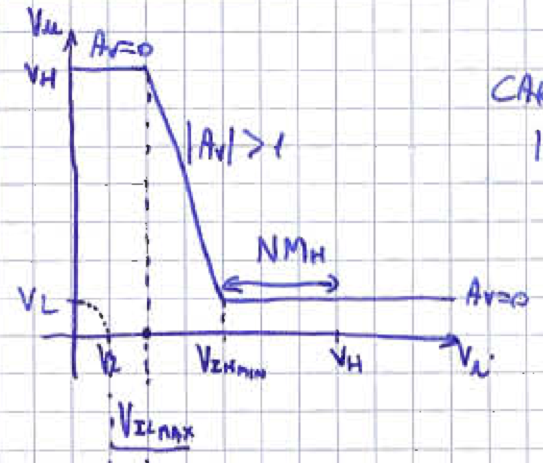
$V_H = V_{CC}$ in questo caso

$V_L = V_{CE\_SAT}$

Se fosse presente rumore, in A.D. amplifico sia il segnale che il rumore, mentre in OFF e SAT, con guadagno ≃0, il rumore viene attenuato.

Questa è la grossa differenza tra lavorare con segnali analogici e lavorare con segnali digitali.

SWING LOGICO $= V_H - V_L =$ ESCURSIONE LOGICA   più è alto, più riesco a evitare i rumori

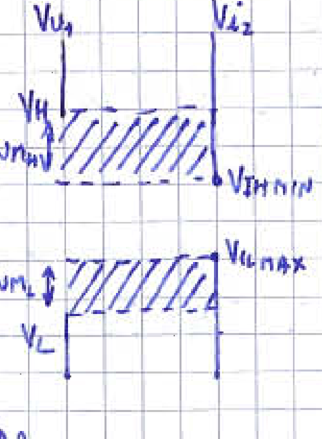


CARATTERISTICA IDEALE

NM_L → NOISE MARGIN (margine d'immunità ai disturbi)
↑ relativo all'ingresso basso

NM_H → NOISE MARGIN relativo all'ingresso alto $\triangleq V_H - V_{IH_{MIN}}$

NM_L → NOISE MARGIN relativo all'ingresso basso $\triangleq V_{IL_{MAX}} - V_L$



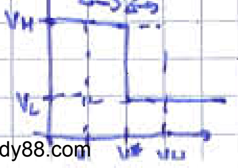
▨ regione sicura

$$NM = \min\left[NM_L, NM_H\right]$$

Mi interessa che le regioni sicure siano più larghe possibili, quindi considero il più piccolo come NOISE MARGIN

Il caso migliore lo avrò con $NM_H = NM_L$

$V_H - V^* = V^* - V_L$ $2V^* = V_H + V_L$ $V^* = \dfrac{V_H + V_L}{2}$

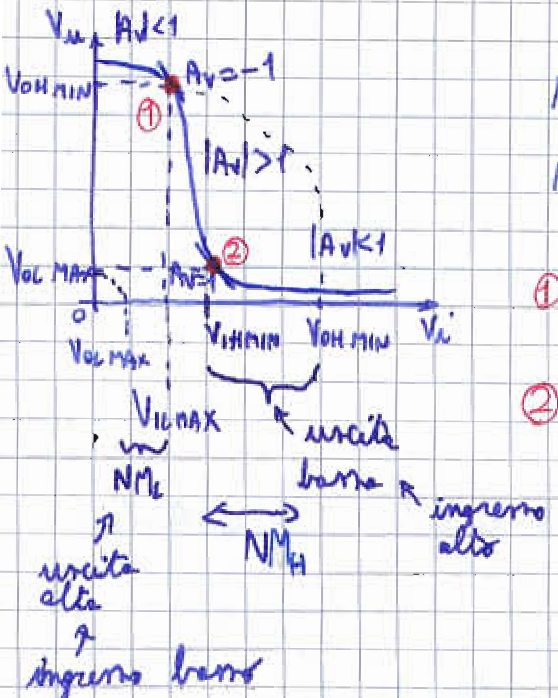


Ovviamente i margini devono essere positivi:

$$NM_L = V_{IL\,MAX} - V_L > 0$$
$$NM_H = V_H - V_{H\,MIN} > 0 \Rightarrow NM_L + NM_H > 0 \Rightarrow V_{IL\,MAX} - V_L + V_H - V_{IH\,MIN} > 0$$

$$\Rightarrow V_H - V_L > V_{IH\,MIN} - V_{IL\,MAX} > 0 \Rightarrow \frac{V_H - V_L}{V_{IH\,MIN} - V_{IL\,MAX}} > 1 \qquad \left|\frac{\Delta V_u}{\Delta V_i}\right| > 1$$ GUADAGNO

⇒ il guadagno deve essere maggiore di 1



$$NM_L = V_{IL\,MAX} - V_{OL\,MAX}$$
$$MM_H = V_{OH\,MIN} - V_{IH\,MIN}$$

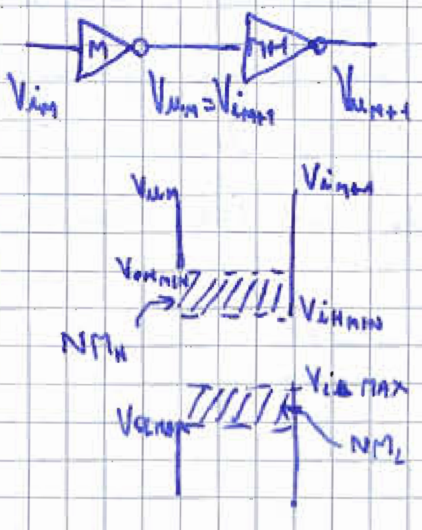
① $(V_{IL\,MAX}, V_{OH\,MIN})$

② $(V_{IH\,MIN}, V_{OL\,MAX})$

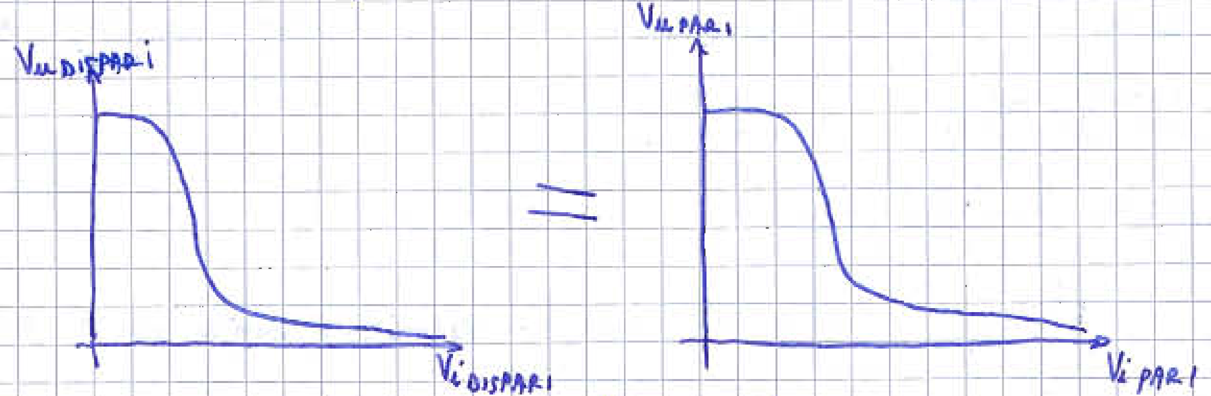
30/03/05

Se il rumore sposta il segnale in ingresso nella zona compresa tra $V_{IL\,MAX}$ e $V_{IH\,MIN}$, non so cosa uscirà.

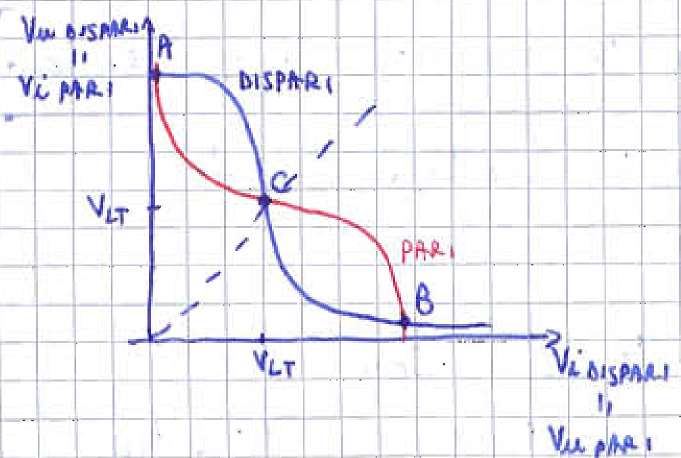
Considero il NOISE MARGIN più stringente: $NM = \min\{NM_L, NM_H\}$



Il rumore può spostare l'ingresso entro NM_H altrimenti sono nei guai. Lo stesso vale per il caso basso.



Ma $V_{u\,DISPARI} = V_{i\,PARI}$ e $V_{u\,PARI} = V_{i\,DISPARI}$



A, B corrispondono al funzionamento nominale del gate

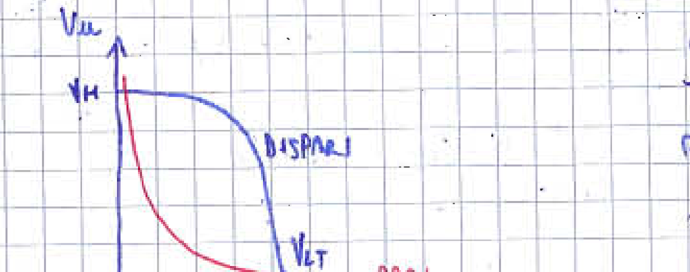
⇒ PUNTI DI LAVORO NOMINALI

A (V_L, V_H) B (V_H, V_L)

C → ingresso e uscita sono uguali → SOGLIA LOGICA

V_{LT} → logic threshold → $V_i = V_u$ → tensione di autopolarizzazione ⇒ punto di equilibrio instabile.

PROPRIETÀ RIGENERATIVA



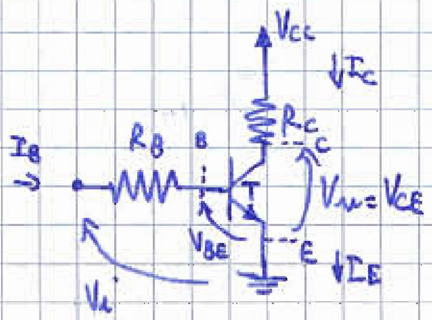
Se dopo tante inversioni cado nella regione ambigua a causa del rumore, nelle successive inversioni la porta mi riporterà nei valori nominali dop un numero pari di inversioni.

Se il mio ingresso sta a destra di V_{LT}, mi riporto a un ingresso alto; viceversa, se $V_{i1} < V_{LT}$ mi riporto a ingresso basso.

La capacità della porta di rigenerare il segnale è legata al fatto che nella zona centrale il guadagno è, in modulo, maggiore di 1.

INVERTER RTL

RTL → Resistor Transistor Logic



Uso il modello regionale a soglia per il BJT

OFF	$V_{BE} < V_\gamma \quad I_B = I_C = I_E = 0$
AD	$V_{BE} = V_\gamma \quad I_C = \beta_F \cdot I_B \quad I_C > 0 \quad V_{CE} > V_{CE_{SAT}}$
SAT	$V_{BE} = V_\gamma \quad V_{CE} = V_{CE_{SAT}} \quad I_C < \beta_F \cdot I_B$

$R_C = 1\,K\Omega$

$R_B = 10\,k\Omega$

$V_{CC} = 5V$

$\beta_F = 100$

$V_{CE_{SAT}} = 0{,}2\,V$

$V_\gamma = 0{,}75\,V$

1) Ricavare caratteristica statica di trasferimento

2) Ricavare i margini dei disturbi

$0 \leq V_i \leq V_{CC}$

1) T OFF $\quad V_{BE} < V_\gamma \quad I_B = I_C = I_E = 0$

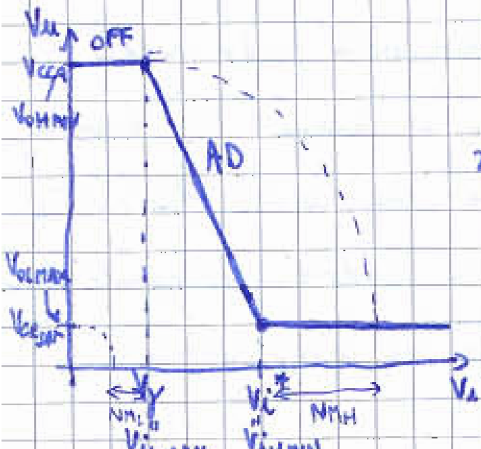
$$I_B = \frac{V_i - V_{BE}}{R_B} = 0 \qquad I_C = \frac{V_{CC} - V_u}{R_C} = 0 \qquad \begin{matrix} V_i = V_{BE} \\ V_{CC} = V_u \end{matrix}$$

$\overset{T_{OFF}}{\hookrightarrow} \boxed{V_i < V_\gamma}$ e $V_u = V_{CC}$

2) T in A.D. $\quad V_i > V_\gamma \quad V_{BE} = V_\gamma$

$$I_B = \frac{V_i - V_{BE}}{R_B} = \frac{V_i - V_\gamma}{R_B} \qquad I_C = I_B \cdot \beta_F = \beta_F \cdot \frac{V_i - V_\gamma}{R_B}$$

$$\text{ma } I_C = \frac{V_{CC} - V_u}{R_C} \longrightarrow \beta_F \cdot \frac{V_i - V_\gamma}{R_B} = \frac{V_{CC} - V_u}{R_C}$$



$$-\frac{R_C}{R_B} \cdot \beta_F \cdot (V_i - V_\gamma) + V_{CC} = V_u \qquad V_u = V_{CC} + V_\gamma \beta_F \frac{R_C}{R_B} - \beta_F \frac{R_C}{R_B} V_i$$

Infatti per $V_i = V_\gamma$, $V_u = V_{CC}$.

$$A_v = \frac{dV_u}{dV_i} = -\beta_F \frac{R_C}{R_B} = -10$$

3) T SAT 〃 V_u

$$I_C = \frac{V_{CC} - V_{CEsat}}{R_C} \quad \text{ma} \quad I_C < \beta_F I_B \qquad \frac{V_{CC} - V_{CEsat}}{R_C} < \beta_F \cdot \frac{V_i - V_\gamma}{R_B}$$

$$V_i > \underbrace{\frac{R_B}{R_C}\,\frac{(V_{CC} - V_{CEsat})}{\beta_F} + V_\gamma}_{\longrightarrow V_i^*} \qquad V_i^* = 1{,}23\,V \qquad V_u = V_{CE} \underset{SAT}{=} V_{CEsat} = 0{,}2\,V$$

entro in saturazione

OFF $V_i < V_\gamma$

AD $V_\gamma < V_i < V_i^*$

SAT $V_i > V_i^*$

Per calcolare i margini, non ho punti a guadagno $= -1$, ma punti angolosi (2). Devo considerare i punti in cui si passa da regioni a guadagno <1 a regioni a guadagno >1.

$$NM_L = V_{IL\,MAX} - V_{OL\,MAX} = V_\gamma - V_{CEsat} = 0{,}75 - 0{,}2 = 0{,}55\,V$$

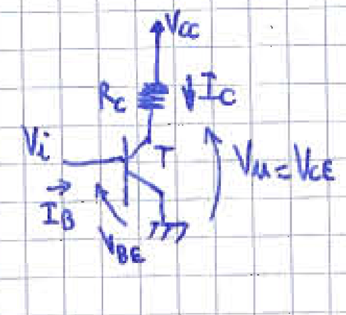
$$NM_H = V_{OH\,MIN} - V_{IH\,MIN} = V_{CC} - V_i^* = 5 - 1{,}23 = 3{,}77\,V$$

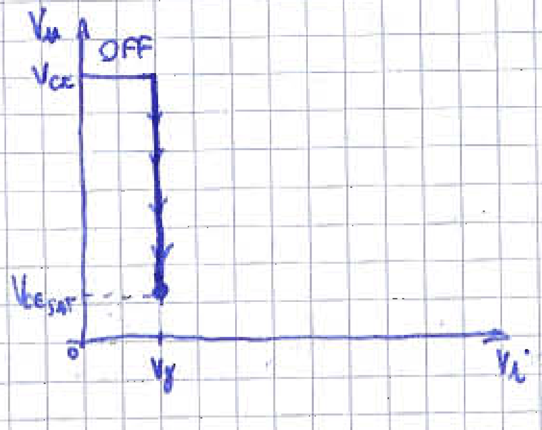
$$NM = \min(NM_L, NM_H) = 0{,}55\,V$$

Anche modificando A_V aumentando il rapporto $\frac{R_C}{R_B}$, il margine non cambierebbe perchè modificherei solo il margine NM_H, che non è il minore dei due e quindi non influenza NM.

CRITERIO DI AFFIDABILITÀ DEL MODELLO A SOGLIA

Emettitore comune





1) T_{OFF} $V_{BE} < V_\gamma \rightarrow V_i < V_\gamma$ $I_B = I_C = I_E = 0$

$$I_C = \frac{V_{cc} - V_u}{R_C} = 0 \qquad V_u = V_{cc}$$

2) T AD $V_i > V_\gamma$ ma il modello a soglia dice $V_{BE} = V_\gamma$ e $V_i = V_{BE}$

$\Rightarrow V_i = V_\gamma$.

La caratteristica sembrerebbe avere un guadagno infinito, irrealizzabile nella realtà!

3) T. SAT. $V_i = V_\gamma$ (modello a soglia) ma $V_u = V_{CE} = V_{CE_{SAT}}$, quindi la regione di saturazione sarebbe un punto!

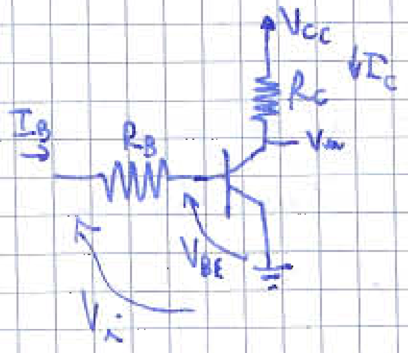
Avrei correnti molto grandi che mi distruggerebbero il dispositivo.

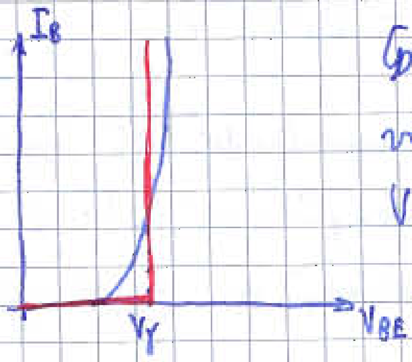
Il modello a soglia si dimostra inadeguato

1) in AD il guadagno non può essere ∞

2) in SAT otterremmo correnti troppo elevate.

Riconsidero l'RTL





Con variazioni di I_B ho piccole variazioni di V_{BE} intorno a V_γ trascurabili $\Rightarrow$ posso usare il modello a soglia

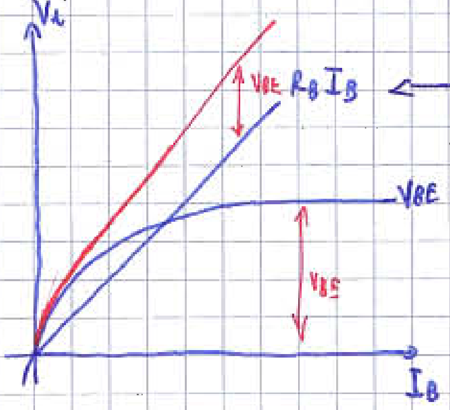
AD.

$$I_B = \frac{V_i - V_{BE}}{R_B}$$

$$\left.\begin{array}{l} I_C = \overset{\alpha_F I_{ES}}{\widetilde{I_S}}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1\right) \\ I_C = \beta_F \cdot I_B \end{array}\right\} I_S\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1\right) = \beta_F \cdot I_B$$

$$e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} = \frac{\beta_F \cdot I_B}{I_S} + 1 \longrightarrow V_{BE} = V_T \cdot \ln\left(\frac{\beta_F \cdot I_B}{I_S} + 1\right)$$

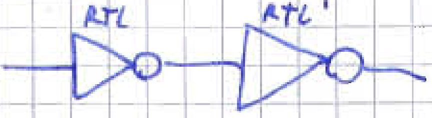
$$V_i = R_B I_B + V_{BE} = R_B I_B + V_T \ln\left(\frac{\beta_F I_B}{I_S} + 1\right)$$

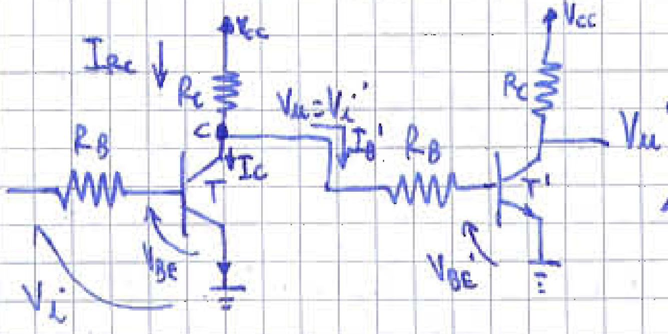


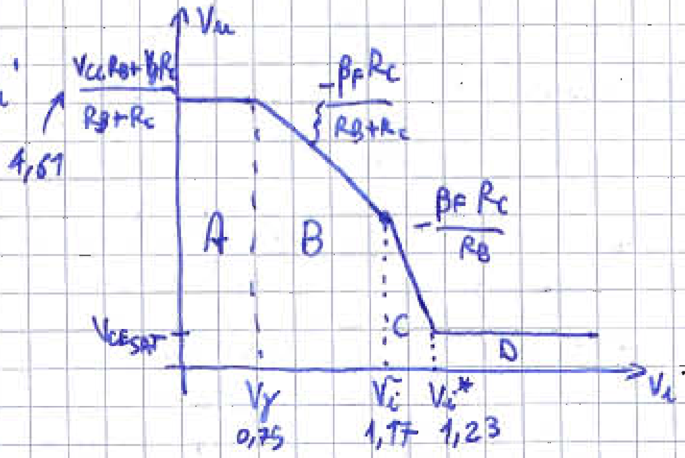
← assorbe le variazioni di V_i. In pratica, variando V_i varia $R_B I_B$ e non V_{BE}, che rimane quasi costante.

Il modello a soglia è applicabile solo se c'è una resistenza sulla maglia d'ingresso (o sulla base o sull'emettitore) che assorbe le variazioni di V_i.

RTL IN CASCATA







1) T OFF

$V_{BE} < V_\gamma$ $\quad I_B = I_C = I_E = 0$

$I_B = \frac{V_i - V_{BE}}{R_B} = 0 \rightarrow V_i = V_{BE} < V_\gamma$ $\qquad I_{RC} = I_C + I_B'$ ma $I_C = 0$

⇓

$I_{RC} = I_B'$

$I_{RC} = \frac{V_{CC} - V_u}{R_C}$ Per sapere quanto vale I_B' mi serve sapere se il BJT a valle è acceso o spento.

Se T' ON, $V_{BE}' = V_\gamma$ e $I_B' = \frac{V_u - V_\gamma}{R_B}$; $\quad \frac{V_u - V_\gamma}{R_B} = \frac{V_{CC} - V_u}{R_C}$

$V_u \cdot R_C - V_\gamma \cdot R_C = V_{CC} \cdot R_B - V_u R_B$ $\quad V_u(R_C + R_B) = V_{CC} \cdot R_B + V_\gamma \cdot R_C$ $\quad V_u = \frac{V_{CC} R_B + V_\gamma R_C}{R_C + R_B}$

partitore ↗

Se avessi supposto T' OFF:

$$V_{BE}' < V_\gamma \qquad I_B' = I_C' = I_E' = 0 \qquad \text{ma} \quad I_B' = \frac{V_u - V_{BE}'}{R_B} = 0 \quad \text{da cui} \quad V_u = V_{BE} < V_\gamma$$

$$I_{RC} = \underset{\substack{\uparrow \\ =0 \text{ perché} \\ T\ OFF}}{I_C} + \underset{\substack{\nwarrow \\ =0 \text{ per Hp}}}{I_B'} = 0 = \frac{V_{CC} - V_u}{R_C} \rightarrow V_u = V_{CC} \text{ che non è } < V_\gamma \Rightarrow \text{È ASSURDO!!!}$$

2) T. AD

$$V_i > V_\gamma \qquad V_{BE} = V_\gamma \qquad I_C = \beta_F I_B > 0$$

T' era acceso e acceso rimarrà!!

$$I_{RC} = I_C + I_B' = \frac{V_{CC} - V_u}{R_C} \qquad \beta_F \cdot \frac{V_i - V_\gamma}{R_B} + \frac{V_u - V_\gamma}{R_B} = \frac{V_{CC} - V_u}{R_C}$$

$$V_u \rightarrow \frac{V_i' - V_\gamma}{R_B}$$

$$I_C = \beta_F \cdot I_B = \beta_F \cdot \frac{V_i - V_\gamma}{R_B} \qquad V_u \left(\frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_B} \right) = \frac{V_{CC}}{R_C} - \beta_F \frac{V_i - V_\gamma}{R_B} + \frac{V_\gamma}{R_B}$$

$$V_u \left(\frac{R_B + R_C}{\cancel{R_B R_C}} \right) = \frac{V_{CC} R_B - \beta_F (V_i - V_\gamma) R_C + V_\gamma R_C}{\cancel{R_B R_C}} \Rightarrow V_u = \frac{V_{CC} R_B + V_\gamma R_C (1+\beta_F)}{R_B + R_C} - \underbrace{\frac{\beta_F R_C}{R_B + R_C}}_{\text{guadagno diverso dal caso "a vuoto"}} V_i$$

Man mano che V_i cresce, V_u cala.

Al calare di V_u o T passa in saturazione o T' si spegne

$$\text{saturazione} \downarrow \; V_u = V_{CE_{SAT}} \qquad \text{si spegne} \downarrow \; V_u = V_\gamma \Leftarrow \text{avviene prima.}$$

$$V_\gamma > V_{CE_{SAT}}$$

T' OFF se $V_i > \tilde{V_i}$

$$V_u \Big|_{V_i = \tilde{V_i}} = V_\gamma = \frac{V_{CC} R_B + V_\gamma R_C (1+\beta_F)}{R_B + R_C} - \frac{\beta_F R_C}{R_B + R_C} \tilde{V_i}$$

$$\tilde{V_i} \simeq 1{,}17\,V$$

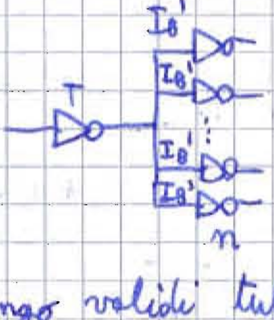
Se T' OFF è come se avessi T a vuoto.

	T	T'
A	OFF	ON
B	AD	ON
C	AD	OFF
D	SAT	OFF

FAN-IN → n° porte connesse all'ingresso

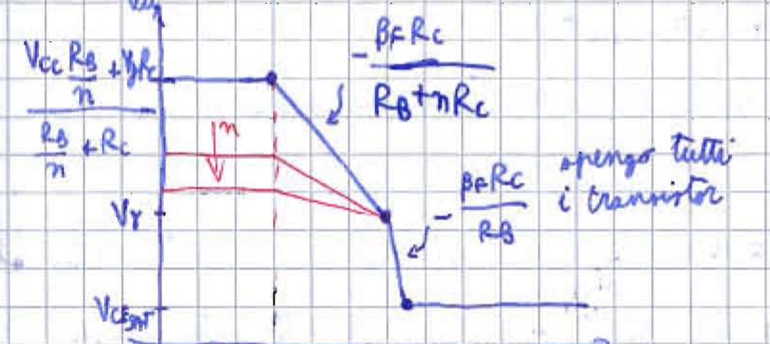
FAN-OUT → n° porte connesse all'uscita di un inverter

Se in uscita avessi n BJT connessi:



$$I_{RC} = \frac{V_{CC} - V_u}{R_C} = n I_B' = \frac{V_u - V_\gamma}{\frac{R_B}{n}}$$

Tengo validi tutti i risultati considerando al posto di R_B, $\frac{R_B}{n}$.



$NM_L = V_{IL_{MAX}} - V_{OL_{MAX}} = V_\gamma - V_{CE_{SAT}} = 0,55\,V = NM$ } RTL con 1 gate in uscita
$NM_H = V_{OH_{MIN}} - V_{IH_{MIN}} = 4,61 - 1,23 = 3,38\,V$

Il margine non cambia con un inverter in cascata

$NM_L = V_\gamma - V_{CE_{SAT}} = 0,55\,V$ } RTL con n gate in uscita
$NM_H = V_{OH_{MIN}} - V_{IH_{MIN}} = \frac{V_{CC} R_B + V_\gamma R_C n}{R_B + n R_C} = 1,23\,V$

Troppe porte porterebbero ad abbassare eccessivamente NM_H fino a farlo diventare $< NM_L$ abbassando quindi NM.

Qual è il n° max di porte che assicura che NM > 0,5V ? $n < 33,3$

$n_{MAX} = 33$ gate.

31/03/09

$I_{RC} = I_C + n \cdot I_B$ $\quad \frac{V_{CC} - V_u}{R_C} = \beta_F \cdot I_B + n \cdot \underbrace{\frac{V_u - V_\gamma}{R_B}} \underset{I_B = \frac{V_i - V_\gamma}{R_B}}{\equiv} \beta_F \cdot \frac{V_i - V_\gamma}{R_B} + n \frac{V_u - V_\gamma}{R_B}$

corrente che entra nella base di ciascun transistore a valle

Calcolo il guadagno derivando ambo i membri

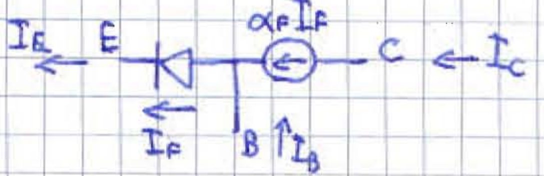
$$A_v = \frac{dV_u}{dV_i} \Rightarrow -\frac{dV_u}{dV_i} \cdot \frac{1}{R_C} = \frac{\beta_F}{R_B} \cdot 1 + n \frac{dV_u}{dV_i} \cdot \frac{1}{R_B}$$

$$-\frac{\beta_F}{R_B} = \left(\frac{n}{R_B} + \frac{1}{R_C} \right) A_v \qquad \frac{-\beta_F}{\cancel{R_B}} = \frac{nR_C + R_B}{\cancel{R_B} R_C} \cdot A_v \Rightarrow A_v = -\frac{\beta_F \cdot R_C}{R_B + nR_C}$$

COMPORTAMENTO DINAMICO DEI BJT

MODELLO A CONTROLLO DI CARICA DEL BJT

Considero il modello di Ebers & Moll in attiva diretta

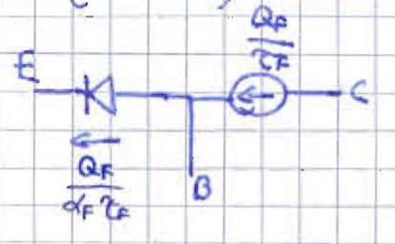


Q_F → carica che genera la corrente I_C, al momento in base

$= Q_{F0}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1\right)$

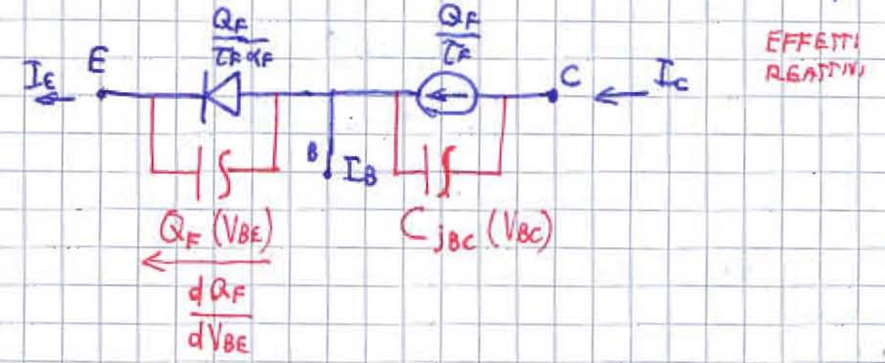
$I_C = \frac{Q_F}{\tau_F}$ come avveniva nel diodo $\qquad \tau_F$ → tempo di transito degli elettroni in base

$I_F = I_{ES}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1\right)$ ma $I_C = \alpha_F I_F$, quindi $I_F = \frac{Q_F}{\alpha_F \cdot \tau_F}$

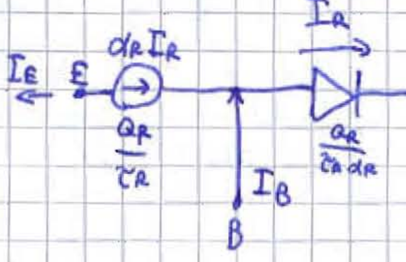


Siccome ho carica sia in B che in E ma non voglio cambiare Q_F,

τ_F diventa una caratteristica che uso per considerare tutte le caric



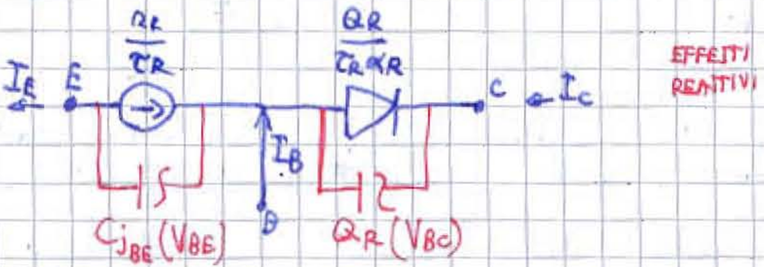
INVERSA

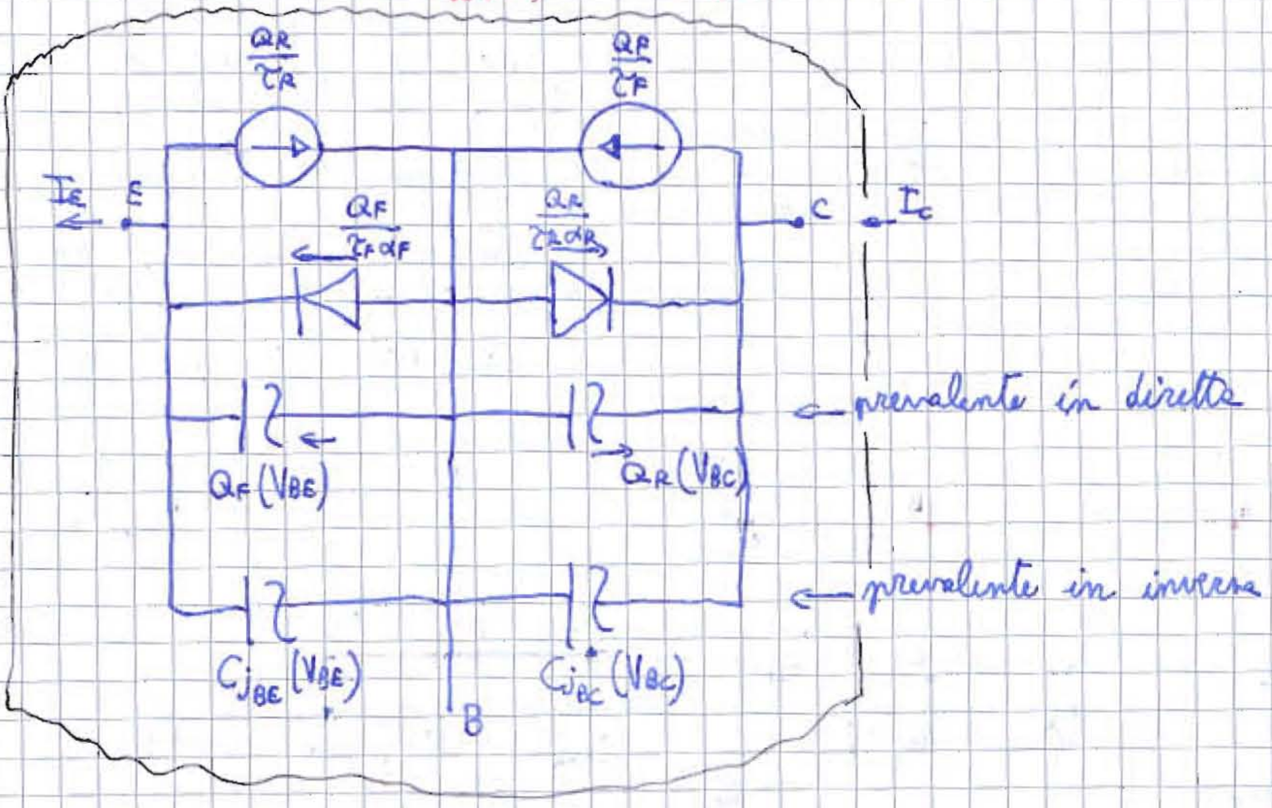


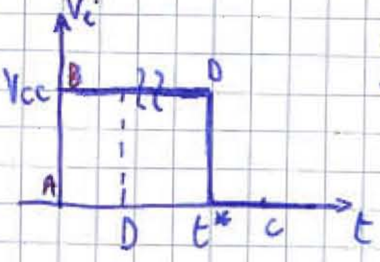
$$I_R = \left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1\right) I_{CS}$$

$$\alpha_R I_R = \frac{Q_R}{\tau_R} \qquad I_R = \frac{Q_R}{\tau_R \alpha_R} \qquad Q_R = Q_{R0}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1\right)$$

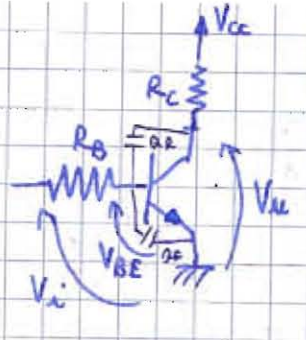
$$I_E = \overset{\text{uscente}}{-} \frac{Q_R}{\tau_R}$$



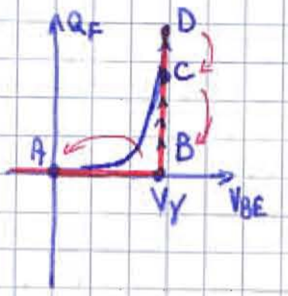


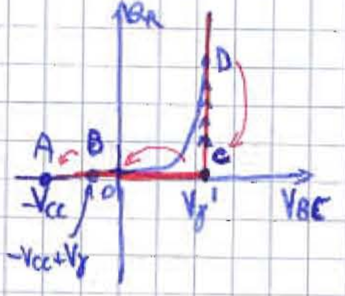


Studio i transitori



Uso il modello a soglia per Q_F e Q_R





$V_\gamma' < V_\gamma$

Trascuro C_j perché il modello dice che ho carica solo quando sono in diretta [$V_{BE} = V_\gamma$ e $V_{BC} = V_\gamma'$).

1) V_i $0 \rightarrow V_{CC}$

T OFF → SAT

2) V_i $V_{CC} \rightarrow 0$

T SAT → OFF

$$\overset{!}{\rightarrow} I_C = \frac{Q_F}{\tau_F} - \frac{Q_R}{\alpha_R \tau_R} - \frac{dQ_R}{dt}$$

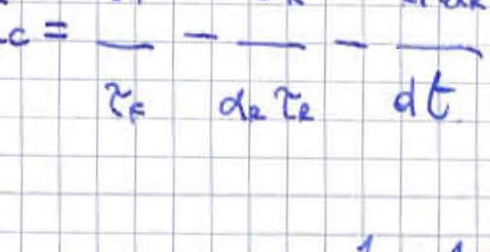
$$\overset{!}{\rightarrow} I_B = \frac{Q_R}{\alpha_R \tau_R} + \frac{Q_F}{\alpha_F \tau_F} - \frac{Q_F}{\tau_F} - \frac{Q_R}{\tau_R} + \overbrace{\frac{dQ_R}{dt} + \frac{dQ_F}{dt}}^{\text{corrente di spostamento}} =$$

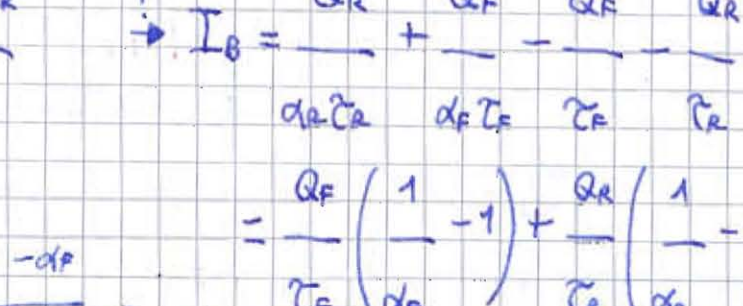
$$= \frac{Q_F}{\tau_F}\left(\frac{1}{\alpha_F} - 1\right) + \frac{Q_R}{\tau_R}\left(\frac{1}{\alpha_R} - 1\right) + \frac{dQ_R}{dt} + \frac{dQ_F}{dt} =$$

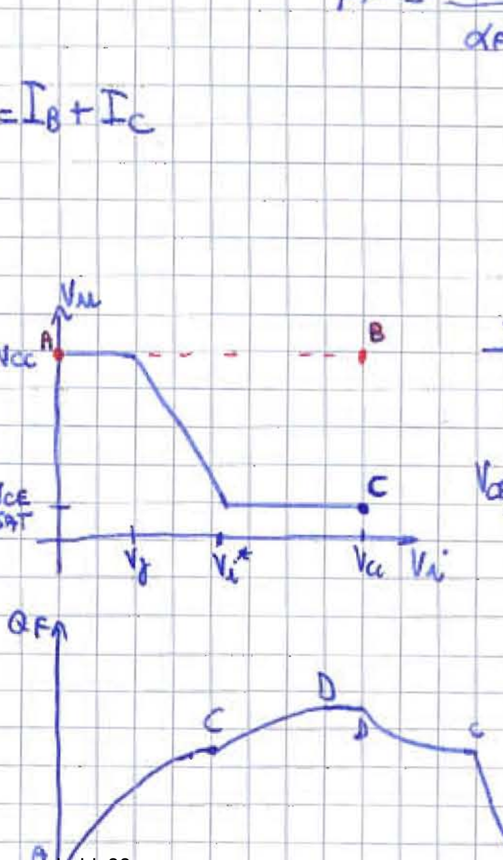
$$\frac{1}{\beta_F} = \frac{1-\alpha_F}{\alpha_F}$$

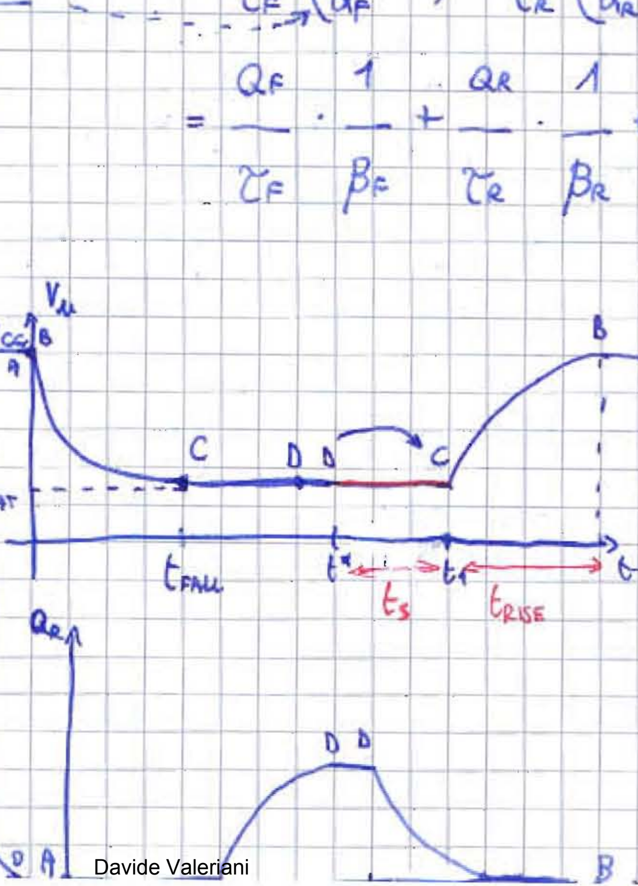
$$= \frac{Q_F}{\tau_F} \cdot \frac{1}{\beta_F} + \frac{Q_R}{\tau_R} \cdot \frac{1}{\beta_R} + \frac{dQ_R}{dt} + \frac{dQ_F}{dt}$$

$$\overset{!}{\rightarrow} I_E = I_B + I_C$$









$t<0$, $V_i = 0$ $\quad T_{OFF} \to I_B = I_C = I_E = 0$ Ⓐ

$$\underset{0}{I_B} = \underset{\Rightarrow 0}{\frac{Q_R}{\beta_R \tau_R}} + \frac{Q_F}{\beta_F \tau_F} + \underset{\Rightarrow 0}{\frac{dQ_R}{dt}} + \underset{=0}{\frac{dQ_F}{dt}} \Rightarrow Q_R = 0 = Q_F$$

regime stazionario

$$I_B = \frac{V_i - V_{BE}}{R_B} = 0 \Rightarrow V_i = V_{BE} = 0 \text{ perché } V_i = 0$$

$$V_{BC} = V_{BE} - V_{CE} = 0 - V_{CC}$$

$t = 0^+$ $\quad V_i = V_{CC}$ non sposto nessuna carica Ⓑ

$$V_{BE}(0^+) = V_\gamma \Rightarrow V_{BC}(0^+) = V_\gamma - V_{CC}$$

01/04/0

Non spendo niente a passare da $V_{BE} = 0$ a $V_{BE} = V_\gamma$ perché non muovo ca

$$Q_F(0^-) = Q_F(0^+) = 0$$

$t > 0$ $\quad V_{BE} = V_\gamma \quad V_{BC} < V_\gamma' \quad B \to C$

BE ON
BC OFF
$Q_R = 0$

$$I_C = \frac{Q_F}{\tau_F} \qquad I_B = \frac{Q_F}{\tau_F \beta_F} + \frac{dQ_F}{dt}$$

$$V_u = V_{CC} - R_C I_C \qquad I_B = \frac{V_i - V_{BE}}{R_B} = \frac{V_{CC} - V_\gamma}{R_B} = \text{COSTANTE}$$

$$\frac{Q_F}{\tau_F \beta_F} + \frac{dQ_F}{dt} = \frac{V_{CC} - V_\gamma}{R_B} \qquad Q_F(t) = A e^{-t/\tau_F \beta_F} + B$$

trovo A e B

$$Q_F(0) = A + B = 0$$

$$Q_F(\infty) = B = \tau_F \beta_F \cdot \frac{V_{CC} - V_\gamma}{R_B}$$ perché a ∞ i transitori sono esauriti $\frac{dQ_F}{dt} = 0$

$$Q_F(t) = \tau_F \beta_F \cdot \frac{V_{CC} - V_\gamma}{R_B} \left(1 - e^{-\frac{t}{\beta_F \tau_F}}\right) \qquad V_u(t) = V_{CC} - R_C \frac{Q_F}{\tau_F} = V_{CC} - R_C \beta_F \frac{V_{CC} - V_\gamma}{R_B} (1 - e$$

t_{FALL} → tempo che l'uscita impiega per passare dal valore alto al valore basso $= t_{HL} = t_{d_{HL}}$

$$V_u(t)\Big|_{t=t_{FALL}} = V_{CE_{SAT}} = V_{CC} - \frac{R_C\beta_F}{R_B}\left(V_{CC}-V_\gamma\right)\left(1-e^{-\frac{t_{FALL}}{\beta_F\tau_F}}\right)$$

$$1-e^{-\frac{t_{FALL}}{\beta_F\tau_F}} = \frac{\left(V_{CC}-V_{CE_{SAT}}\right)}{V_{CC}-V_\gamma}\cdot\frac{R_B}{R_C\beta_F} \qquad e^{-\frac{t_{FALL}}{\beta_F\tau_F}}$$

$$-\frac{t_{FALL}}{\beta_F\tau_F} = \ln\left(1-\frac{V_{CC}-V_{CE_{SAT}}}{\frac{\beta_F R_C}{R_B}\left(V_{CC}-V_\gamma\right)}\right) \Rightarrow t_{FALL} = \beta_F\tau_F\cdot\ln\left(\frac{1}{1-\frac{V_{CC}-V_{CE_{SAT}}}{\underbrace{\frac{\beta_F R_C}{R_B}}_{=|A_v|}\left(V_{CC}-V_\gamma\right)}}\right)$$

Per $|A_v| \gg 0$, $t_{FALL} \to 0$

$C \to D$

BE ON

BC ON

$$I_B = \frac{V_{CC}-V_{BE}}{R_B} = \frac{V_{CC}-V_\gamma}{R_B} = \frac{Q_F}{\beta_F\tau_F} + \frac{Q_R}{\beta_R\tau_R} + \frac{dQ_F}{dt} + \frac{dQ_R}{dt}$$

SISTEMA DI DUE E.D. IN Q_F E Q_R.

$$I_C = \frac{V_{CC}-V_u}{R_C} = \frac{V_{CC}-V_{CE_{SAT}}}{R_C} = \frac{Q_F}{\tau_F} - \frac{Q_R}{\alpha_R\tau_R} - \frac{dQ_R}{dt}$$

A regime (dopo D) dopo t^* l'ingresso torna basso.

t^* $\quad V_i: V_{CC} \to 0 \Rightarrow V_u: V_{CE_{SAT}} \xrightarrow[T_{SAT} \to OFF]{} V_{CC}$

$t > t^*$ $\quad D \to C \quad$ BE ON, BC ON

$$I_C = \frac{Q_F}{\tau_F} - \frac{Q_R}{\alpha_R\tau_R} - \frac{dQ_R}{dt} = \frac{V_{CC}-V_u}{R_C} = \frac{V_{CC}-V_{CE_{SAT}}}{R_C}$$

$$I_B = \frac{Q_F}{\beta_F\tau_R} + \frac{Q_R}{\beta_R\tau_R} + \frac{dQ_R}{dt} + \frac{dQ_F}{dt} = \frac{V_i-V_{BE}}{R_B} = \frac{0-V_\gamma}{R_B} = -\frac{V_\gamma}{R_B} < 0$$

porto via carica $\Rightarrow Q_F$ diminuisce

$V_u = V_{CE} = V_{BE} - V_{BC} = V_\gamma - V_\gamma' = V_{CE_{SAT}}$ Per tutto l'intervallo di tempo t^*, t_1, la V_u non varia perché BJT saturo.

t_S mi serve per portare il BJT fuori dalla saturazione → TEMPO STORAGE

C → B

BE ON

BC OFF $\left(Q_R = 0, \frac{dQ_R}{dt} = 0\right)$

$$I_C = \frac{Q_F}{\tau_F} = \frac{V_{CC} - V_{u}}{R_C} \; ; \; I_B = \frac{Q_F}{\tau_F \beta_F} + \frac{dQ_F}{dt} = -\frac{V_\gamma}{R_B}$$

$$Q_F(t) = A e^{-\frac{(t-t_1)}{\tau_F \beta_F}} + B$$; per $t = t_1$ (nuova origine)

$$Q_F(t_1) = I_C \cdot \tau_F = \frac{V_{CC} - V_{CE_{SAT}}}{R_C} \cdot \tau_F = A + B$$

$$Q_F(\infty) = B = -\frac{V_\gamma}{R_B} \cdot \tau_F \beta_F \longrightarrow Q_F(t) = \left[\frac{V_{CC} - V_{CE_{SAT}}}{R_C} \tau_F + \tau_F \beta_F \frac{V_\gamma}{R_B}\right] e^{-\frac{t}{\beta_F \tau_F}} - \tau_F \beta_F \frac{V_\gamma}{R_B}$$

$$V_u = V_{CC} - R_C I_C = V_{CC} - R_C \frac{Q_F}{\tau_F}$$ e $t = t_{RISE}$, $V_u = V_{CC}$, $Q_F = 0$

$$t_{RISE} = \beta_F \tau_F \ln\left[1 + \frac{V_{CC} - V_{CE_{SAT}}}{V_\gamma \cdot \underbrace{\frac{\beta_F R_C}{R_B}}_{|A_V|}}\right] \qquad t_{FALL} = \beta_F \tau_F \ln\left[\frac{1}{1 - \frac{V_{CC} - V_{CE_{SAT}}}{(V_{CC} - V_\gamma) \underbrace{\frac{\beta_F R_C}{R_B}}_{|A_V|}}}\right]$$

Per $\tau_F = 0{,}06$ ns

$t_{RISE} = 2{,}97$ nS $\quad t_{FALL} = 0{,}72$ nS $= t_{d_{HL}}$

$t_{d_{LH}} = t_{RISE} + t_S$ perché solo dopo questo tempo dalla commutazione dell'ingresso ho in uscita quello che voglio.

$t_{d_{LH}} \gg t_{d_{HL}}$ e $t_{RISE} > t_{FALL}$ perché la corrente di base, che aiuta il transistore ad accendersi, è grande, mentre la corrente che spegne il BJT è molto più piccola $\left(-\frac{V_\gamma}{R_B}\right)$.

La porta RTL è fortemente asimmetrica dal punto di vista dei ritardi.

Per rendere la porta più simmetrica, devo aumentare $I_B = -\frac{V_\gamma}{R_B}$ in modulo.

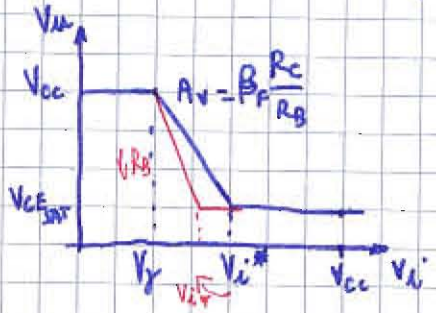
Diminuisco R_B: $R_B \downarrow$ $|I_B| \uparrow$, ma questo influenza il guadagno, che aumenta e fa abbassare il potenziale di saturazione, quindi il BJT è più saturo e ci metterò più tempo a dissaturarlo.

⇒ inutile abbassare R_B.

L'RTL è una porta non buona. Dobbiamo cambiare porta.

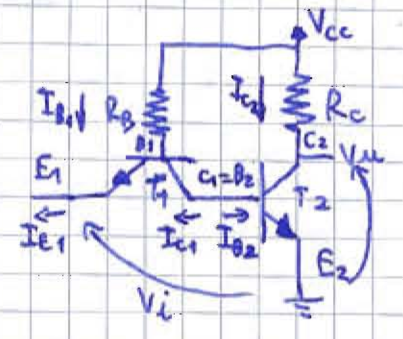
06/04/09

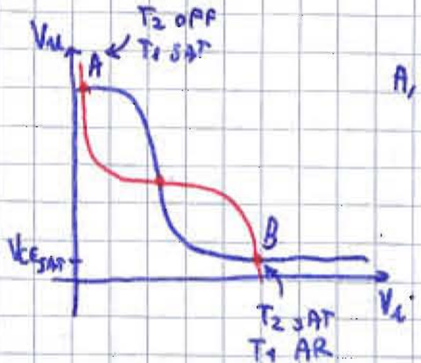
Se $A_v \to +\infty$, i tempi di ritardo si annullano



Ci servirebbe R_B basso quando commutiamo e R_B alto negli altri casi.

FAMIGLIA LOGICA TTL (Transistor Transistor Logic)





A, B → punti di lavoro stabili

$I_{C1} = -I_{B2}$ vale sempre

Ⓐ Ipotesi: T_2 OFF $\to I_{B2} = I_{C2} = I_{E2} = 0$ $\quad I_{C2} = \frac{V_{CC} - V_u}{R_C} = 0 \Rightarrow V_u = V_{CC}$

$I_{C1} = -I_{B2} \overset{T_2\,OFF}{=} 0 \Rightarrow$ T_1 non può essere in A.D. $(I_{C1} > 0)$ nè in A.R $(I_{C1} < 0)$

1) Ipotesi: T_1 OFF $\to I_{B1} = I_{C1} = I_{E1} = 0$ $\quad V_{B1} = V_{CC} - R_B I_{B1} = V_{CC}$

Se ho un potenziale molto alto sulla base, è strano che non si accenda

$V_{BE1} = V_{B1} - V_{E1} = V_{CC} - \underset{\text{basso, } \simeq 0 \text{ o } \simeq V_{CE_{SAT}}}{V_i} > V_\gamma \Rightarrow$ T_1 si accende ⇒ ipotesi assurda!

$\Rightarrow \boxed{T_2 \text{ OFF e } T_1 \text{ SAT}}$

$V_{BE_2} = V_{CE_{SAT}} + V_i$ se $V_{BE_2} < V_\gamma$, T_2 OFF

Ⓑ $V_i = V_{CC}$

T_2 SAT $\rightarrow V_u = V_{CE_{SAT}}$ $\quad I_{C1} = -\underbrace{I_{B_2}}_{\text{positiva}} < 0 \Rightarrow T_1$ non può essere in AD

$(I_{C_1} > 0)$ né OFF $(I_{C1} = 0)$

1) T_2 SAT e T_1 SAT

$V_{B1} = V_{CC} - R_B I_{B_1}$ $\quad V_{BE1} = V_{B1} - V_{E1} = V_{B1} - V_i = V_{CC} - R_B I_{B1} - \overset{\displaystyle V_{CC}}{\overset{\shortparallel}{V_i}} = -R_B \underbrace{I_{B_1}}_{>0}$

$\Rightarrow V_{BE_1} < 0$ ma non è compatibile con T_1 SAT $(V_{BE} > 0)$

$$\Rightarrow \boxed{T_2 \text{ SAT e } T_1 \text{ AR}}$$

$\hookrightarrow I_{C_1} = -(\beta_R + 1) I_B$

$V_u : V_{CE_{SAT}} \longrightarrow V_{CC}$

T_2 : SAT $\longrightarrow$ OFF $\quad \boxed{\Rightarrow t_{Pd_{LH}} \Leftarrow}$

Propagation Delay

$B\ (V_i = V_{CC}) \longrightarrow A\ (V_i = V_{CE_{SAT}})$

T_1 : INV $\longrightarrow$ SAT

$V_{CE_1} = V_{BE_2} - V_i = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{finché non} \\ \text{spengo } T_2}}{V_\gamma} - V_{CE_{SAT}} > V_{CE_{SAT}} \Rightarrow T_1$ AD (in regime dinamico)

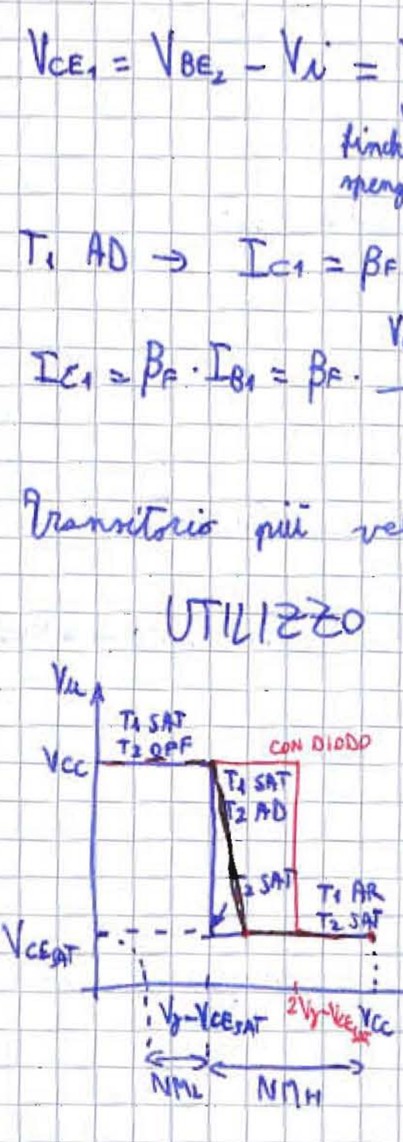
T_1 AD $\rightarrow I_{C1} = \beta_F I_{B1}$ $\quad I_{B1} = \dfrac{V_{CC} - (V_i + V_\gamma)}{R_B} = \dfrac{V_{CC} - (V_{CE_{SAT}} + V_\gamma)}{R_B}$

$I_{C1} = \beta_F \cdot I_{B1} = \beta_F \cdot \dfrac{V_{CC} - (V_{CE_{SAT}} + V_\gamma)}{R_B} = -I_{B2}$ molto più grande di quella dell'R

$\left(I_{B2_{RTL}} = -\dfrac{V_\gamma}{R_B}\right)$

Transitorio più veloce

UTILIZZO DEL MODELLO A SOGLIA



T_1 SAT e T_2 OFF $\rightarrow V_u = V_{CC}$ finché

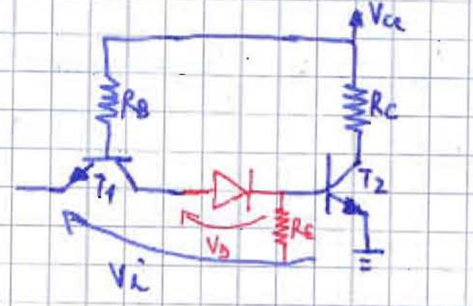
$V_{BE_2} = V_i + V_{CE_1} = V_i + V_{CE_{SAT}} < V_\gamma$

$V_i < V_\gamma - V_{CE_{SAT}} \simeq 0,5$ V

$NM_L = V_\gamma - V_{CE_{SAT}} - V_{CE_{SAT}} \simeq 0{,}3\,V = NM$ margine ridotto rispetto a RTL

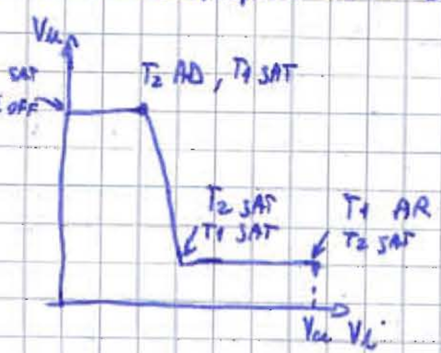
$NM_H = V_{CC} - (V_\gamma - V_{CE_{SAT}}) \simeq 4{,}5\,V$

Per aumentare i margini introduco un diodo tra i due BJT



$V_i + V_{CE_{SAT}} < 2V_\gamma$ perchè devo tenere spenti diodo e BJT

$V_i < 2V_\gamma - V_{CE_{SAT}}$



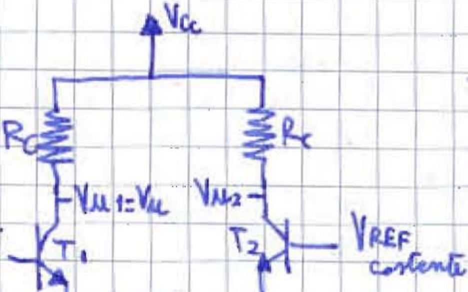
$NM_L = 2V_\gamma - V_{CE_{SAT}} - V_{CE_{SAT}} \simeq 1{,}0 = NM$

$NM_H = V_{CC} - (2V_\gamma - V_{CE_{SAT}}) \simeq 3{,}8$

Rimane il problema che devo spegnere anche il diodo. Aggiungo quindi una resistenza R_E che però mi spegnerebbe anche T_2 (torno al caso RTL)

Uso una nuova famiglia in cui i BJT non saturano mai, ma lavorano solo in A.D o OFF.

FAMIGLIA LOGICA ECL (Emitter Coupled Logic)



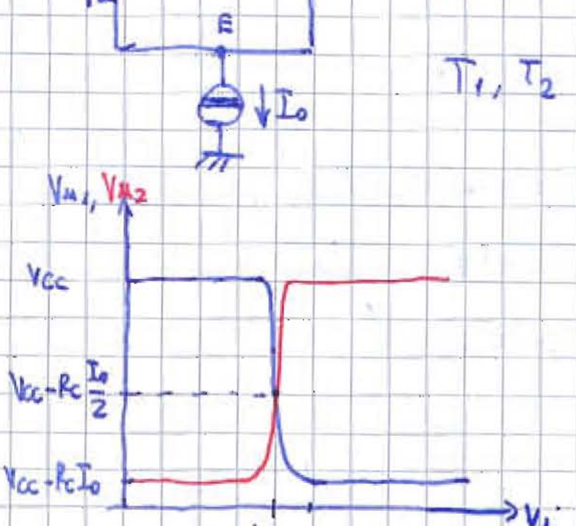
$T_1 \equiv T_2$

R_C identiche

$I_0 \neq 0$ (corrente costante) $I_0 = I_{E1} + I_{E2} \neq 0$

$\Downarrow$

T_1, T_2 mai SAT T_1, T_2 MAI CONTEMPORANEAMENTE O



$V_{u1} = V_{CC} - R_C I_{C1}$

$V_{u2} = V_{CC} - R_C I_{C2}$

Dal modello di E&M, $I_E = I_F - \alpha_R I_R$

$$I_0 = \underbrace{I_{ES}\left(e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}}-1\right) - \alpha_R I_{CS}\left(e^{\frac{V_{BC1}}{V_T}}-1\right)}_{I_{E1}} + \underbrace{I_{ES}\left(e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}}-1\right) - \alpha_R I_{CS}\left(e^{\frac{V_{BC2}}{V_T}}-1\right)}_{I_{E2}} =$$

$= I_{ES}\left(e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}} + e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}} \underbrace{-1-1}_{\text{trascuro}}\right)$ perchè almeno uno dei due $e^{\cdot\cdot}$ è molto gran

perchè T_1 e T_2 mai contemporaneamente OFF.

$$I_{ES} = \frac{I_0}{e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}} + e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}}} \qquad I_{C1} = \alpha_F I_{ES}\left(e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}}-1\right) \simeq \frac{I_0}{e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}} + e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}}} \cdot \left(e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}}-1\right)$$

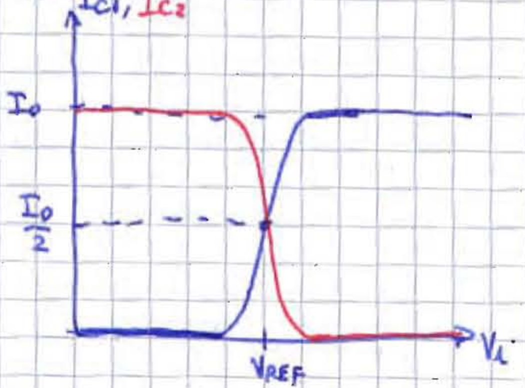
$$I_{C2} = \underset{\approx 1}{\alpha_F} I_{ES}\left(e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}}-1\right) \simeq \frac{I_0\left(e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}}-1\right)}{e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}} + e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}}}$$

$$I_{C1} = I_0\left(\frac{1}{1+e^{\frac{V_{BE2}-V_{BE1}}{V_T}}} - \underbrace{\frac{1}{e^{V_{BE1}/V_T} + e^{V_{BE2}/V_T}}}_{\text{trascurabile rispetto al primo}}\right) = \frac{I_0}{1+e^{\frac{V_{REF}-V_i}{V_T}}}$$

$V_{BE2} - V_{BE1} = V_{REF} - V_E - (V$

$= V_{REF} - V_i$

$$I_{C2} = \ldots = \frac{I_0}{1+e^{\frac{V_i - V_{REF}}{V_T}}}$$

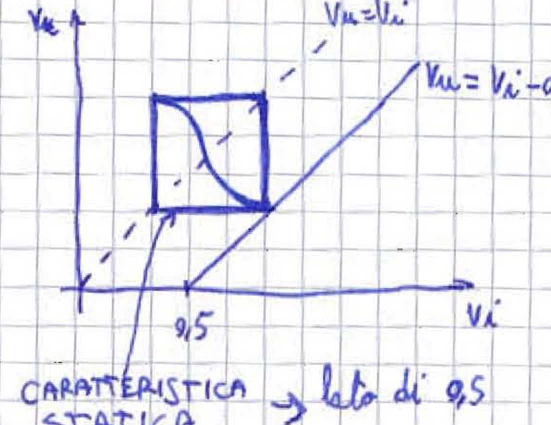


Agendo su V_{REF} posso traslare la curva.

Agendo su I_0 e/o R_C posso regolare lo swing logico

T_1 mai SAT → $V_{CE_1} > V_{CE_{SAT}}$

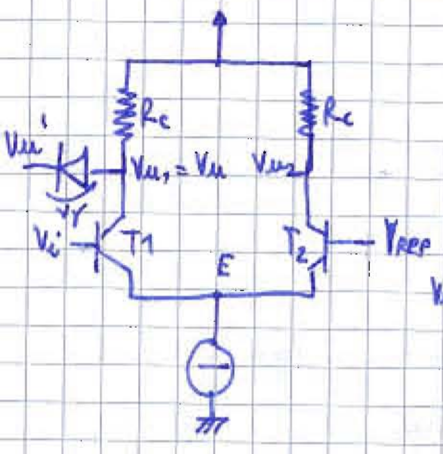
$\overset{\shortparallel}{V_u} - V_E = V_u - (V_i - V_\gamma) > V_{CE_{SAT}} \quad V_u > V_i - V_\gamma + V_{CE_{SAT}} \Rightarrow V_u > V_i - 0,$



CARATTERISTICA STATICA → lato di 0,5

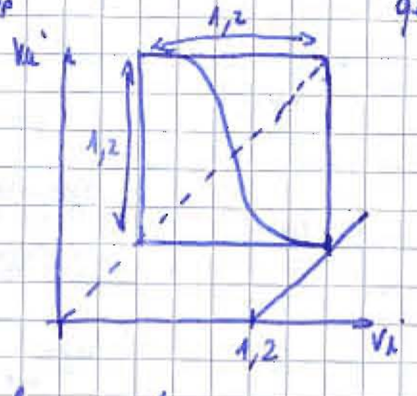
⇒ in realtà lo swing logico non è liberamente regolabile, altrimenti avrei almeno un T in SAT.

Porta molto veloce perché non dobbiamo dissaturare il BJT



$$\left.\begin{array}{l} V_u' + V_\gamma = V_u \\ V_u > V_i - 0,5 \end{array}\right\} \quad V_u' > V_i - 0,5 - \underset{0,2}{V_\gamma} = V_i - 1,2$$

quadrato con lato più grande



Tutto questo se la porta è a vuoto. Se non sono a vuoto, quando T_1 è spento, su R_C scorre una corrente e i carichi connessi vanno ad abbassare il valore alto dell'uscita (swing logico). Per risolvere questo problema sostituisco il diodo con un BJT connesso a V_u' nell'emettitore e V_{cc} nel collettore. Questo però, quando acceso, lavorare solo in AD. Sulla R_C passerà quindi una corrente più piccola: $I_u' / \beta_F + 1$

$$V_u = V_{cc} - R_C I_C \qquad I_C = \frac{I_0}{1 + e^{\frac{V_{REF} - V_i}{V_T}}} \Rightarrow V_u = V_{cc} - R_C \cdot \frac{I_0}{1 + e^{\frac{V_{REF} - V_i}{V_T}}}$$

$$A_V = \frac{dV_u}{dV_i} = -R_C I_0 \cdot \frac{-e^{\frac{V_{REF} - V_i}{V_T}} \cdot \left(-\frac{1}{V_T}\right)}{\left(1 + e^{\frac{V_{REF} - V_i}{V_T}}\right)^2} = \frac{\frac{R_C I_0}{V_T} e^{\frac{V_{REF} - V_i}{V_T}}}{\left(1 + e^{\frac{V_{REF} - V_i}{V_T}}\right)^2}$$

$$A_V \Big|_{V_i = V_{REF}} = -\frac{R_C I_0}{4 V_T} \simeq -10$$

$I_0 = 10^{-2} + 10^{-3}\,A$

$R_C = 10^3\,\Omega$

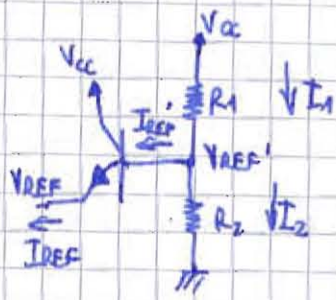
$V_T = 25\,mV$

Per realizzare V_{REF} uso il partitore di tensione:

$$I_1 = I_{REF} + I_2 \qquad \frac{V_{CC} - V_{REF}}{R_1} = I_{REF} + \frac{V_{REF}}{R_2}$$

Ma questa soluzione non mi garantisce che V_{REF} sia costante perchè ho una corrente di base I_{REF} che varia con la polarizzazione del BJT.

Per risolvere il problema inserisco un transistore



$$I_{REF}' = \frac{I_{REF}}{\beta_F + 1} \qquad I_1 = I_{REF}' + I_2$$

↳ 100 volte più piccole di prima

Al posto del generatore ⊖ metto una resistenza R_E

Nella realtà intervengono disturbi (rumore).

$V_{OH} = V_{CC}$ $\quad V_{OL} = V_{CC} - R_C I_0$ Se applico un disturbo su V_{CC}, avviene una variazione sia in ingresso che in uscita.

Nella realtà, al posto di V_{CC} uso massa come V_{OH}, mentre uso $-V_{ee}$ come massa

$$I_0 = \frac{V_E - (-V_{ee})}{R_E} = \frac{V_E + V_{ee}}{R_E} = \frac{V_{REF} - V_\gamma + V_{ee}}{R_E}$$

$V_{OH} = 0 \quad V_{OL} = -I_0 R_C = -\frac{R_C}{R_E}\left(V_{REF} - V_\gamma + V_{ee}\right)$ la massa è la meno soggetta a rumore.

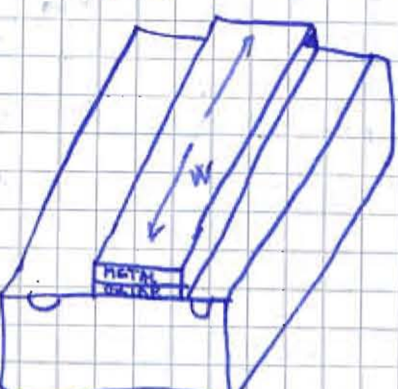
Se applico una variazione su V_{ee}, il riflesso sull'uscita è pesato da $V_{OL} = -\frac{R_C}{R_E} V_{ee}$ e mi basta fare R_E molto grande per ridurre il rumo

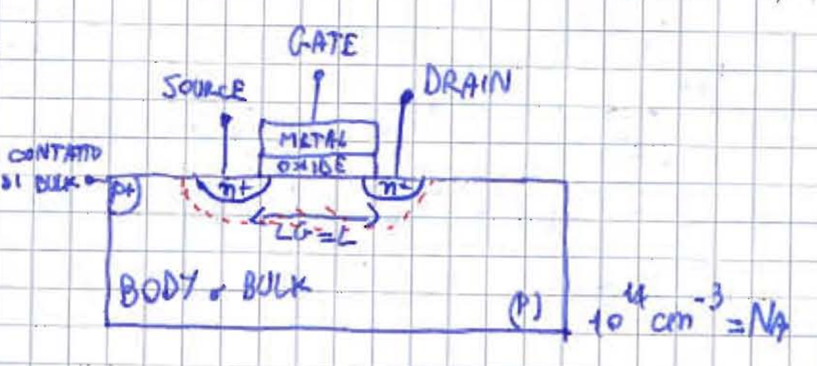
MOS FET

METAL OXIDE SEMICONDUCTOR FIELD EFFECT TRANSISTOR

Non è un dispositivo bipolare

LG ⇒ lunghezza canale





1) STRUTTURA SIMMETRICA

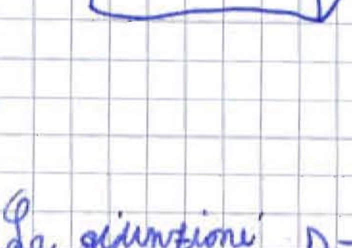
2) n-MOS: il DRAIN è il potenziale più ALTO, il SOURCE è il potenziale più BASSO

3) DISPOSITIVO AUTOISOLATO dal substrato che sta sotto.

Le giunzioni p-n+ sono sempre in inversa, altrimenti condurrebbe e avrei una corrente indesiderata. La corrente deve andare da source a drain attraverso il canale. Il canale sta dentro una regione svuotata

4) NON C'È CORRENTE NEL GATE perché ho l'ossido che è un isolante.

n-MOS MOS ENHANCEMENT (o ad arricchimento) - NORMALLY OFF

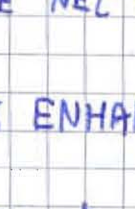


$V_T > 0$ tensione di soglia. Se non polarizzo il MOS, non ho il canale.

La V_{GS} (quindi il gate) cambia il valore della resistenza tra S e D.

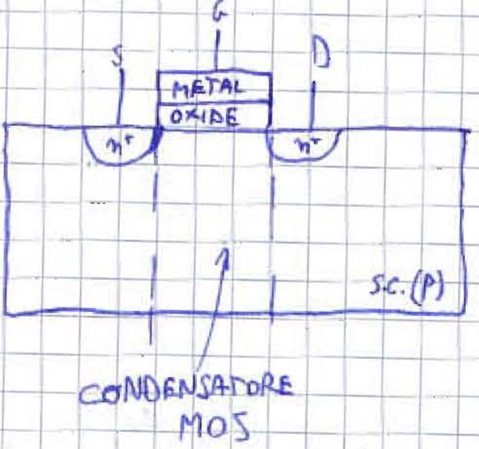
$\boxed{V_{GS} > V_T}$ Non spendo potenza per polarizzare il MOS.

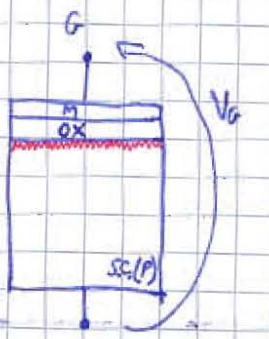
n-MOS DEPLETION (a svuotamento) o NORMALLY ON



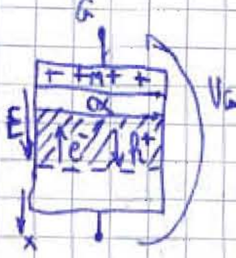
il canale c'è sempre, a meno che non lo svuoti. $V_T < 0$.

07/04/09





Supponiamo $V_G > 0$

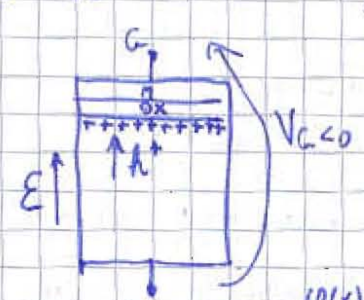


nell'ossido non può circolare corrente

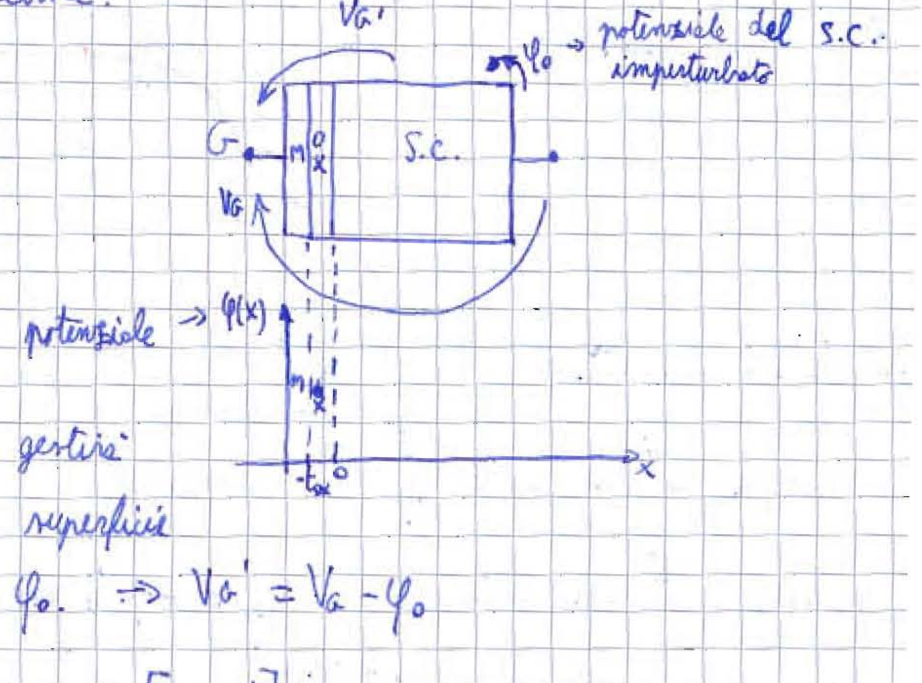
$$J = 0 = q n \mu_n \mathcal{E} + q D_n \frac{dn}{dx}$$

Si creerà una regione svuotata e, al suo interno, un "film" molto conduttivo (CANALE).

Se $V_G < 0$



Il campo attira lacune alla superficie del S.C. Creo quindi un canale (regione a bassa resistenza) di lacune.



$$n(x) = n(x_0) \cdot e^{\frac{\varphi(x)-\varphi(x_0)}{V_T}}$$

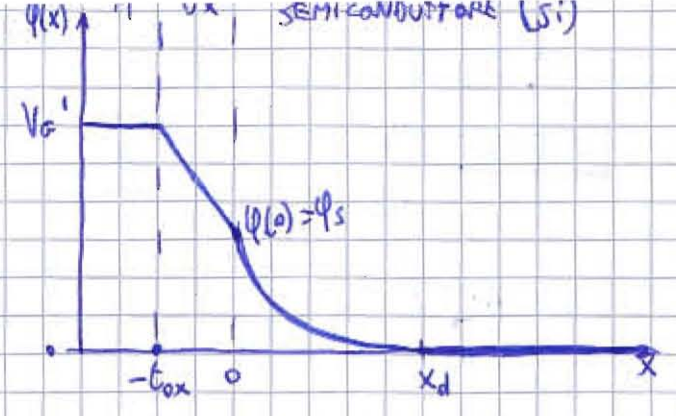
$$p(x) = p(x_0) \cdot e^{-\frac{[\varphi(x)-\varphi(x_0)]}{V_T}}$$

Il potenziale alla superficie gestirà il numero di h^+ vicino alla superficie

V_G' → potenziale riferito a φ_0. ⇒ $V_G' = V_G - \varphi_0$

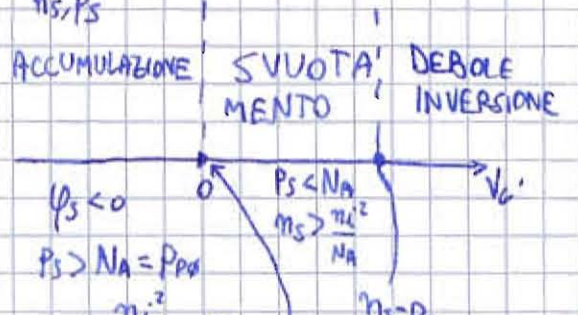
Se $V_G' > 0$, $\varphi_S > 0$ e sarà $\in [0, V_G']$

Se $V_G' < 0$, $\varphi_S < 0$ Se $V_G' = 0$, $\varphi_S = 0$



$$n_s = \underset{\uparrow}{n(0)} = \frac{n_i^2}{N_A} e^{\frac{\varphi(0)}{V_T}} = \frac{n_i^2}{N_A} e^{\varphi_s/V_T} \qquad p_s = p(0) = \underset{\overset{\uparrow}{p_{p0}}}{N_A} e^{-\frac{\varphi(0)}{V_T}} = N_A e^{-\varphi_s/V_T}$$

$$n(x_0) = n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A} \qquad \varphi(x_0) \simeq 0$$



$$p_s = N_A = p_{p0}$$

$$n_s = \frac{n_i^2}{N_A} = n_{p0}$$

$$\varphi_s = 0$$

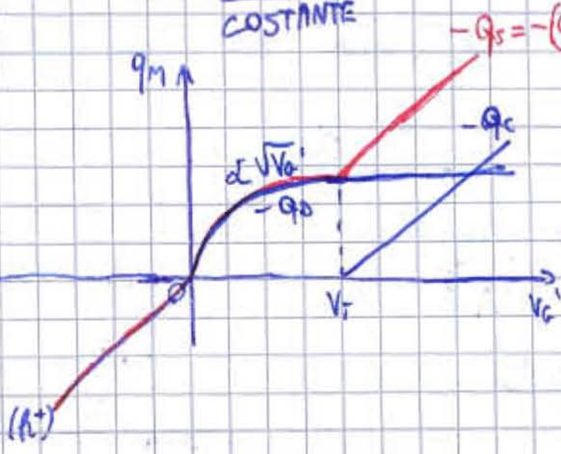
BANDA PIATTA

① $V_G' < 0 \rightarrow n_s = n_{p0} e^{\frac{\varphi_s}{V_T}} < n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A}$

$$p_s = p_{p0} e^{-\frac{\varphi_s}{V_T}} > p_{p0} = N_A$$

sto accumulando lacune all'interfaccia e allontanando elettroni

$$C_{ox} = \frac{\varepsilon_{ox}}{\underbrace{t_{ox}}_{\text{COSTANTE}}}$$ capacità per unità di superficie — OSSIDO ↓ DIELETTRICO



q_M = CARICA METALLO

q_s = CARICA SEMICONDUTTORE

$q_M + q_s = 0 \quad q_M = -q_s$

q_C = CARICA ELETTRONI NEL CANALE

q_D = CARICA REGIONE SVUOTATA

② $V_G' > 0 \longrightarrow \varphi_s > 0$

le lacune si allontanano, si accumulano elettroni in superficie.

$$n_s = n_{p0} e^{\frac{\varphi_s}{V_T}} > n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A}$$

$$p_s = p_{p0} e^{-\frac{\varphi_s}{V_T}} < p_{p0} = N_A$$

$$\underset{\uparrow}{q_D} = -q N_A \underset{\uparrow}{x_d} = -\sqrt{2 \varepsilon_s q N_A \varphi_s}$$

DEPLETION
CARICA REGIONE SVUOTATA

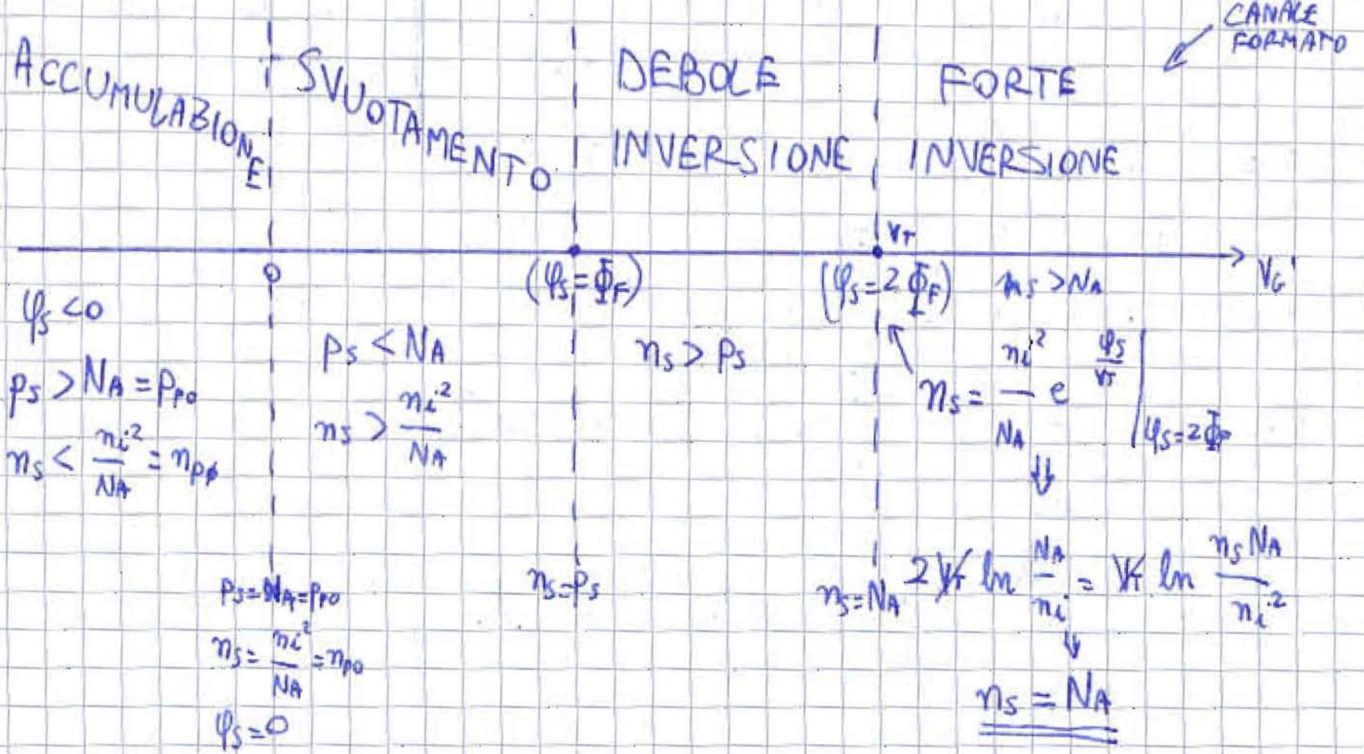
$$x_d = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{q} \cdot \frac{1}{N_A} \varphi_s}$$

$$C = \frac{C_{ox} \cdot C_{DEP}}{C_{ox} + C_{DEP}}$$

Quando $n_S = p_S$

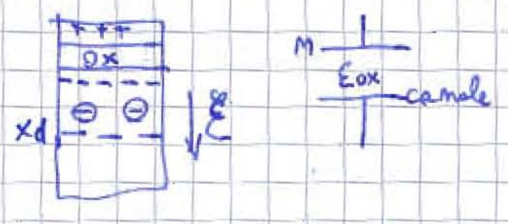
$$\frac{n_i^2}{N_A} e^{\varphi_S/V_T} = N_A e^{-\frac{\varphi_S}{V_T}} \qquad \ln\left(e^{2\varphi_S/V_T}\right) = \ln\left(\frac{N_A^2}{n_i^2}\right)$$

$$\frac{2\varphi_S}{V_T} = 2 \ln\frac{N_A}{n_i} \qquad \varphi_S = V_T \ln\frac{N_A}{n_i} = \Phi_F = \text{POTENZIALE DI FERMI}$$



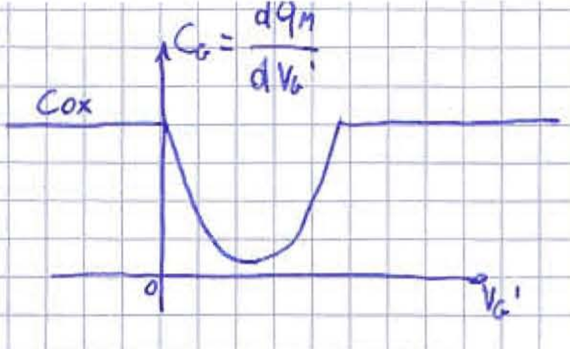
In forte inversione ho invertito la polarizzazione del semiconduttor

$V_G' > V_T \rightarrow$

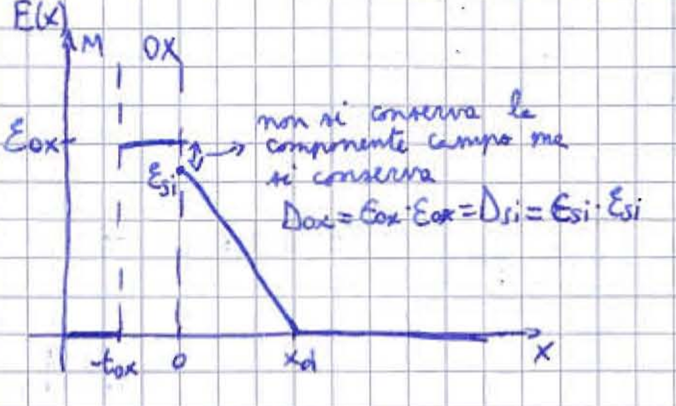


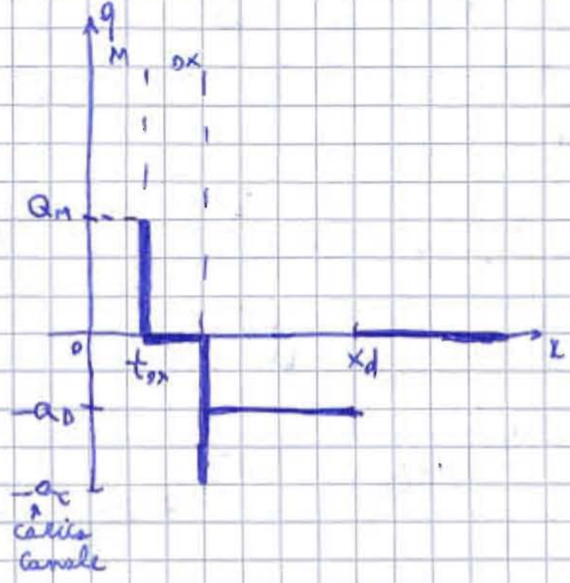
$$C = \frac{dq}{dV}$$

Dal punto in cui entra in forte inversione, la regione svuotata cessa di allargarsi e q_D resta costante



La capacità ha valore massimo pari a Cox. Nella regione di svuotamento la capacità varia in funzione di V_G'.





$$\mathcal{E}(x) = -\frac{d\varphi}{dx} \qquad \frac{d\mathcal{E}}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

METALLO $\longrightarrow$ $\mathcal{E} = -\frac{dV_G'}{dx} = 0$ $\qquad \varphi = V_G' = \text{COST.}$

OSSIDO $\longrightarrow$ $\underset{\text{non c'è carica}}{\rho = 0}$ $\qquad \frac{d\mathcal{E}}{dx} = 0$ $\qquad \mathcal{E} = \text{COST.} = \mathcal{E}_{ox}$ $\qquad \varphi$ varia linearmente

$$\mathcal{E}_{ox} = \frac{V_G' - \varphi_S}{t_{ox}}$$ coefficiente angolare della retta $\rightarrow$ derivata di φ $\rightarrow \mathcal{E}$!!!

REGIONE NEUTRA $\rightarrow$ $x > x_d$ $\qquad \varphi = 0 \rightarrow \mathcal{E} = 0$

SVUOTATA $\rightarrow$ $0 < x < x_d$ $\qquad \rho = q\left[p - n + \underset{\overset{\shortparallel}{0}}{N_D} - N_A\right] = -N_A q$

drogaggio solo con N_A

trascurabile perché $p_s = N_A e^{-\varphi_s/V_T} << N_A$ perché $\varphi_s > 0$

trascurabile perché $n_s = \frac{n_i^2}{N_A} e^{\varphi_s/V_T}$

$$\frac{d\mathcal{E}}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon} = -\frac{qN_A}{\epsilon_{si}}$$ $\Rightarrow$ il potenziale avrà andamento parabolico

08/04/07

La sezione centrale del MOSFET è un condensatore in cui un'armatura è il metallo e l'altra il semiconduttore.

$x > x_d$ regione neutra del semiconduttore

$$\frac{d\mathcal{E}(x)}{dx} = \frac{-qN_A}{\epsilon_{si}} \qquad d\mathcal{E}(x) = \frac{-qN_A}{\epsilon_{si}}\,dx \qquad \int_{\mathcal{E}(x)}^{\mathcal{E}(x_d)} d\mathcal{E}(x) = \int_{x}^{x_d} \frac{-qN_A}{\epsilon_{si}}\,dx$$

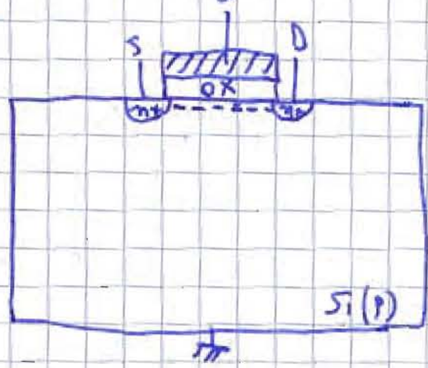
$$\mathcal{E}(x_d) - \mathcal{E}(x) = \frac{-q\cdot N_A}{\epsilon_{si}}(x_d - x)$$ ma $\mathcal{E}(x_d) = 0$

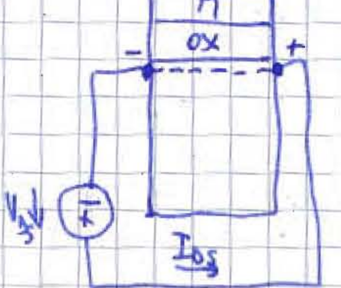
$$\mathcal{E}(x) = \frac{q\cdot N_A}{\epsilon_{si}}\underbrace{(x_d - x)}_{\text{retta con pendenza negativa CVD}} \qquad -\frac{d\varphi}{dx} = \frac{qN_A}{\epsilon_{si}}(x_d - x)$$

$$d\varphi = -\frac{qN_A}{\epsilon_{si}}(x_d - x)\,dx \qquad \int_{\varphi(x)}^{\varphi(x_d)} d\varphi = \int_{x}^{x_d} -\frac{qN_A}{\epsilon_{si}}(x_d - x)\,dx$$

$$\underset{\substack{\shortparallel \\ 0}}{\varphi(x_d)} - \varphi(x) = -\frac{qN_A}{\epsilon_{si}}\left[x_d\cdot x - x^2\cdot\frac{1}{2}\right]_x^{x_d} = -\frac{qN_A}{\epsilon_{si}}\left[x_d^2 - \frac{x_d^2}{2} - x_d\cdot x + \frac{x^2}{2}\right] =$$

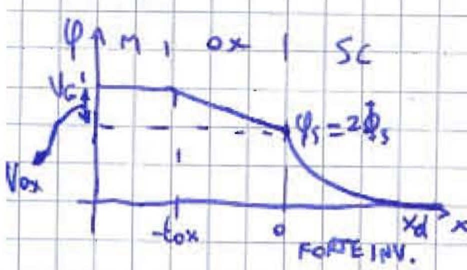
$$= -\frac{qN_A}{2\epsilon_{si}}(x_d - x)^2 \qquad \varphi(x) = \frac{q\cdot N_A}{2\epsilon_{si}}(x_d - x)^2$$ parabola C.V.D.

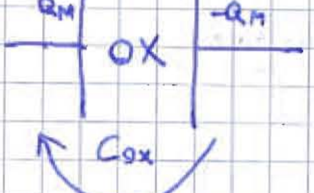




$$C = \frac{dQ}{dV} = \frac{Q}{V}$$

Considero il condensatore MOS: la capacità in inversione è proprio C_{ox}.





$$C_{ox} = \frac{Q_M}{V_{ox}} = \frac{Q_M}{V_G' - 2\Phi_F}$$

$V_G' - \varphi_S = V_G' - 2\Phi_S$

$$Q_M = C_{ox}\left(V_G' - 2\Phi_F\right) \quad \text{ma} \quad Q_M = -Q_S$$

$$C_{ox}\left(V_G' - 2\Phi_F\right) = -Q_S = -(\underset{\substack{\uparrow \\ \text{carica svuotamento}}}{Q_d} + Q_c) = -Q_d - Q_c$$

$$Q_c = -C_{ox}\left(V_G' - 2\Phi_F\right) - Q_d \quad \text{ma} \quad Q_d = -\sqrt{2\varepsilon_s q N_A (2\phi_F)}$$

dovuta agli atomi accettori ionizzati

$$= -C_{ox}\left(V_G' - 2\Phi_F\right) + \sqrt{2\varepsilon_s q N_A (2\Phi_F)} \cdot \frac{C_{ox}}{C_{ox}}$$

$$Q_c = -C_{ox}\left(V_G' - 2\Phi_F - \underbrace{\frac{\sqrt{2\varepsilon_s q N_A}}{C_{ox}}}_{\gamma = \text{cost.}} \cdot \sqrt{2\Phi_F}\right) = -C_{ox}\left(V_G' - 2\Phi_F - \gamma \cdot \sqrt{2\Phi_F}\right)$$

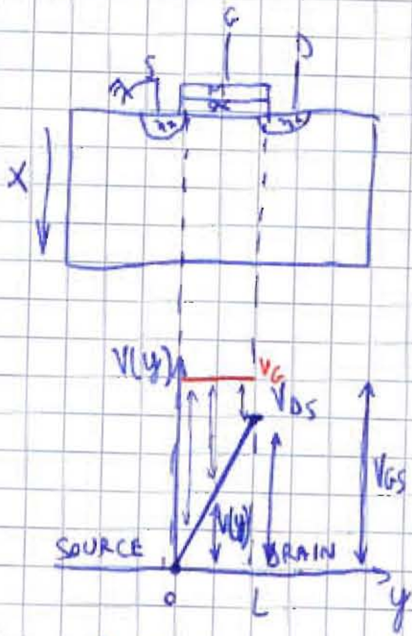
$V_G' = V_G - \varphi_0$ se $V_G' = 0$ sono in condizioni di BANDA PIATTA
Il valore di V_G (tra gate e bulk) per portare il MOS in banda piatta lo chiamo V_{FB}, cioè V FLAT BAND. $V_G' = 0 \Rightarrow V_G = \varphi_0 = V_{FB}$

$$Q_c = -C_{ox}\left(V_G - \varphi_0 - 2\Phi_F - \gamma\sqrt{2\Phi_F}\right) \underset{\substack{\uparrow \\ V_{FB} = \varphi_0}}{=} -C_{ox}\left(V_G - V_{FB} - 2\Phi_F - \gamma\sqrt{2\Phi_F}\right) =$$

$$= -C_{ox}\left[V_G - \underbrace{\left(V_{FB} + 2\Phi_F + \gamma\sqrt{2\Phi_F}\right)}_{V_T}\right] = -C_{ox}\left(V_G - V_T\right)$$

mi serve $V_G > V_T$ per avere il canale.

Se il potenziale tra D e S varia, devo avere che in ogni punto la tensione sia $> V_T$, altrimenti non sono sicuro si crei il canale.



$Q_C = -C_{ox}(V_{GS}-V_T)$ se $V_{DS}=0$

Se $V_{DS} \neq 0$, riuscirò ad avere il canale se la tensione $\underbrace{V_{GS}-V(y)}$ è sempre maggiore di V_T.

$$\downarrow$$

$$V_{GS} - V(y) - V_T > 0$$

$$Q_C = -C_{ox}\left(V_{GS}-V_T-V(y)\right)$$

Il canale non sarà lo stesso perché Q_c varia con V(y) e sarà più grande quando $V(y) \to 0$.

$$I = -Q_c \cdot \underset{\substack{\text{velocità}\\\text{portatori}\\ \| \\ -\mu_n \mathcal{E}(y)}}{v_{dn}} \cdot \underset{\substack{\text{profondità}\\\text{MOSFET}\\\text{(canale)}}}{W} = W C_{ox}\left(V_{GS}-V_T-V(y)\right)\cdot\left(-\mu_n \mathcal{E}(y)\right) = \quad \mathcal{E}(y) = -\frac{dV(y)}{dy}$$

$$= C_{ox}\cdot W\left(V_{GS}-V_T-V(y)\right)\cdot \mu_n \frac{dV(y)}{dy}$$

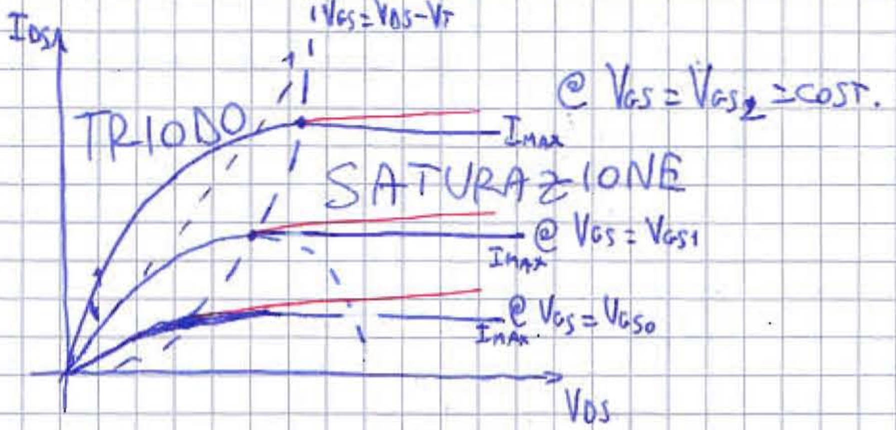
$$\int_0^L I\,dy = \int_{\substack{V(0)=0\\ \downarrow \\ \text{AL SOURCE}}}^{V(L)=V_{DS} \to \text{DRAIN}} \mu_n C_{ox} W\left(V_{GS}-V_T-V(y)\right) dV(y)$$

$$I \cdot L = \mu_n C_{ox} W\left[(V_{GS}-V_T)V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right]$$

$$I = \overbrace{\underset{\substack{\uparrow\\ \text{Capacità}\\ \text{tra l'ossido}\\ \text{il gate e il}\\ \text{semiconduttore}}}{\mu_n C_{ox}} \underset{\text{FATTORE DI FORMA}}{\frac{W}{L}}}^{\beta_n}\left[\left(V_{GS}-V_T\right)V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right] = \text{CORRENTE DEL MOS}$$

$$= \beta_n\left[\underbrace{\left(V_{GS}-V_T\right)V_{DS}}_{1} - \underbrace{\frac{V_{DS}^2}{2}}_{2}\right] = I_{DS} = I(V_{GS}, V_{DS})$$

A me interessa I_{DS} in funzione di V_{DS} → famiglia di curve



Cerco il punto di massimo

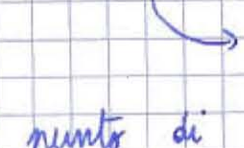
$$\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DS}} = 0 = \beta_n \left[V_{GS} - V_T - V_{DS}\right] = 0 \quad \leftrightarrow \quad V_{DS} = V_{GS} - V_T$$

$$I_{GS}\Big|_{V_{DS} = V_{GS} - V_T} = \beta_n \left[(V_{GS} - V_T)(V_{GS} - V_T) - \frac{(V_{GS} - V_T)^2}{2}\right] = \frac{\beta_n}{2}(V_{GS} - V_T)^2 = I_{MAX} \ \forall V_{DS} > V_{GS} - V$$

Tutti i punti di massimo stanno su una parabola.

TRIODO → sinistra della parabola, cioè $V_{DS} < V_{GS} - V_T$; $V_{GS} > V_{DS} + V_T$
o
LINEARE

SATURAZIONE → destra della parabola, cioè $V_{DS} > V_{GS} - V_T$; $V_{GS} < V_{DS} + V_T$
o
PINCH-OFF



se voglio il canale al drain $V_{GD} > V_T$

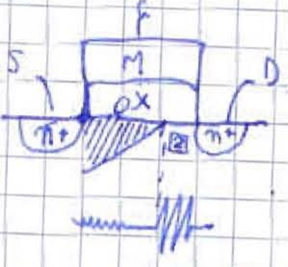
Nel punto di massima corrente, $V_{DS} = V_{GS} - V_T$. $V_T = V_{GS} - V_{DS} = V_{GD}$

$Q_C = -C_{ox}(V_{GS} - V_T - \underset{\uparrow \text{al drain}}{V_{DS}})$, ma $V_{DS} = V_{GS} - V_T$ nel punto di max corrente

$\Rightarrow Q_C = 0$ Il canale è STROZZATO.

Aumentando ancora la V_{DS} oltre il punto di pinch-off, il canale si strozzerà un po' prima.

Ma allora come faccio ad avere corrente se in un pezzo non ho il canale???



$$I = A\cdot j = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{conducibilità} \\ \uparrow \\ q\cdot n\cdot \mu_n}}{\sigma}\cdot \mathcal{E}\cdot A$$

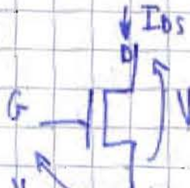
In $\boxed{2}$ $\mu_n \to 0 \Rightarrow \sigma \to 0$ ma $I = \text{cost}$ per esperienza $\Rightarrow \mathcal{E} \to \infty$

Ho un campo elettrico che prende gli elettroni che arrivano vicino a $\boxed{2}$ e li porta al DRAIN.

Oltre il punto di pinch-off, tutta la caduta di potenziale serve per sostenere il campo elettrico.

In realtà, la corrente non rimane costante perché il canale si accorcia, L diminuisce e la corrente aumenta perché aumenta β_n.

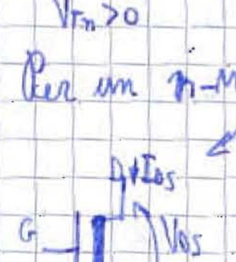
n-MOS



ENHANCED
$V_{Tn}>0$

OFF	$V_{GS} < V_{Tn}$	$I_{DS}=0$
SATURAZIONE o PINCH-OFF	$V_{Tn} < V_{GS} < V_{DS} + V_{Tn}$	$I_{DS} = \frac{\beta_n}{2}\left(V_{GS}-V_{Tn}\right)^2$
TRIODO o LINEARE	$V_{GS} > V_{DS} + V_T$	$I_{DS} = \beta_n\left[(V_{GS}-V_{Tn})V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right]$

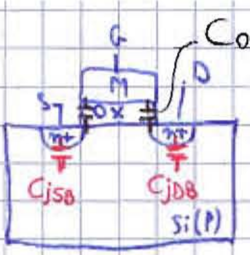
Per un n-MOS DEPLETION valgono le stesse equazioni, ma $V_{Tn}<0$



P-MOS

OFF	$V_{SG} < \lvert V_{TP}\rvert$	$I_{SD}=0$
SATURAZIONE	$\lvert V_{TP}\rvert < V_{SG} < V_{SD} + \lvert V_{TP}\rvert$	$I_{SD} = \frac{\beta_P}{2}\left(V_{SG}-\lvert V_{TP}\rvert\right)^2$
TRIODO	$V_{SG} > V_{SD} + \lvert V_{TP}\rvert$	$I_{SD} = \beta_P\left[(V_{SG}-\lvert V_P\rvert)V_{SD} - \frac{V_{SD}^2}{2}\right]$

SOURCE al potenziale più alto $\quad V_{TP}<0$ (P-MOS enhacement)



$C_{OV} = C_{OVERLAP}$ non dipende dalla tensione

$C_{jSB} \propto \sqrt{|V_{SB}|}$

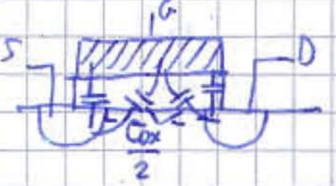
$C_{jDB} \propto \sqrt{|V_{DB}|}$

C_{GB}
associata a gate-bulk

Sparisce quando c'è il canale perché entrano in gioco le capacità tra G e S e quella tra G e D.

	OFF	LIN	SAT
C_{GB}	C_{ox}	0	0
C_{GS}	C_{OV}	$C_{OV} + \frac{C_{ox}}{2}$	$C_{OV} + \frac{2}{3} C_{OV}$
C_{GD}	C_{OV}	$C_{OV} + \frac{C_{ox}}{2}$	C_{OV}

IN REGIONE LINEARE



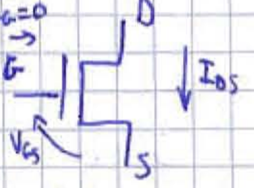
IN PINCH-OFF

il drain non comanda più perché non arriva al canale

DE MUNARI

20/04/2009

MOS



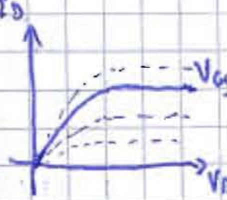
OFF $V_{GS} < V_T$

SAT $V_{DS} > V_{GS} - V_T$

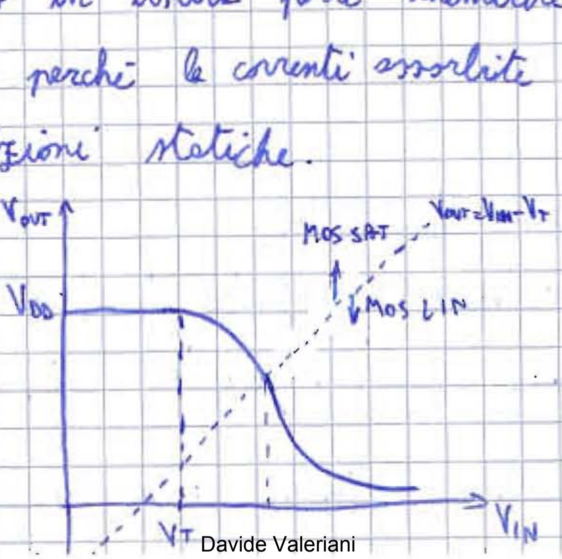
LINEARE $V_{DS} < V_{GS} - V_T$

$$I_D = I_{DS} = \frac{\beta_n}{2}(V_{GS} - V_T)^2$$

$$I_D = \beta_n\left[(V_{GS} - V_T)\cdot V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right]$$



Connettendo in uscita porte identiche non ho problemi di FAN-OUT perché le correnti assorbite sono nulle ($I_G = 0$), in condizioni statiche.



Voglio calcolare la caratteristica V_{OUT} in funzione di $V_{IN} = V_{GS}$

Se $V_{IN} = V_{GS} < V_T \Rightarrow$ MOS è OFF $\Rightarrow I_{DS}=0$.

$V_{OUT} = V_{DD} - R \cdot I$ ma $I = I_{DS}$ perché $I_{OUT} = 0$

$\Rightarrow V_{OUT} = V_{DD}$

Se $V_{IN} > V_T \Rightarrow$ MOS è ON

Hp: mos saturo $V_{DS} > V_{GS} - V_T$ ma $V_{DS} = V_{OUT}$ e $V_{GS} = V_{IN}$

$V_{OUT} > V_{IN} - V_T$ e $V_{IN} < V_{OUT} + V_T$

Vicino a V_T ($\simeq 0{,}35V$), V_{IN} è circa 0,5 V   ma $V_{OUT} = V_{DD}$ ($\simeq 1{,}8V$) $+ V_T > V_{IN}$ ✓

$\Rightarrow$ Sono in saturazione!

$$I_{DS} = \frac{\beta_n}{2}(V_{GS}-V_T)^2 = \frac{\beta_n}{2}(V_{IN}-V_T)^2 \qquad V_{OUT} = V_{DD} - R\cdot\frac{\beta_n}{2}(V_{IN}-V_T)^2$$

La parabola ha massimo in:

$$\frac{dV_{OUT}}{dV_{IN}} = -\frac{2R\beta_n}{2}(V_{IN}-V_T) = 0 \Rightarrow V_{IN} = V_T$$

Il MOS è SAT finché $V_{DS} > V_{GS} - V_T$ cioè $V_{OUT} > V_{IN} - V_T$

Quando $V_{OUT} = V_{IN} - V_T$ ho il passaggio da saturazione a lineare

Per $V_{OUT} < V_{IN} - V_T$ il mos è lineare. $\Rightarrow I_{DS} = \beta_n\left[(V_{GS}-V_T)V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right]$.

$$I_{DS} = \beta_n\left[(V_{IN}-V_T)\cdot V_{OUT} - \frac{V_{OUT}^2}{2}\right] \Rightarrow V_{OUT} = V_{DD} - R\cdot I = V_{DD} - R\cdot I_{DS} =$$

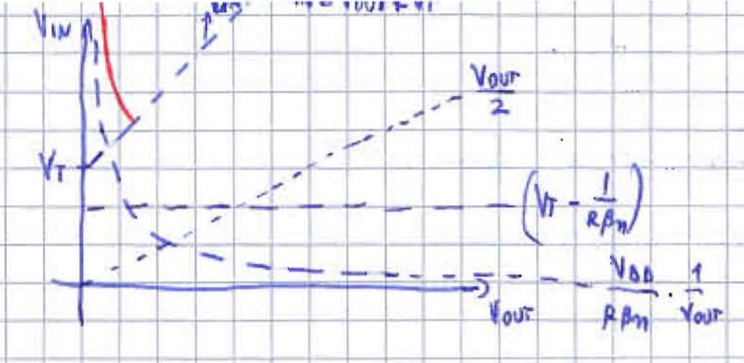
$= V_{DD} - R\beta_n\left[(V_{IN}-V_T)\cdot V_{OUT} - \frac{V_{OUT}^2}{2}\right]$ lungo ricavare $V_{OUT} \Rightarrow$ ricavo V_{IN} in funzi

di V_{OUT}, disegno il grafico, poi ribalto.

$$V_{OUT} = V_{DD} - R\beta_n V_{IN} V_{OUT} + R\beta_n V_T V_{OUT} + R\beta_n \frac{V_{OUT}^2}{2} \qquad V_{IN} = \frac{-V_{OUT} + V_{DD} + R\beta_n V_T V_{OUT} + R\beta_n \frac{V_{OUT}^2}{2}}{R\beta_n V_{OUT}}$$

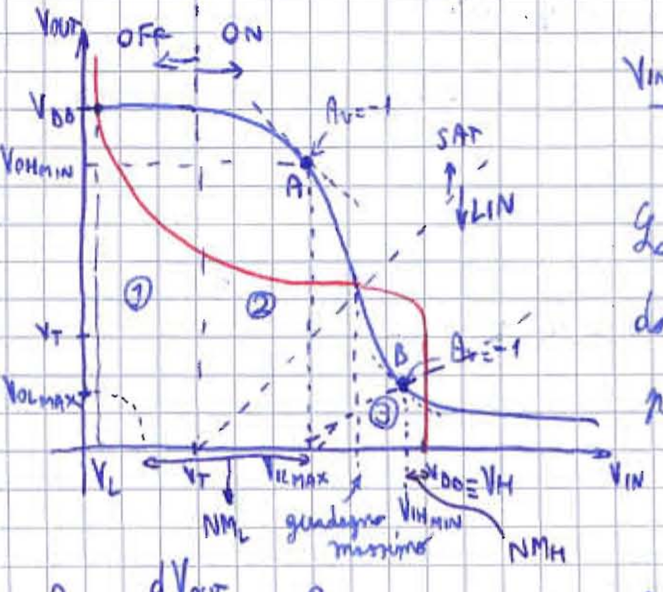
$$= -\frac{1}{R\beta_n} + \frac{V_{DD}}{R\beta_n V_{OUT}} + V_T + \frac{V_{OUT}}{2}$$

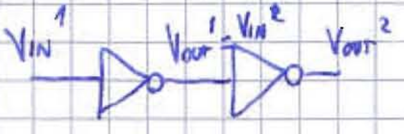
COSTANTE + IPERBOLE + COSTANTE + RETTA



Sommo solo dove mi serve, cioè quando il MOS è in lineare ($V_{IN} = V_{OUT} + V_T$), cioè quando $V_{OUT} < V_{IN} - V_T$, cioè $V_{IN} > V_{OUT} + V_T$

Devo ribaltare il piano. Tengo come riferimento la retta $V_{IN} = V_{OUT} + V_T$





La porta MOS è un NOT. Cerco di capire dove sono V_H e V_L invertendo il grafico per capire il comportamento del MOS 2.

$A_v = \frac{dV_{OUT}}{dV_{IN}}$ Per avere un buon invertitore devo avere due tratti a pendenza bassa e un tratto a pendenza elevata.

La zona ① ha guadagno nullo; la zona ③ ha guadagno basso; nella zona ② il guadagno cresce fino al punto di guadagno massimo.

Calcolo il margine di immunità ai disturbi. Cerco i punti a guadagno ±1.

$$NM_H = V_{OH_{MIN}} - V_{IH_{MIN}}$$

$$NM_L = V_{IL_{MAX}} - V_{OL_{MAX}}$$

Devo trovare le coordinate di A e di B.

$\boxed{A}$ Calcolo la derivata di V_{OUT} e la pongo uguale a -1.

$$\frac{dV_{OUT}}{dV_{IN}} = -\beta_n R (V_{IN} - V_T) = -1 \qquad \beta_n R V_{IN} - \beta_n R V_T = 1 \qquad \underset{V_{IL_{MAX}}}{\overset{}{V_{IN}}} = \frac{1 + \beta_n R V_T}{\beta_n R} = \frac{1}{\beta_n R} + V_T$$

$$V_{OUT} = V_{DD} - \frac{\beta_n R}{2}\left(\frac{1}{\beta_n R} + \cancel{V_T} - \cancel{V_T}\right)^2 = V_{DD} - \frac{1}{2\beta_n R} = V_{OH_{MIN}}$$

$\boxed{B}$

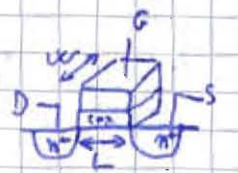
$$\frac{dV_{OUT}}{dV_{IN}} = -\beta_n R\left[V_{OUT} + (V_{IN}-V_T)\frac{dV_{OUT}}{dV_{IN}} - \frac{\cancel{2}\, V_{OUT}}{\cancel{2}}\cdot\frac{dV_{OUT}}{dV_{IN}}\right] \qquad \frac{dV_{OUT}}{dV_{IN}} = -1$$

$$\begin{cases} +1 = +\beta_n R\left[V_{OUT} - V_{IN} + V_T + V_{OUT}\right] & \leftarrow \text{derivata } = 1 \\ V_{OUT} = V_{DD} - \beta_n R\left[(V_{IN}-V_T)V_{OUT} - \frac{V_{OUT}^2}{2}\right] & \leftarrow \text{equazione del tratto} \\ V_{OUT} = V_{OL_{MAX}} \qquad V_{IN} = V_{IH_{MIN}} \end{cases}$$

$$\rightarrow V_{IN} = 2V_{OUT} + V_T - \frac{1}{\beta_n R} \quad ; \quad V_{OUT} = \frac{V_{IN}}{2} - \frac{V_T}{2} + \frac{1}{2\beta_n R}$$

Per aumentare il guadagno o aumento R o aumento β_n.

$$\beta_n = \underset{\substack{\text{capacità}\\ \text{per unità}\\ \text{di superficie}\\ \frac{\varepsilon_{ox}}{t_{ox}}}}{C_{ox}}\, \mu_n \cdot \frac{W \rightarrow \text{profondità del canale}}{\underset{\substack{\text{larghezza}\\ \text{del canale}}}{L}}$$



$$C = \varepsilon \cdot \frac{S}{d}$$

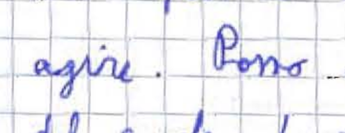
non tiene conto di $\frac{W}{L}$.

Sullo spessore dell'ossido e sulla costante dielettrica non posso agire. Posso intervenire in fase di progettazione sulla larghezza del canale L e su W.

L non può andare sotto certe dimensioni indicate dalla tecnologia (90 nm).

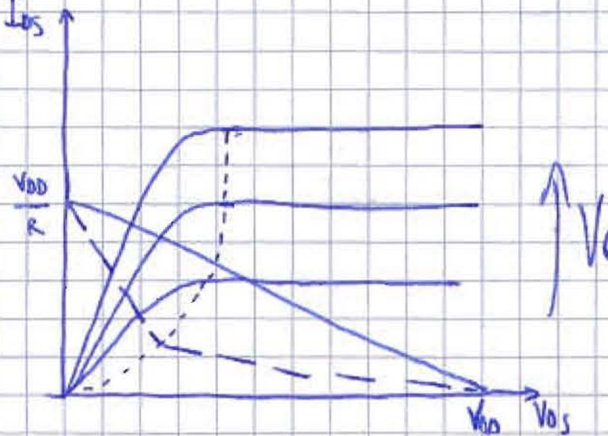
Per modificare la resistenza $R = \rho \cdot \frac{l}{S}$ posso agire su l e/o S

$S \rightarrow h \cdot W$



$l \geq 90\text{nm}$

Le resistenze occupano un sacco di spazio nel circuito integrato

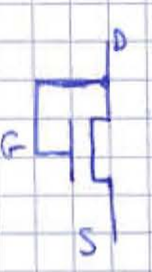


$V_{OUT} = V_{DD} - R \cdot I = V_{DD} - R \cdot I_{DS}$

$V_{DS} = V_{DD} - R \cdot I_{DS}$

$I_{DS} = \frac{V_{DD} - V_{DS}}{R} = -\frac{V_{DS}}{R} + \frac{V_{DD}}{R}$ retta di carico

Una resistenza grande mi fa abbassare la caratteristica.
In regione lineare, avere una resistenza grande è controproducente perchè renderebbe meno inclinata la caratteristica.
Non posso ottenere un andamento — — con una resistenza (lineare).
⇒ Introduco un dispositivo di questo tipo:



$V_{GS} < V_T \Rightarrow$ MOS OFF

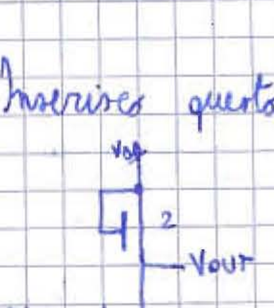
$V_{GS} > V_T \Rightarrow$ MOS ON

Hp: SAT $V_{DS} > V_{GS} - V_T$ ma $V_G = V_D \Rightarrow \cancel{V_D} - \cancel{V_S} > \cancel{V_G} - \cancel{V_S} - V_T \quad 0 > -V_T$ SEMPRE VERIFICATA

Il MOS è sempre saturo quando acceso.

$$I_{DS} = \frac{\beta_n}{2} \left(\underset{\underset{V_{DS}}{\parallel}}{V_{GS}} - V_T \right)^2$$

Inserisco questo MOS al posto della resistenza



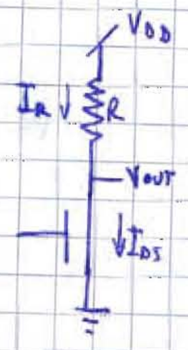
$V_{OUT} = V_{DD} - V_{DS2} \Longrightarrow V_{DS_2} = V_{DD} - V_{OUT}$

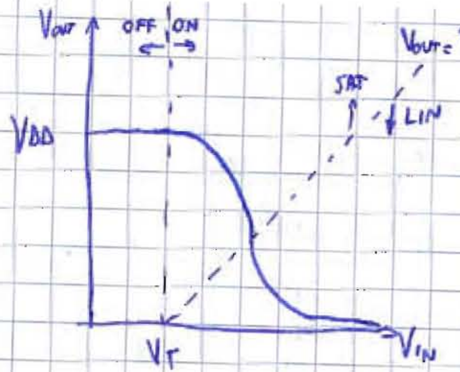
$V_R = R \cdot I_R \Rightarrow I_R = \frac{V_R}{R}$

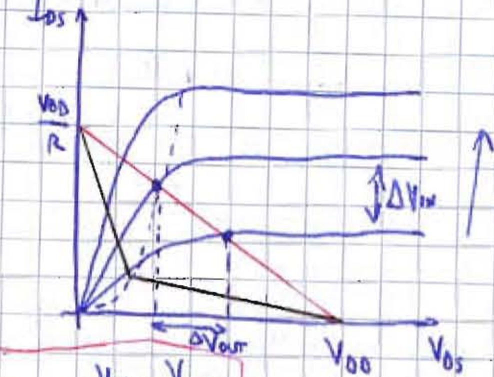
La caratteristica ha un tratto a pendenza bassa e uno a pendenza molto alta.

21/04/200

INVERTITORE n-MOS A CARICO RESISTIVO







$$I_{DS} = I_R$$

$$V_{OUT} = V_{DS}$$

$$V_{IN} = V_{GS}$$

$$V_{OUT} = V_{DD} - R \cdot I_R = V_{DD} - R \cdot I_{DS}$$

$$V_{DS} = V_{DD} - R \cdot I_{DS}$$

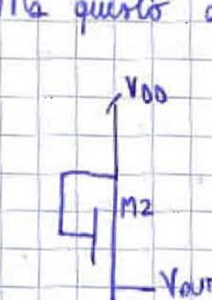
$$\boxed{I_{DS} = \frac{V_{DD} - V_{DS}}{R}}$$

A un certo ΔV_{OUT} corrisponde un ΔV_{IN}

$$|A_V| = \left| \frac{\Delta V_{OUT}}{\Delta V_{IN}} \right|$$ coefficiente angolare della retta $\Longrightarrow$ guadagno di tensione sia in SAT che LIN

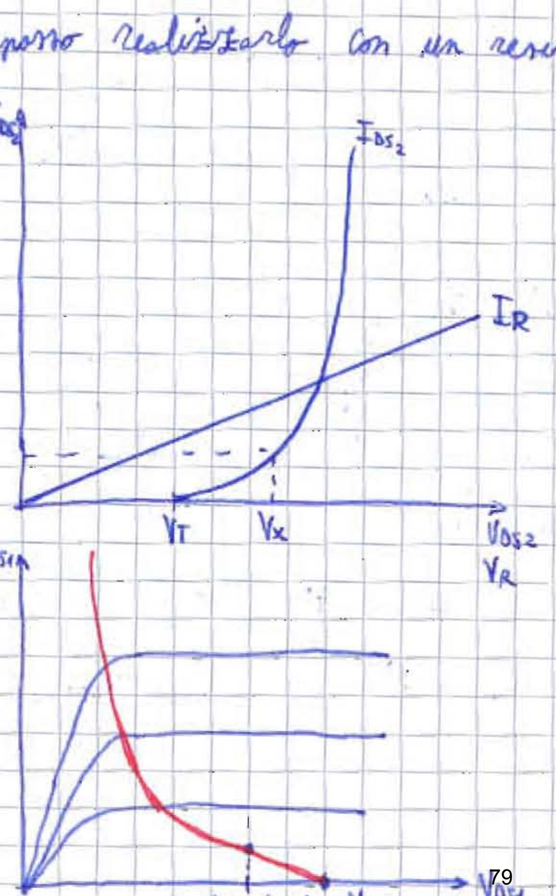
Invece io voglio un guadagno elevato in SAT e un guadagno basso in LI

Ma questo andamento non lineare non posso realizzarlo con un resist



$$V_{DS2} = V_{DD} - V_{OUT}$$

$$I_{DS_2} = \frac{\beta_2}{2} \left(V_{DD} - V_{OUT} - V_T \right)^2$$



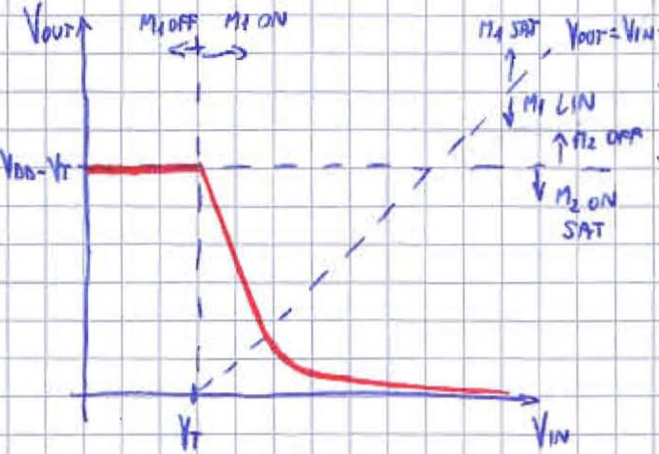
$$V_R = V_{DD} - V_{OUT} = R \cdot I_R$$

Per $V_{DS_2} = V_T$, $V_{DS_1} = V_{DD} - V_T$

Per $V_{DS2} = V_X$, $V_{DS_1} = V_{DD} - V_X$

L'andamento si avvicina a quello della spezzata. Miglior invertitore!

INVERTITORE n-MOS A CARICO SATURATO



Le tensioni di soglia dei due mos devono essere uguali in quanto sono caratterizzate dal processo tecnologico seguito per realizzare il chip. $V_{T1} = V_{T2}$

$V_{DS_1} > V_{GS_1} - V_T \rightarrow V_{OUT} > V_{IN} - V_T$ M_1 SAT

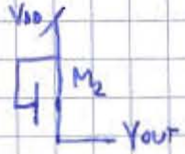
M_2 ON se $V_{GS_2} > V_T$, cioè $V_{DD} - V_{OUT} > V_T \rightarrow V_{OUT} < V_{DD} - V_T$

$V_{IN} < V_T$

M_1 OFF

M_2 ?

Se M_1 è spento è come fosse un circuito aperto.

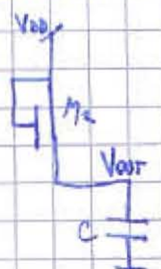


$I_1 = 0 \Rightarrow I_2 \Rightarrow 0 \Rightarrow M_2$ OFF

$$I_{DS_2} = \frac{\beta_2}{2}(\underset{\underset{V_{DS_2}}{\shortparallel}}{V_{GS_2}} - V_T)^2 = \frac{\beta_2}{2}(V_{DD} - V_{OUT} - V_T) = 0$$

$$V_{OUT} = V_{DD} - V_T$$

Ma la corrente è nulla anche per valori $V_{OUT} > V_{DD} - V_T$. Provo a collegare un condensatore al circuito. Il condensatore si carica finchè M_2 può erogare corrente essendo acceso. M_2 si spegne a $V_{OUT} = V_{DD} - V_T$ e la tensione ai capi dell condensatore vale $V_{DD} - V_T$.



$$I_C = C \cdot \frac{dV_{OUT}}{dt}$$

$V_{IN} > V_T$

M_1 ON SAT (V_{OUT} è ancora sopra la retta)

M_2 SAT $\qquad I_{DS_1} = I_{DS_2}$

$$\frac{\beta_2}{2}(\underset{\underset{V_{DS_2} = V_{DD} - V_{OUT}}{\shortparallel}}{V_{GS_2}} - V_T)^2 = \frac{\beta_1}{2}(\underset{\underset{V_{IN}}{\shortparallel}}{V_{GS_1}} - V_T)^2$$

$$\frac{\beta_2}{\cancel{2}}\left(V_{DD}-V_{OUT}-V_T\right)^2=\frac{\beta_1}{\cancel{2}}\left(V_{IN}-V_T\right)^2 \qquad \underbrace{\left(V_{DD}-V_{OUT}-V_T\right)}_{V_{OUT}<V_{DD}-V_T}^2=\frac{\beta_1}{\beta_2}\underbrace{\left(V_{IN}-V_T\right)}_{>0}^2$$ quindi radice

$$V_{DD}-V_{OUT}-V_T=\sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}}\left(V_{IN}-V_T\right)$$

$$V_{OUT}=V_{DD}-V_T-\sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}}\left(V_{IN}-V_T\right)=-\sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}}V_{IN}+\underbrace{\sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}}V_T+V_{DD}-V_T}_{\text{cost.}}$$

$V_{IN}\gg V_T$

M1 LIN

M2 SAT

$$I_{DS_1}=\beta_1\left[\left(\overset{V_{IN}}{\overset{\|}{V_{GS_1}}}-V_T\right)\cdot\overset{V_{OUT}}{\overset{\|}{V_{DS}}}-\frac{V_{DS_1}^2}{2}\right]$$

$$\|$$

$$I_{DS_2}=\frac{\beta_2}{2}\left[\underset{V_{DD}-V_{OUT}}{\underset{\|}{V_{GS_2}}}-V_T\right]^2$$

$$\beta_1\left[\left(V_{IN}-V_T\right)V_{OUT}-\frac{V_{OUT}^2}{2}\right]=\frac{\beta_2}{2}\left(V_{DD}-V_{OUT}-V_T\right)^2$$

Ricavando V_{IN}, disegnandone il grafico e ribaltandolo si ottiene che il guadagno dipende sempre dal rapporto tra β_1 e β_2. Interessa quindi che il rapporto $\frac{\beta_1}{\beta_2}$ sia alto nella regione centrale, senza esagerare perché tale rapporto mi influenza anche il guadagno nella regione lineare e il valore basso.

$$A_V=-\sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}} \qquad \beta_1=C_{ox}\,\mu_n\,\frac{W_1}{L_1} \qquad \beta_2=C_{ox}\,\mu_n\,\frac{W_2}{L_2}$$

$$A_V=-\sqrt{\frac{W_1L_2}{W_2L_1}}$$ Per avere $|A_V|$ elevato dovrà essere W_1 e L_2 grandi ; W_2 e L_1 piccoli

L_1 e W_2 li posso fare piccoli come la minima dimensione dettat dalla tecnologia. I due MOS hanno un rapporto di forma oppos Uno corto e largo, l'altro lungo e stretto.

Il valore logico alto è più basso → diminuisce l'escursione logica → diminuisce l'immunità ai disturbi → difetto del circuito.

22/04/09

Dato che la caratteristica dipende dal rapporto $\frac{\beta_1}{\beta_2}$, si dice RATIOED (a rapporto).

Proviamo a far lavorare M_2 in regione lineare. Ho bisogno che $V_{DS_2} < V_{GS_2} - V$

$\Rightarrow V_{DD} - V_{OUT} < V_{GS_2} - V_T \Rightarrow V_{GS_2} > V_{DD} - V_{OUT} + V_T$

A che potenziale devo mettere il gate perché M_2 lavori in regione lineare.

$V_{G_2} - V_{S_2} > V_{DD} - V_{OUT} + V_T \qquad V_{S_2} = V_{OUT} \qquad V_{G_2} - \cancel{V_{OUT}} > V_{DD} - \cancel{V_{OUT}} + V_T$

$V_{G_2} > V_{DD} + V_T$ Suppongo M2 LIN collegandolo a un potenziale $> V_{DD} + V_T$

$$I_{DS_2} = \beta_2 \left[(V_{GS_2} - V_T) V_{DS_2} - \frac{V_{DS_2}^2}{2} \right]$$

M2 LIN $V_{GS_2} = V_{DD} + V_T$ per semplicità

M_2 ON se $V_{GS_2} > V_T \Rightarrow V_{DD} > 0$ sempre verificata

$\boxed{V_{IN} < V_T} \Rightarrow M_1$ OFF

$$I_{DS_1} = 0 = I_{DS_2} \qquad \beta_2 \left[(V_{GS_2} - V_T) V_{DS_2} - \frac{V_{DS_2}^2}{2} \right] = 0$$

$\beta_2 V_{DS_2} \left(V_{GS_2} - V_T - \frac{V_{DS_2}}{2} \right) = 0$ verificata se $V_{DS_2} = 0$ oppure se

$V_{GS_2} - V_T - \frac{V_{DS_2}}{2} = 0 \qquad V_{GS_2} = \frac{V_{DS_2}}{2} + \cancel{V_T} > V_{DD} + \cancel{V_T} \qquad V_{DS_2} > 2 V_{DD}$ ma $V_{DS2} = V_{DD} - V_{OUT}$

$V_{DD} - V_{OUT} > 2 V_{DD} \Rightarrow V_{OUT} < -V_{DD}$ <u>ASSURDO</u>

$V_{DS_2} = 0 \quad V_{DD} - V_{OUT} = 0 \Rightarrow \boxed{V_{OUT} = V_{DD}}$ Ho recuperato lo svantaggio che abbassava la V_{DD} della soglia.

$\boxed{V_{IN} > V_T}$

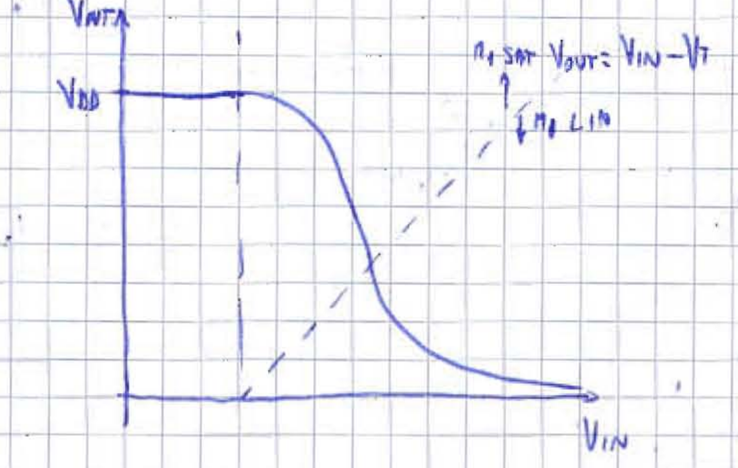
M1 SAT
M2 LIN

$$I_{DS_1} = I_{DS_2} \qquad \frac{\beta_1}{2} (\underset{\underset{V_{IN}}{\parallel}}{V_{GS_1}} - V_T)^2 = \beta_2 \left[(\underset{\underset{V_{DD}+V_T}{\parallel}}{V_{GS_2}} - V_T) \underset{\underset{V_{DD}-V_{OUT}}{\parallel}}{V_{DS_2}} - \frac{V_{DS_2}^2}{2} \right]$$

$A_v \simeq \frac{\beta_1}{\beta_2}$ → logica ratioed

M1 LIN
M2 LIN $\beta_1\left[(V_{GS_1}-V_T)V_{DS_1}-\frac{V_{DS_1}^2}{2}\right]=\beta_2\left[(V_{GS_2}-V_T)V_{DS_2}-\frac{V_{DS_2}^2}{2}\right]$

andamento quadratico, dipendente sempre da $\frac{\beta_1}{\beta_2}$



Circuito non utilizzato perchè richiede una doppia alimentazione
⇓
ingombrante nei chip, tanti fili da sbrogliare (routing)

Perchè M2 LIN, $V_{DS_2}<V_{GS_2}-V_T$, $V_{GS_2}>V_{DS_2}+V_T$ $V_{G2}>V_D+V_T$

Potrei risolvere il problema avendo un dispositivo con una soglia negativa $V_T<0$.

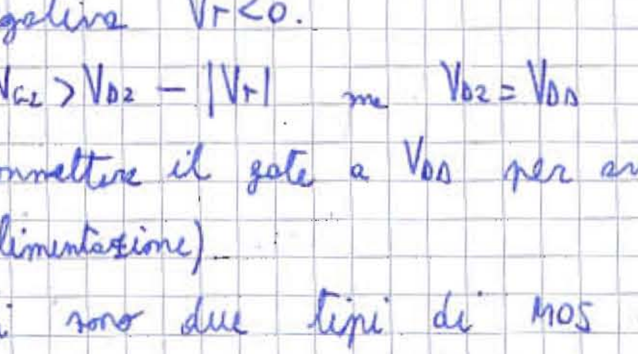
$V_{G2}>V_{D2}-|V_T|$ ma $V_{D2}=V_{DD}$ $V_{G2}>V_{DD}-|V_T|$ mi basterebbe connettere il gate a V_{DD} per avere funzionamento lineare (una sola alimentazione).

Ci sono due tipi di MOS a soglia negativa.

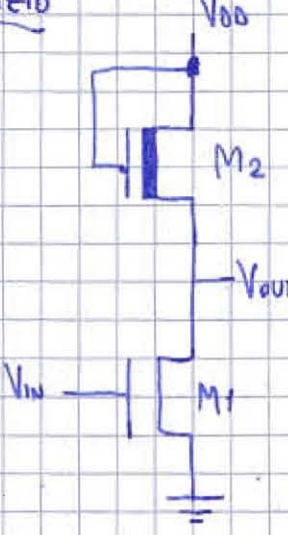
MOS DEPLETION (a svuotamento)

Il canale è già creato, per non crearlo devo applicare una tensione negativa ⇒ $V_T<0$.

Richiede un passaggio tecnologico in più, ma è un buon compromess



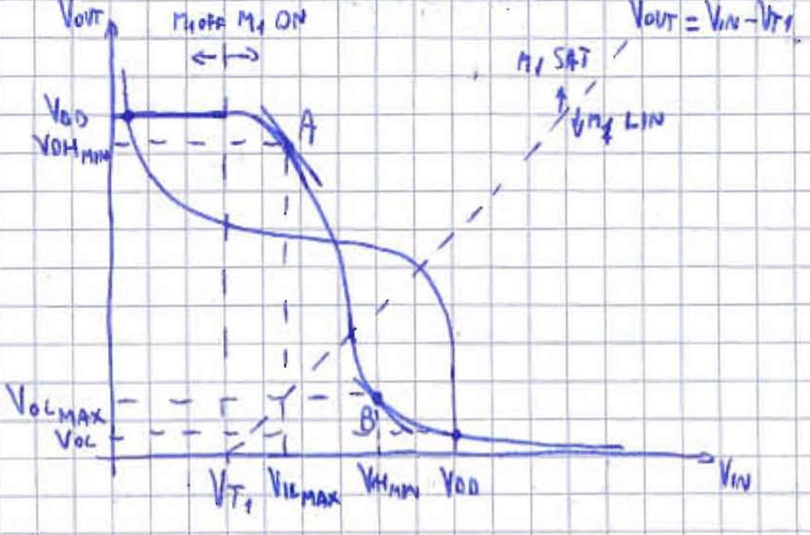
ESERCIZIO



M_2 ON $\quad V_{GS_2} > V_{T_2} = -|V_{T_2}| \qquad V_{GS_2} = V_{DS_2}$

M_2 LIN $\quad V_{DS_2} < V_{GS_2} - V_{T_2} = V_{GS_2} + |V_{T_2}| \quad 0 < |V_{T_2}|$

SEMPRE VERIFICATA



M_2 ON LIN.

$\beta_1 = 2 mA/V^2$

$\beta_2 = 0,2\ mA/V^2$

$V_{T_1} = 1,2\ V$

$V_{T_2} = -0,5\ V$

$V_{DD} = 5\ V$

NM=?

M_2 ON se $\quad V_{GS_2} > -|V_{T_2}| \quad V_{DD} - V_{OUT} > -|V_{T_2}| \quad V_{OUT} < V_{DD} + |V_{T_2}|$

sempre ON e lineare

$V_{IN} < V_{T_1} \quad I_{DS_1} = 0 = I_{DS_2} \quad \beta_2\left[(V_{GS_2} - V_{T_2})V_{DS_2} - \frac{V_{DS_2}^2}{2}\right] = 0$ come dimostrat

M_1 OFF
M_2 LIN

$V_{DS_2} = 0 \quad V_{DD} - V_{OUT} = 0 \quad V_{OUT} = V_{DD}$

$V_{IN} > V_{T_1}$
M_1 SAT
M_2 LIN

Andamento parabolico.

$V_{IN} \gg V_{T1}$
M_1 LIN
M_2 LIN

andamento iperbolico

Non interessa l'andamento preciso per calcolare NM

PUNTO $\boxed{A}$

$I_{DS_1} = I_{DS_2} \Rightarrow \frac{\beta_1}{2}(V_{GS_1} - V_{T_1})^2 = \beta_2\left[\left(\underset{\underset{\underset{V_{DD}-V_{OUT}}{\parallel}}{V_{DS2}}}{\underset{\parallel}{V_{GS_2}}} - V_{T_2}\right)V_{DS_2} - \frac{V_{DS_2}^2}{2}\right]$

M_1 SAT
M_2 LIN

$$\frac{\beta_1}{2}(V_{IN} - V_{T_1})^2 = \beta_2\left[(V_{DD} - V_{OUT} - V_{T_2})(V_{DD} - V_{OUT}) - \frac{(V_{DD} - V_{OUT})^2}{2}\right]$$

$$\frac{d}{dV_{IN}} \Rightarrow \beta_1(V_{IN} - V_{T1}) = \beta_2\left[-\frac{dV_{OUT}}{dV_{in}}(V_{DD} - V_{OUT}) + (V_{DD} - V_{OUT} - V_{T_2})\cdot\left(-\frac{dV_{OUT}}{dV_{in}}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\underline{2\cdot(V_{DD} - V_{OUT})}}{2}\cdot\left(+\frac{dV_{OUT}}{dV_{in}}\right)\right. \qquad \frac{dV_{OUT}}{dV_{in}} = -1$$

$$\beta_1 (V_{IN} - V_{T1}) = \beta_2 \left[\cancel{V_{DD}} - \cancel{V_{OUT}} + V_{DD} - V_{OUT} - V_{T2} - \cancel{V_{DD}} + \cancel{V_{OUT}} \right]$$

$$\beta_1 (V_{IN} - V_{T1}) = \beta_2 (V_{DD} - V_{OUT} - V_{T2})$$

$$\begin{cases} (V_{IN} - V_{T1}) = \dfrac{\beta_2}{\beta_1} (V_{DD} - V_{OUT} - V_{T2}) \\[2ex] \dfrac{\beta_1}{2} (V_{IN} - V_{T1})^2 = \beta_2 \left[(V_{DD} - V_{OUT} - V_{T2})(V_{DD} - V_{OUT}) - \dfrac{(V_{DD} - V_{OUT})^2}{2} \right] \end{cases}$$

$$\frac{\beta_1}{2} \left[\frac{\beta_2^2}{\beta_1^2} \cdot (V_{DD} - V_{OUT} - V_{T2})^2 \right] = \beta_2 (V_{DD} - V_{OUT} - V_{T2})(V_{DD} - V_{OUT}) - \frac{\beta_2}{2} (V_{DD} - V_{OUT})^2$$

$\bullet\bullet\bullet$ $V_{OUT} = 4{,}97\ V = V_{OH_{MIN}}$

~~$V_{OUT} = 6{,}0\ V$~~ non accettabile perché $> V_{DD}$

$$\beta_1 (V_{IN} - V_{T1}) = \beta_2 (V_{DD} - V_{OUT} - V_{T2}) \Rightarrow V_{IN} = V_{IL_{MAX}} = 1{,}25\ V$$

PUNTO $\boxed{B}$

M1 LIN
M2 LIN

$$\beta_1 \left[(V_{GS_1} - V_{T1}) V_{DS_1} - \frac{V_{DS_1}^2}{2} \right] = \beta_2 \left[(V_{GS_2} - V_{T2}) V_{DS_2} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right]$$

$$\beta_1 \left[(V_{IN} - V_{T1}) V_{OUT} - \frac{V_{OUT}^2}{2} \right] = \beta_2 \left[(V_{DD} - V_{OUT} - V_{T2})(V_{DD} - V_{OUT}) - \frac{(V_{DD} - V_{OUT})^2}{2} \right]$$

$$\frac{d}{dV_{in}} \Rightarrow \beta_1 \left[V_{OUT} + (V_{IN} - V_{T1}) \cdot \frac{dV_{OUT}}{dV_{in}} - V_{OUT} \cdot \frac{dV_{OUT}}{dV_{in}} \right] = \beta_2 \left[-\frac{dV_{OUT}}{dV_{in}} (V_{DD} - V_{OUT}) - \frac{dV_{OUT}}{dV_{in}} (V_{DD} + \right.$$
$$\left. - V_{OUT} - V_{T2}) - (V_{DD} - V_{OUT}) \cdot \left(- \frac{dV_{OUT}}{dV_{in}} \right) \right]$$ pongo $dV_{OUT}/dV_{in} = -1$

$$\beta_1 \left[V_{OUT} - V_{IN} + V_{T1} + V_{OUT} \right] = \beta_2 \left[V_{DD} - V_{OUT} + \cancel{V_{DD}} - \cancel{V_{OUT}} - V_{T2} - \cancel{V_{DD}} + \cancel{V_{OUT}} \right]$$

$$\begin{cases} \beta_1 \left[2V_{OUT} - V_{IN} + V_{T1} \right] = \beta_2 \left[V_{DD} - V_{OUT} - V_{T2} \right] \\ \beta_1 \left[(V_{IN} - V_{T1}) V_{OUT} - \dfrac{V_{OUT}^2}{2} \right] = \beta_2 \left[(V_{DD} - V_{OUT} - V_{T2})(V_{DD} - V_{OUT}) - \dfrac{(V_{DD} - V_{OUT})^2}{2} \right] \end{cases}$$

... $V_{OUT} = 0,98\ V = V_{OL_{MAX}}$ ... $V_{IN} = 2,7V = V_{IH_{MIN}}$

$NM_H = V_{OH_{MIN}} - V_{IH_{MIN}} = 2,26V$

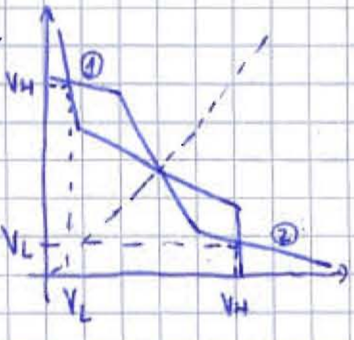
$NM_L = V_{IL_{MAX}} - V_{OL_{MAX}} = 0,27V \Leftarrow NM.$

Se la domanda fosse stata: "Calcolare l'escursione logica" $V_H = ?$ $V_L = ?$

$V_H = V_{DD}$ $V_L = ?$ $\beta_1\left[(V_{IN}-V_{T1})V_{OUT} - \frac{V_{OUT}^2}{2}\right] = \beta_2\left[(V_{DD}-V_{OUT}-V_{T2})(V_{DD}-V_{OUT}) - \frac{(V_{DD}-V_{OUT})}{2}\right.$

Impongo $V_{IN} = V_{DD}$ e ricavo $V_{OUT} = V_{OL} = V_L =$

Se non avessi avuto il tratto iniziale dritto avrei dovuto calcolare un sistema

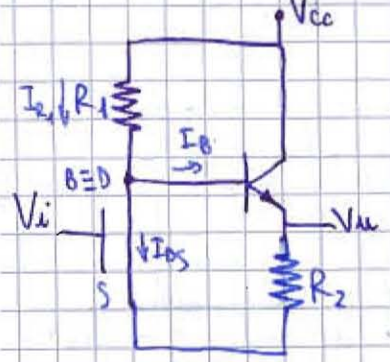


$$\begin{cases} ① \\ ②^* \end{cases}$$

$* \to$ scambio V_{IN} con V_{OUT}

27/04/2009

ESERCIZIO



Si determini il margine d'immunità ai disturbi.

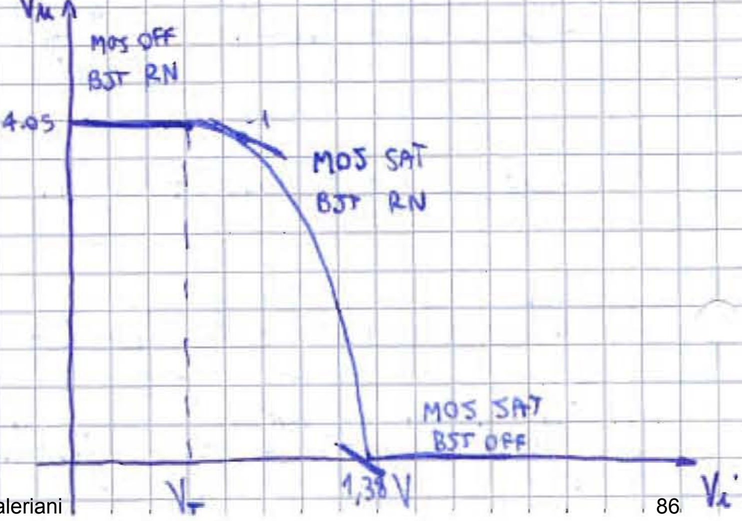
$V_\gamma = 0,75V$ $R_1 = 5K\Omega$

$\beta_F = 100$ $R_2 = 1K\Omega$

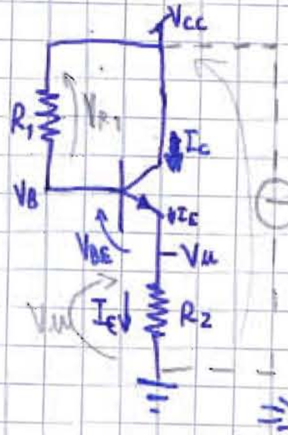
$\beta_N = 5\ mA/V^2$ $V_{CC} = 5V$

mos $\to V_T = 0,8V$

① Determino la caratteristica statica



$V_i < V_T \Rightarrow$ MOS OFF



Hp: BJT OFF

$I_B = I_C = I_E = 0$ $\quad V_B = V_{cc} - R_1 \cancel{I_B}^{0} = V_{cc}$

$V_E = V_u = R_2 I_E = 0$ $\quad V_{BE} = V_B - V_E = V_{cc} > V_\gamma$

$5V > 0{,}75V$

$\Rightarrow$ BJT non può essere OFF.

La base al più è a potenziale uguale a V_{cc}, mentre $V_C = V_{cc}$
$\Rightarrow V_B \leq V_C$ mai maggiore $\Rightarrow V_{BC} \leq 0$ mai polarizzato in diretta
$\Rightarrow$ BJT non può essere né in AR né in SAT

Per $V_i < V_T$, il BJT è ON in regione normale.

$V_{BE} = V_\gamma \quad I_C = \beta_F I_B$

Non conoscendo V_{CE}, non ha senso scrivere l'equazione della maglia di destra. Ragiono sulla maglia grande:

$$V_{cc} = V_{R1} + V_{BE} + V_u = R_1 \cdot I_B + V_\gamma + R_2 I_E \qquad I_E = I_B + I_C = I_B + \beta_F I_B$$

$$V_{cc} = R_1 I_B + V_\gamma + R_2 I_B (\beta_F + 1) \qquad I_B = \frac{V_{cc} - V_\gamma}{R_1 + R_2\beta_F + R_2} = \frac{5 - 0{,}75}{5K + 1K \cdot 100 + 1K} = 0{,}27\,m$$

$$I_E = I_B(\beta_F + 1) = 0{,}27\,m \cdot (100 + 1) = 27{,}27\,mA$$

$$V_u = R_2 \cdot I_E = 1K \cdot 27{,}27\,m = \qquad V_u = 4{,}05\,V$$

$V_i > V_T$

$V_{GS} > V_T \Rightarrow$ MOS ON

Hp: MOS SAT se $V_{DS} > \overset{V_i}{\overset{\shortparallel}{V_{GS}}} - V_T$

$V_{DS} = V_u + V_{BE} = V_u + V_\gamma = 4{,}05 + 0{,}75 = 4{,}8V$ appena acceso

$\Rightarrow V_{DS} > V_i - V_T$ OK

Il BJT è ancora in regione normale appena il MOS si accende

MOS SAT e BJT RN

$\boxed{\begin{matrix}\text{SAT}\\ \parallel \\ \text{P.O.}\end{matrix}}$

$$\begin{cases} I_{DS} = \frac{\beta_n}{2}\left(V_{GS}-V_T\right)^2 = \frac{\beta_n}{2}\left(V_i-V_T\right)^2 \\ I_{R1} = I_B + I_{DS} \qquad I_{DS} = I_{R1} - I_B \\ I_C = \beta_F \cdot I_B \quad \text{ma} \quad I_C + I_B = I_E \quad \text{ma} \quad I_E \cdot R_2 = V_u, \; I_E = V_u/R_2 \\ V_{CC} = R_1 I_{R1} + V_{BE} + V_u = R_1 I_{R1} + V_\gamma + V_u \qquad I_{R1} = \frac{V_{CC}-V_\gamma-V_u}{R_1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \; (**) \; \frac{V_{CC}-V_\gamma-V_u}{R_1} = \frac{V_u}{R_2}\cdot\frac{1}{\beta_F+1} + \frac{\beta_n}{2}\left(V_i-V_T\right)^2$$

parabola con concavità bassa $V_u = \dots f(V_i)$

MOS SAT se $V_{DS} > V_{GS} - V_T$ con $V_{DS} = V_u + V_{BE}$ e $V_{GS} = V_i$

$V_u + \overset{V_\gamma}{V_{BE}} > V_i - V_T$ se aumenta V_i, $V_i - V_T$ cresce, ma V_u diminuisce (dal grafico) perché cresce I_{DS} e quindi I_{R1}. La disequazione si sta spostando sempre di più verso la non verità.

$V_{DS} = V_{CC} - R_1 I_{R1} \Rightarrow V_{DS}\downarrow \qquad V_{DS} = V_{BE} + V_u \downarrow$

Quando la disequazione non è più verificata, il MOS passa da saturo a lineare oppure il MOS rimane in saturazione ma il BJT si spegne.

$V_i \uparrow \qquad V_{DS}\downarrow \qquad V_D = V_B \downarrow \qquad V_u = V_E \downarrow$

V_u arriva a un punto che non può più diminuire (sotto 0 non ci va) e si blocca, ma V_B continua a diminuire e V_{BE} diventa inferiore a V_γ e il BJT si spegne.

Calcolo i valori di V_i per cui si presenta ciascuna situazione per vedere cosa avviene prima.

Hp: MOS LIN, BJT RN $(V_{BE}=V_\gamma)$

$$I_{DS}=\beta_n\left[(V_{GS}-V_T)V_{DS}-\frac{V_{DS}^2}{2}\right]=\beta_n\left[(V_i-V_T)\overbrace{(V_u+V_\gamma)}^{\overset{V_{DS}}{V_u+V_{BE}}}-\frac{(V_u+V_\gamma)^2}{2}\right]$$

Dai conti fatti prima so che

$$I_{R1}=\frac{V_{CC}-V_\gamma-V_u}{R_1}$$

$$I_E=\frac{V_u}{R_2}$$

$$I_B=\frac{V_u}{R_2(\beta_F+1)}$$

$$\text{⊛}\quad \frac{V_{CC}-V_\gamma-V_u}{R_1}=\frac{V_u}{R_2(\beta_F+1)}+\beta_n\left[(V_i-V_T)(V_u+V_\gamma)-\frac{(V_u+V_\gamma)^2}{2}\right]$$

Ricavo Vin di passaggio del MOS da SAT a LIN sapendo che in quel punto valgono tutte e due le equazioni: MOS SAT BJT RN   MOS LIN BJT RN

$$\begin{cases} (*) \\ (**) \end{cases} \Longrightarrow V_i$$

Oppure potevo usare $V_{DS}=V_{GS}-V_T$ $\quad V_u+V_\gamma=V_i-V_T$ messa a sistema con (*)

Uno dei due valori di V_i è da scartare.

$V_i=1,78\,V$

Hp MOS SAT
T1 OFF
$V_u=0$ $\quad I_{DS}=\frac{\beta_n}{2}(V_i-V_T)^2$

$$I_{R1}=I_{DS}+I_B \qquad \underbrace{V_u+\underset{\text{in RN}}{\overset{V_{BE}}{V_\gamma}}=V_D \qquad V_D=V_{CC}-R_1I_{R1}}_{V_u+V_\gamma=V_{CC}-R_1I_{R1}} \qquad I_B=0$$

$\Downarrow$

$I_{DS}=I_{R1}$

$$I_{R1}=\frac{V_{CC}-V_u-V_\gamma}{R_1}$$

$$\frac{\beta_n}{2}\left(V_i - V_T\right)^2 = \frac{V_{cc} - V_u'' - V_\gamma}{R_1} \qquad \left(V_i - V_T\right)^2 = \frac{2\left(V_{cc} - V_\gamma\right)}{\beta_n R_1}$$

$$V_i = V_T \pm \sqrt{\frac{2(V_{cc} - V_\gamma)}{\beta_n R_1}} = 1,38\ V$$

Cambiando i valori delle resistenze posso far sì che accada prima il passaggio in lineare del MOS

$V_{OL_{MAX}} = 0$ $\quad V_{IH_{MIN}} = 1,38\ V$

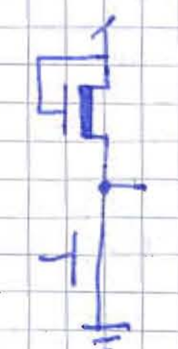
$$\frac{d}{dV_i}\boxed{**} \quad -\frac{1}{R_1}\cdot\frac{dV_u}{dV_i} = \frac{1}{R_2(\beta_F+1)}\frac{dV_u}{dV_i} + \frac{2\beta_n}{2}\left(V_i - V_T\right)$$

impongo $\frac{dV_u}{dV_i} = -1 \Rightarrow \frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_2(\beta_F+1)} + \beta_n\left(V_i - V_T\right) \Rightarrow V_i = V_{IL_{MAX}} = 0,80\ V$

$V_u = (**)\left(V_{IL_{MAX}}\right) = V_{OH_{MIN}} = 4,03\ V$

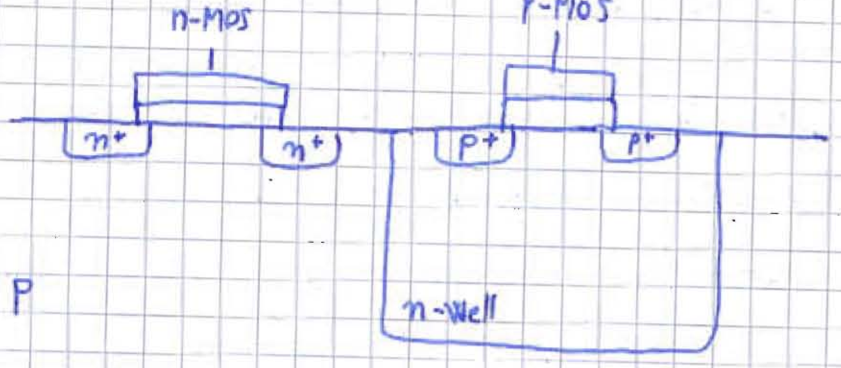

INVERTITORE n-MOS CON CARICO RESISTIVO

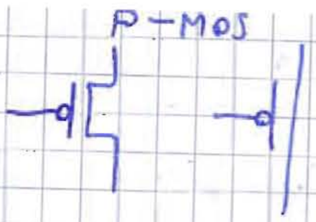

INVERTITORE n-MOS CON CARICO SATURATO


INVERTITORE n-MOS CON CARICO DI TIPO DEPLETION

Il livello logico basso non è mai nullo → non abbiamo l'escursione termica che vogliam Quando l'uscita è bassa, la potenza statica dissipata non è nulla.

Provo a utilizzare i p-MOS. Come faccio a usare n-MOS e p-MOS sulla stessa fetta di silicio drogata p? Uso le n-well, delle "tasche" drogate di tipo n.



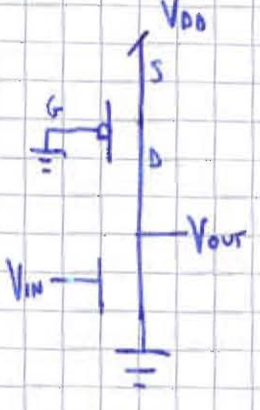


SOURCE → potenziale più alto
al contrario dell' n-MOS

P-MOS ON se $V_{SG} > |V_{TP}|$

P-MOS SAT se $V_{SD} > V_{SG} - |V_{TP}|$ $\quad I_{SD} = \frac{\beta_P}{2}\left(V_{SG} - |V_{TP}|\right)^2$

P-MOS LIN se $V_{SD} < V_{SG} - |V_{TP}|$ $\quad I_{SD} = \beta_P\left[\left(V_{SG} - |V_{TP}|\right)\cdot V_{SD} - \frac{V_{SD}^2}{2}\right)\right]$

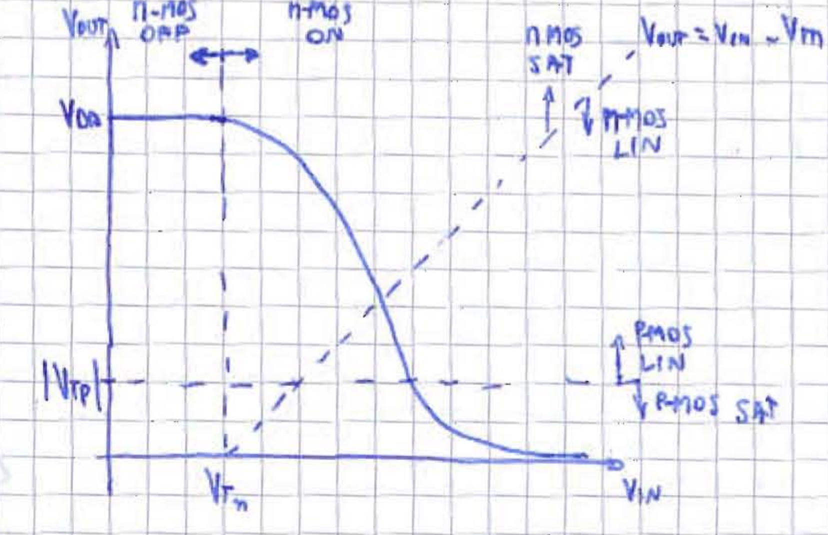


P-MOS ON $\quad V_{SD} = V_{DD} - V_{OUT}$

$V_{SG} = V_{DD} - 0 = V_{DD}$

Hp: PMOS LIN deve essere $\overbrace{\cancel{V_{DD}} - V_{OUT}} < \cancel{V_{DD}} - |V_{TP}|$

$V_{OUT} > |V_{TP}|$



PMOS ON $\quad V_{SG} > |V_{TP}|$

ma $V_{SG} = V_{DD} \Rightarrow \boxed{V_{DD} > |V_{TP}|}$

PMOS LIN

$V_{OUT} > |V_{TP}|$

$V_{IN} < V_{TN}$ $\quad$ NMOS OFF $\quad I_{DS_n} = 0$

PMOS LIN $\quad I_{SD_P} = \beta_P\left[\left(V_{SG} - |V_{TP}|\right)V_{SD} - \frac{V_{SD}^2}{2}\right]$

$$I_{SD} = \beta_P\left[\left(V_{DD} - |V_{TP}|\right)\left(V_{DD} - V_{OUT}\right) - \frac{(V_{DD}-V_{OUT})^2}{2}\right] = 0 \leftarrow I_{DS} \text{ n-mos}$$

$$\left(V_{DD} - V_{OUT}\right)\left[\left(V_{DD} - |V_{TP}|\right) - \frac{V_{DD} - V_{OUT}}{2}\right] = 0 \qquad V_{DD} = V_{OUT}$$

$V_{DD} - |V_{TP}| - \frac{V_{DD}}{2} + \frac{V_{OUT}}{2} = 0$ $\frac{V_{DD}}{2} - |V_{TP}| = -\frac{V_{OUT}}{2}$ $V_{OUT} = 2|V_{TP}| - V_{DD}$

ma $V_{OUT} > |V_{TP}|$ $V_{OUT} = 2|V_{TP}| - V_{DD} > |V_{TP}|$ $|V_{TP}| > V_{DD}$ assurdo perchè avevamo detto che $V_{DD} > |V_{TP}|$ affinchè il p-MOS sia ON.

Unica soluzione valida: $V_{OUT} = V_{DD}$

L'uscita bassa non può mai valere 0:

$V_{OUT} = 0 \Rightarrow V_{DS_n} = 0$ $I_{DS} = \beta_n \left[(V_{GS} - V_{TN}) V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right]$ perchè uscita bassa, MOS LIN

$\Rightarrow I_{DS} = 0$ ma se l'uscita è bassa, il p-MOS è saturo:

$I_{SD} = \frac{\beta_P}{2} \left(V_{SG} - |V_{TP}| \right)^2 = \frac{\beta_P}{2} \left(V_{DD} - |V_{TP}| \right)^2$ che non può mai essere 0.

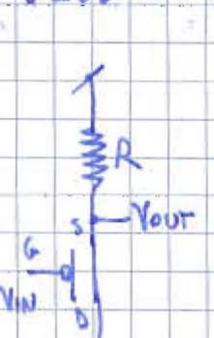
Ma $I_{DS} = I_{SD} \Rightarrow$ assurdo! Ipotesi sbagliata.

Anche questa è una logica "a rapporto". Il consumo di potenza statico non è nullo. ⇒ Non ho risolto i problemi!!!!

- DIMENSIONAMENTO
- POTENZA STATICA DISSIPATA
- VALORE BASSO

} Problemi che devo risolvere

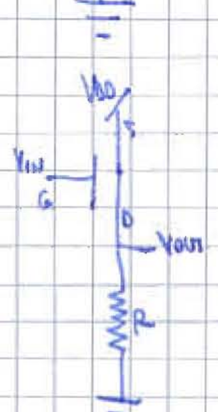
Provo a usare solo p-MOS.



$V_{SG} > |V_{TP}|$

$V_{OUT} - V_{IN} > |V_{TP}|$

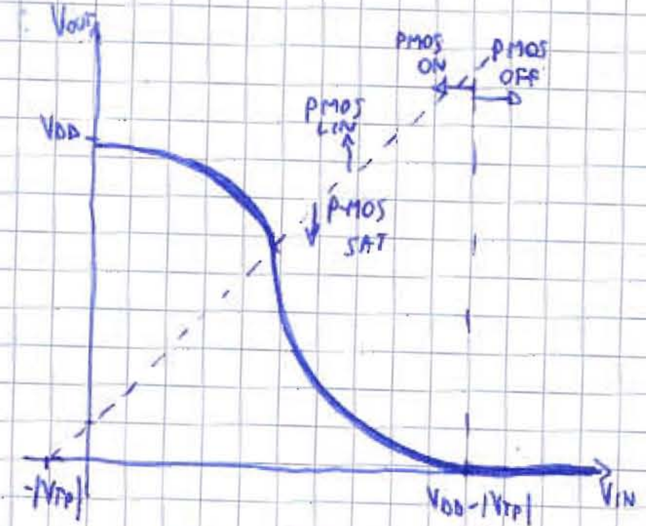
Se metto in ingresso un valore alto $V_{IN} = V_{DD}$, $V_{SG} < |V_{TP}|$ e il MOS è spento, dando uscita alta. Avrei uscita alta in corrispondenza di ingresso alto → non funziona da invertitore



P-MOS ON $V_{SG} > |V_{TP}|$

$V_{DD} - V_{IN} > |V_{TP}|$

$V_{IN} < V_{DD} - |V_{TP}|$



P-MOS SAT

$$V_{SD} > V_{SG} - |V_{TP}|$$

$$V_{DD} - V_{OUT} > V_{DD} - V_{IN} - |V_{TP}|$$

$$V_{OUT} < V_{IN} + |V_{TP}|$$

$V_{IN} > V_{DD} - |V_{TP}|$ PMOS OFF $V_{OUT} = 0$

$V_{IN} < V_{DD} - |V_{TP}|$ PMOS SAT $I_{SD} = \frac{\beta_P}{2}\left(V_{SG} - |V_{TP}|\right)^2 = \frac{\beta_P}{2}\left(V_{DD} - V_{IN} - |V_{TP}|\right)^2$

$$I_{SD} = I_R = \frac{V_{OUT}}{R} \qquad \frac{V_{OUT}}{R} = \frac{\beta_P}{2}\left(V_{DD} - V_{IN} - |V_{TP}|\right)^2$$

$V_{IN} << V_{DD} - |V_{TP}|$ PMOS LIN $I_{SD} = \underset{\swarrow}{I_R}$

$$I_{SD} = \beta_P \left[\left(V_{SG} - |V_{TP}|\right)V_{SD} - \frac{V_{SD}^2}{2}\right] = \frac{V_{OUT}}{R}$$

$$\beta_P \left[\left(V_{DD} - V_{IN} - |V_{TP}|\right)\left(V_{DD} - V_{OUT}\right) - \frac{\left(V_{DD} - V_{OUT}\right)^2}{2}\right] = \frac{V_{OUT}}{R}$$

risolvo graficamente ricavando V_{IN} e poi ribaltando il grafico

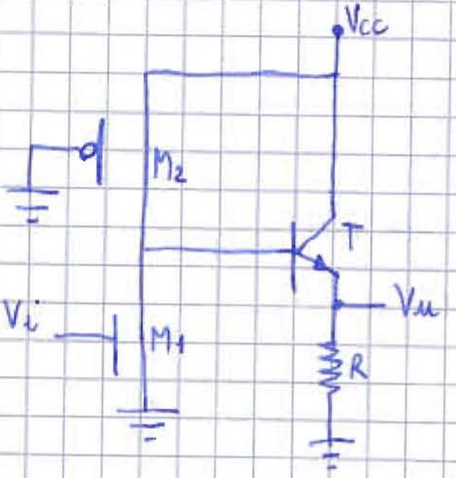
Non può arrivare a V_{DD}.

Non ho risolto il problema, l'ho solo ribaltato. Perché non riesco a spegnere il ramo basso quando l'uscita è alta (n-mos) o viceversa con questa logica.

Il ramo inferiore si chiama di PULL-DOWN perché abbassa l'uscita con ingresso alto. Il ramo superiore alza l'uscita con ingresso basso e si chiama PULL-UP.

Due casi: il pull-up vince sul pull-down e viceversa.

28/04/09



$V_T = V_{Tn} = -V_{Tp} = -0,7\,V$

$R = 1\,K\Omega$

$\beta_1 = 4\ mA/V^2$

$\beta_2 = 75\ \mu A/V^2$

$V_{cc} = 5\,V$

$\beta_F = 100$ $\quad V_\gamma = 0,75\,V$

$V_{IN} < V_{TN} \longrightarrow M_1$ OFF

$V_{SG_p} = V_S - V_G = V_{cc} - 0 = V_{cc} > |V_{TP}| \Rightarrow M_2$ ON

Hp: M_2 SAT $\quad V_{SD} > \overset{"V_{cc}}{V_{SG}} - |V_{TP}|$

$V_{SD} = V_{CC} - V_{BE} - V_U = V_S - V_D$

$\cancel{V_{CC}} - V_{BE} - V_u > \cancel{V_{CC}} - |V_{TP}| \qquad V_u < -V_{BE} + |V_{TP}| = -0,05$ A IMPOSS.

$\Rightarrow$ M2 è in lineare

T è in RN perchè per essere OFF la corrente di base dovrebbe essere $= 0$,

$V_{BE} = V_\gamma$

$I_C = \beta_F \cdot I_B$ $\qquad V_u = R \cdot I_E \qquad I_E = I_C + I_B = (\beta_F + 1) I_B$

$V_{CC} = V_u + V_{BE} + V_{SD} \Rightarrow V_u = V_{CC} - V_{BE} - V_{SD}$

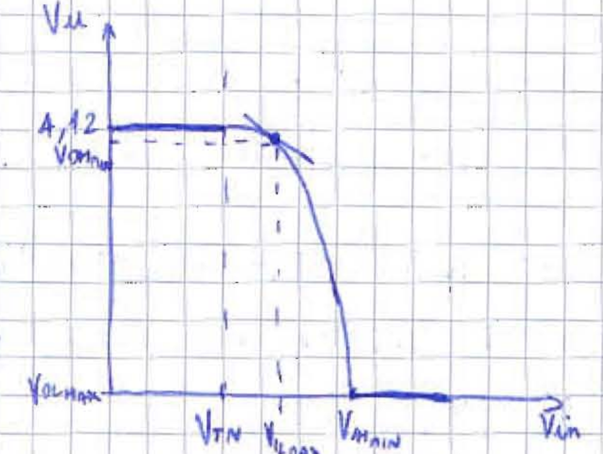
$$I_{SD} = \beta_2 \left[(V_{SG} - |V_{TP}|) V_{SD} - \frac{V_{SD}^2}{2} \right] = I_B$$

$$\frac{I_E}{\beta_F + 1} = \frac{V_u}{R(\beta_F + 1)} = \beta_2 \left[(V_{CC} - |V_{TP}|)(V_{CC} - V_u - V_\gamma) - \frac{(V_{CC} - V_u - V_\gamma)^2}{2} \right]$$

$V_u = 4,12\,V$

$V_{IN} > V_{TN}$ $\quad$ Hp: M1 SAT $\quad V_{DS} > \overset{V_i}{V_{GS}} - V_{TN} \quad V_{DS} = V_u + V_{BE} = 4,87\,V$

$4,87 > V_{IN} - V_{TN}$ $\quad$ VERO perchè V_{IN} di poco $> V_{TN}$



T AD (RN) perchè dimostrato che in SAT se $V_u < -0{,}05$ (assurdo)

$$I_{SD_p} = I_B + I_{DS_n}$$

$$\beta_2 \left[\Big(\underset{V_{SG}}{\overset{\uparrow}{V_{CC}}} - |V_{TP}| \Big) \Big(\underset{V_{SD}}{\overset{\uparrow}{V_{CC}}} - V_u - V_\gamma \Big) - \frac{(V_{CC} - V_u - V_\gamma)^2}{2} \right] = \frac{V_u}{R(\beta_F+1)} + \frac{\beta_1}{2} \Big(\underset{V_{GS}}{\overset{\uparrow}{V_{IN}}} - V_{TN} \Big)^2$$

Derivo rispetto a V_{IN}

$$\beta_2 \cdot \left[-(V_{cc} - |V_{TP}|) \frac{dV_u}{dV_i} - \frac{\cancel{2}(V_{cc} - V_u - V_\gamma)}{\cancel{2}} \cdot \left(-\frac{dV_u}{dV_i} \right) \right] = \frac{1}{R(\beta_F+1)} \cdot \frac{dV_u}{dV_i} + \frac{\cancel{2}\beta_1}{\cancel{2}} (V_{IN} - V_{TN})$$

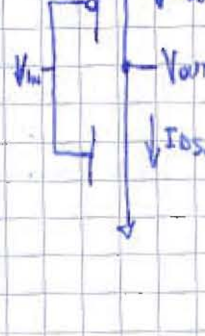
$$\frac{dV_u}{dV_i} = 1 \qquad \beta_2 \left[\cancel{V_{cc}} - |V_{TP}| - \cancel{V_{cc}} + V_u + V_\gamma \right] = -\frac{1}{R(\beta_F+1)} + \beta_1 (V_{IN} - V_{TN})$$

$V_{OH_{MIN}} = 4{,}082$ V $\qquad V_{IL_{MAX}} = 0{,}78$ V

$V_{IN} \gg V_{TN}$ due casi: ...

M_1 LIN T RN

M_1 SAT T OFF $\rightarrow V_u = 0 = V_{OL\,MAX}$ $\qquad V_{IH\,MIN} = 1{,}29$ V



Quando V_{IN} è basso, il p-mos è in lineare, quindi V_{OUT} all

← n-mos spento

$V_{IN} = 0 \implies V_{OUT} = V_{DD}$

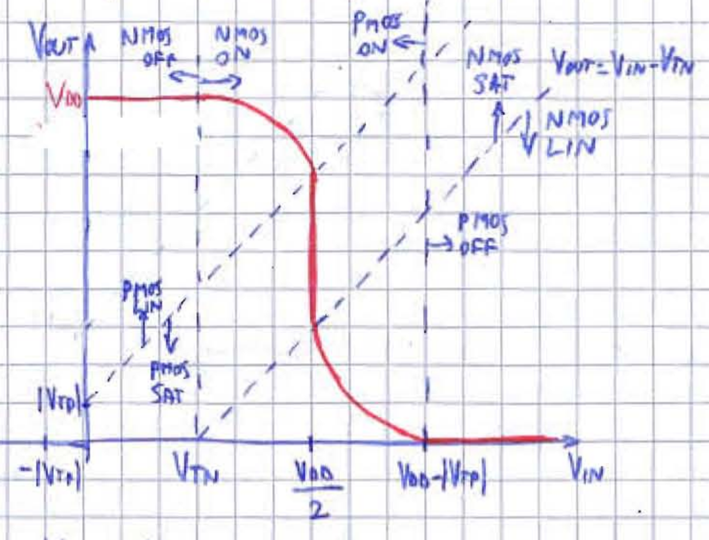
$V_{IN} = V_{DD} \implies V_{OUT} = 0$

Quando V_{IN} è alto, il p-mos è spento perchè V_{SG} è $0 < |V_{T}$

mentre l n-mos è acceso ($V_{GS} > V_{TN}$) in lineare

Questa logica si chiama CMOS - Complementary MOS.

La potenza dissipata è nulla perchè non può circolare corrente.



NMOS SAT se $V_{DS} = V_{OUT} > V_{GS} - V_{TN} = V_{IN} - V_{TN}$

PMOS ON se $V_{SG} > |V_{TP}| \Rightarrow V_{DD} - V_{IN} > |V_{TP}|$

$V_{IN} < V_{DD} - |V_{TP}|$

PMOS SAT se $V_{SD} > V_{SG} - |V_{TP}|$

$\cancel{V_{DD}} - V_{OUT} > \cancel{V_{DD}} - V_{IN} - |V_{TP}|$

$V_{OUT} < V_{IN} + |V_{TP}|$

$V_{IN} < V_{TN}$

NMOS OFF

PMOS LIN perchè V_{IN} basso e quindi V_{OUT} alto

$$I_{DS_n} = 0 = I_{SD_p} = \beta_p \left[(V_{SG} - |V_{TP}|) V_{SD} - \frac{V_{SD}^2}{2} \right] = 0 \Longrightarrow V_{SD} = 0 \text{ unica sol. accett.}$$

$V_{SD} = V_{DD} - V_{OUT} = 0 \qquad V_{OUT} = V_{DD}$

$V_{IN} > V_{DD} - |V_{TP}| \Rightarrow$ PMOS OFF, NMOS LIN perchè V_{IN} alto $\Rightarrow V_{OUT}$ basso

$$I_{DS_n} = 0 = I_{SD_p} = \beta_n \left[(V_{GS} - V_{TN}) V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right] \Rightarrow V_{DS} = 0 \text{ unica sol. accett.}$$

$V_{OUT} = 0$

In mezzo abbiamo tre situazioni:

Hp: P-MOS SAT fascia centrale
N-MOS SAT

$$I_{SD_p} = I_{DS_n} \qquad \frac{\beta_p}{2} \underbrace{(\underbrace{V_{DD} - V_{IN}}_{V_{SG}} - |V_{TP}|)^2}_{\hookrightarrow > 0} = \frac{\beta_n}{2} (\underbrace{V_{IN}}_{V_{GS}} - V_{TN})^2_{\hookrightarrow > 0} \quad \text{non dipende da } V_{OUT}$$

$$V_{DD} - V_{IN} - |V_{TP}| = \sqrt{\frac{\beta_n}{\beta_p}} \cdot (V_{IN} - V_{TN}) \hookrightarrow \ominus \qquad V_{IN} = \frac{V_{DD} - |V_{TP}| + \sqrt{\frac{\beta_n}{\beta_p}} V_{TN}}{1 + \sqrt{\frac{\beta_n}{\beta_p}}} \quad \text{costante!}$$

suppongo che $|V_{TP}| = V_{TN}$ e $\beta_n = \beta_p$ (non stesse dimensioni)

$V_{IN} = \frac{V_{DD}}{2}$ $\quad \mu_n C_{ox} \frac{W_n}{L_n} = \mu_p C_{ox} \frac{W_p}{L_p}$ $\quad \mu_n = 2,5 \cdot \mu_p$

$2,5\, \mu_p \frac{W_n}{L_n} = \mu_p \frac{W_p}{L_p}$ $\quad \frac{W_n}{L_n} = \frac{1}{2,5} \frac{W_p}{L_p}$ non possono avere le stesse dimensioni

se $L_n = L_p \Rightarrow W_p = 2,5\, W_n$ il p deve essere più largo dell'n.

$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = \rho \cdot \frac{L}{W \cdot t_{INV}}$ aumentando W, diminuisco la resistenza

N-MOS SAT
PMOS LIN

$I_{DS_N} = I_{SD_P}$ $\quad \frac{\beta_n}{2} \left(V_{IN} - V_{TN}\right)^2 = \beta_P \left[\left(\overbrace{V_{DD} - V_{IN}}^{V_{SG}} - |V_{TP}| \right)\left(V_{DD} - V_{OUT}\right) - \frac{(V_{DD} - V_{OUT})^2}{2} \right]$

NMOS LIN
PMOS SAT

$I_{DS_N} = I_{SD_P}$ $\quad \beta_n \left[\left(V_{IN} - V_{TN}\right) V_{OUT} - \frac{V_{OUT}^2}{2} \right] = \frac{\beta_P}{2} \left(V_{DD} - V_{IN} - |V_{TP}|\right)^2$

Non è una logica a rapporto perchè la pendenza del tratto centrale non dipende dal rapporto dei β, perchè è sempre verticale. Solo la posizione del tratto centrale dipende dal rapporto dei β.
$\Rightarrow$ LOGICA RATIOLESS

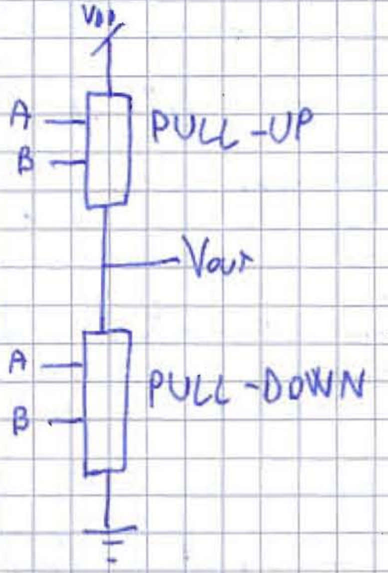
La caratteristica è simmetrica se $\beta_n = \beta_P$ e se $V_{TN} = |V_{TP}|$. Ottima condizione per il margine d'immunità ai disturbi.
I valori alti e bassi non dipendono dai β.
Con il CMOS si ottiene la massima escursione logica, si elimina il consumo di potenza in condizioni stazionarie, si migliora il margine d'immunità ai disturbi.
V_{DD} deve essere $V_{DD} > V_{TN} + |V_{TP}|$

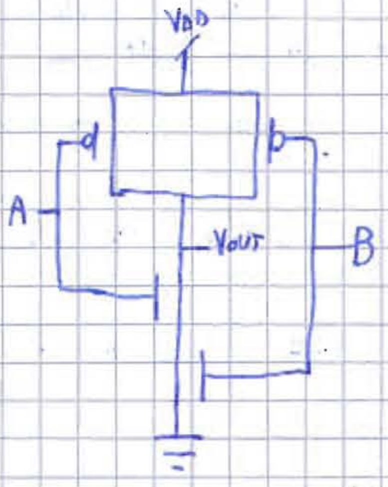
NAND

0 logico → 0V con CMOS

1 logico → V_{DD} con CMOS

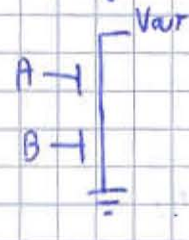
A	B	Y	
0	0	1	attivare PULL-UP
0	1	1	" "
1	0	1	" "
1	1	0	attivare PULL-DOWN



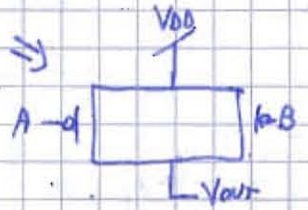


Anche con un solo 0 in ingresso il pull-down deve essere spento

⇓



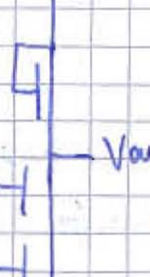
Il pull-up deve essere acceso anche se pull-down è spento ⇒



RETE NAND IN FCMOS (full complementary MOS)

↑ perchè gli ingressi sono applicati sia a pull-up/dow

Avrei potuto realizzarlo con MOS a carico saturato?



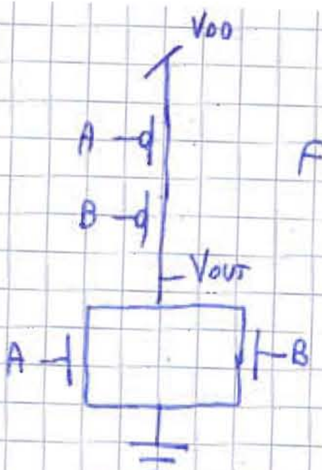
A	B	Vout		
0	0	$V_{DD}-V_T$	1	OK
0	1	$V_{DD}-V_T$	1	
1	0	$V_{DD}-V_T$	1	
1	1	V_0	0	

NOR

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

$Y=1$ $A=0$ e $B=0$

$Y=0$ $A=1$ o $B=1$



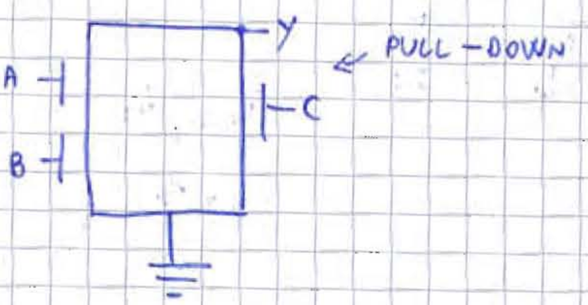
NOR
FCMOS

Realizzare $Y=\overline{AB+C}$

$Y=0$ se $A\cdot B=1$ o $C=1$ $(A=1$ e $B=1)$ o $C=1$

↳ $A=1$ e $B=1$ rete di pull-down

$(A=1$ e $B=1)$ è la descrizione di due n-mos in serie



NAND

$Y=\overline{A\cdot B}$

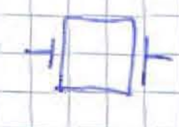
$Y=0$ $A\cdot B=1$
$A=1$ e $B=1$

$Y=1$ $A\cdot B=0$
$A=0$ o $B=0$

NOR

$Y=\overline{A+B}$

$Y=0$ $A+B=1$
$A=1$ o $B=1$



$Y=1$ $A+B=0$
$A=0$ e $B=0$

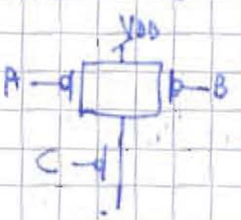
e ⇒ MOS SERIE

$Y=0$ ⇒ NMOS

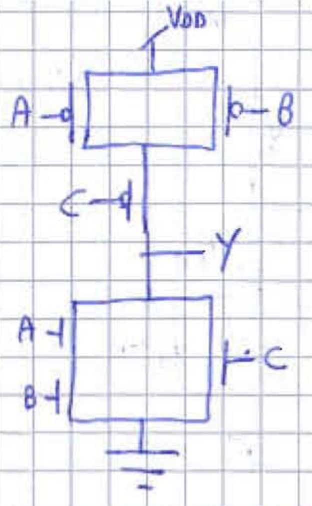
o ⇒ MOS PARALLELO

$Y=1$ ⇒ PMOS

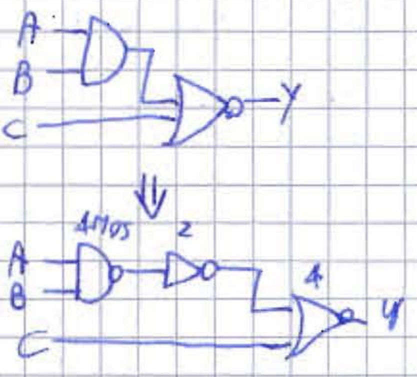
$Y=1$ se $A\cdot B=0$ e $C=0$ ⇒ $(A=0$ o $B=0)$ e $C=0$



Quindi



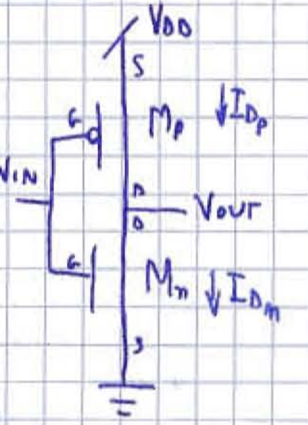
6 MOS NECESSARI

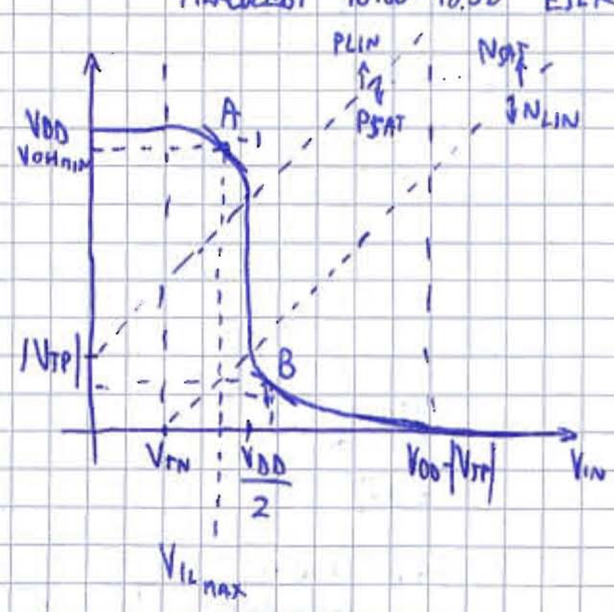


10 MOS NECESSARI

Minor area occupata e miglior efficienza perchè un segnale deve passare un solo stato

MERCOLEDÌ 16.30-18.30 ESERCITAZIONE 04/05/09





$V_{TN} = |V_{TP}|$

$\beta_n = \beta_p$

$A\left(V_{IL_{MAX}}, V_{OH_{MIN}}\right)$ $B\left(V_{IH_{MIN}}, V_{OL_{MAX}}\right)$ Calcolo NM

Siccome siamo a vuoto, $I_{Dp} = I_{Dn}$.

$$\beta_p \cdot \left[\left(V_{SG} - |V_{TP}|\right)\cdot V_{SD} - \frac{V_{SD}^2}{2}\right] = \frac{\beta_n}{2}\left(V_{GS} - V_{Tn}\right)^2$$

dove $V_{SG} = V_{DD} - V_{IN}$, $V_{SD} = V_{DD} - V_{OUT}$ per il p-mos

e $V_{GS} = V_{IN}$, $V_{DS} = V_{OUT}$ per l'n-mos.

$$\beta_p\left[\left(V_{DD} - V_{IN} - |V_{TP}|\right)\cdot\left(V_{DD} - V_{OUT}\right) - \frac{\left(V_{DD} - V_{OUT}\right)^2}{2}\right] = \frac{\beta_n}{2}\left(V_{IN} - V_{Tn}\right)^2$$

$$\frac{d}{dV_{in}} \Rightarrow \beta_P\left[-(V_{DD}-V_{OUT}) + (V_{DD}-V_{IN}-|V_{TP}|)\cdot\left(-\frac{dV_{OUT}}{dV_{IN}}\right) + \frac{2(V_{DD}-V_{OUT})}{\cancel{2}}\cdot\frac{dV_{OUT}}{dV_{in}}\right] =$$

$$= \cancel{2}\frac{\beta_n}{\cancel{2}}(V_{IN}-V_{TN})$$ impongo $\frac{dV_{OUT}}{dV_{IN}} = -1$

$$\beta_P\left[V_{OUT}-\cancel{V_{DD}}+\cancel{V_{DD}}-V_{IN}-|V_{TP}|-V_{DD}+V_{OUT}\right] = \beta_n(V_{IN}-V_{TN})$$

$$\beta_P(2V_{OUT}-V_{DD}-V_{IN}-|V_{TP}|) = \beta_n(V_{IN}-V_{TN})$$

Poniamoci nella condizione $V_{TN} = |V_{TP}|$ e $\beta_n = \beta_P$

$$2V_{OUT}-V_{DD}-V_{IN}-\cancel{|V_{TP}|} = V_{IN}-\cancel{V_{TN}} \qquad 2\underset{V_{OH_{MIN}}}{V_{OUT}} = V_{DD}+2\underset{V_{IL_{MAX}}}{V_{IN}}$$

sostituisco nell'equazione *

$$\begin{cases} \cancel{\beta_P}\left[(V_{DD}-V_{IL_{MAX}}-|V_{TP}|)(V_{DD}-V_{OH_{MIN}}) - \frac{(V_{DD}-V_{OH_{MIN}})^2}{2}\right] = \frac{\cancel{\beta_n}}{2}(V_{IL_{MAX}}-V_{TN})^2 \\ 2V_{OH_{MIN}} - 2V_{IL_{MAX}} - V_{DD} = 0 \end{cases}$$ ...

B

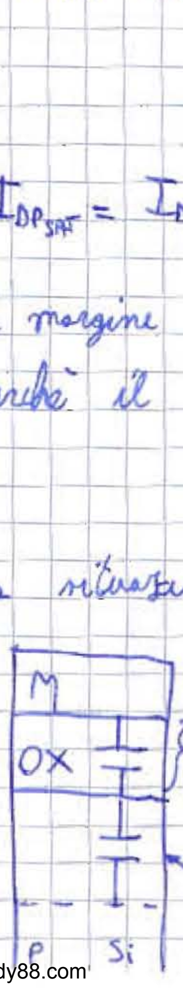
ES. $V_{DD} = 3,5\ V$
$V_{TN} = |V_{TP}| = 0,6\ V$

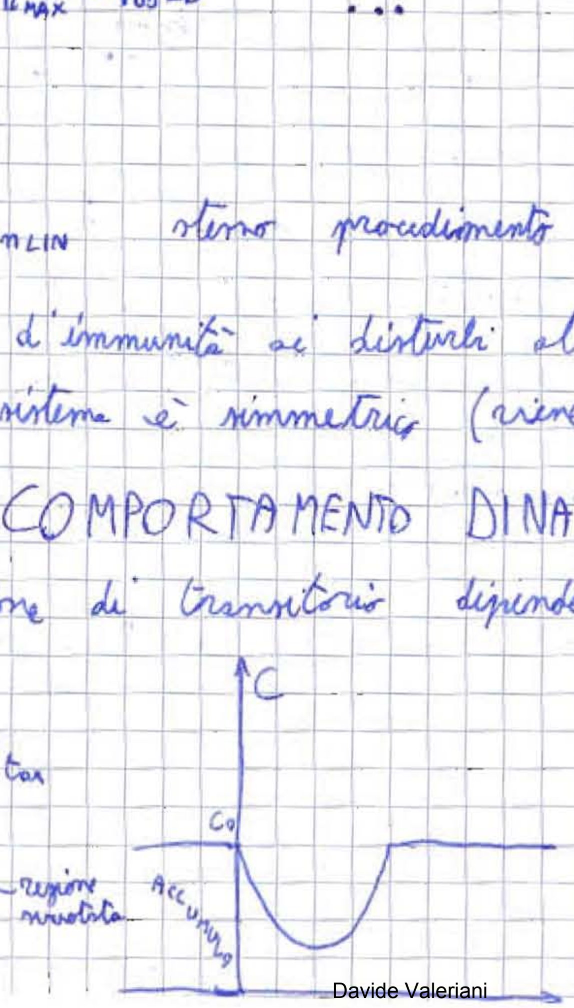
$I_{DP_{SAT}} = I_{Dn_{LIN}}$ stesso procedimento

Il margine d'immunità ai disturbi alto è uguale a quello basso perché il sistema è simmetrico (viene 1,175 V) → elevato!!

COMPORTAMENTO DINAMICO

La situazione di transitorio dipende dalle capacità in gioco.

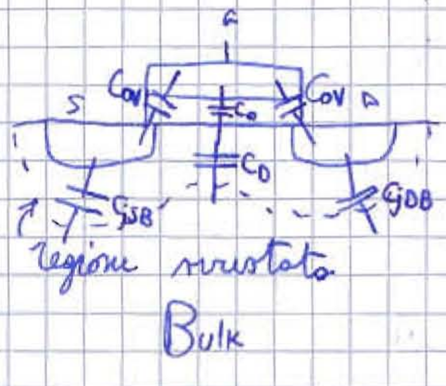




$$C_0 = C_{ox}\cdot W\cdot L$$
$$\hookrightarrow \frac{\varepsilon_{ox}}{t_{ox}}$$

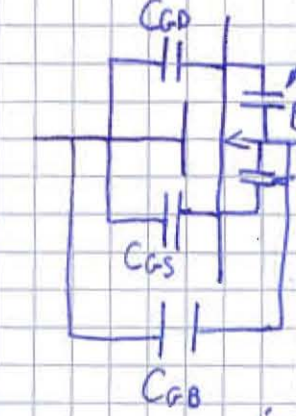
Capacità non lineare. Difficile risolverlo negli esercizi, considerato solo con l'ausilio di software.

Mettiamoci nella condizione di caso peggiore $C = C_o$. Ma questa capacità non è l'unica in gioco.



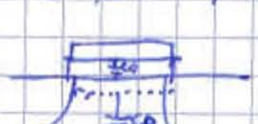
	OFF	LIN	SAT
C_{GB}	C_o	~ 0	~ 0
C_{GS}	C_{OV}	$C_{OV} + \frac{1}{2} C_o$	$C_{OV} + \frac{2}{3} C_o$
C_{GD}	C_{OV}	$C_{OV} + \frac{1}{2} C_o$	$\sim C_{OV}$

caso peggiore ↑



C_{GB} quando MOS OFF sarà $< C_o$, nel caso peggiore C_o (perchè è la serie tra C_o e C_D)

Quando il dispositivo è in lineare, siamo in forte inversione. Strato invertito.

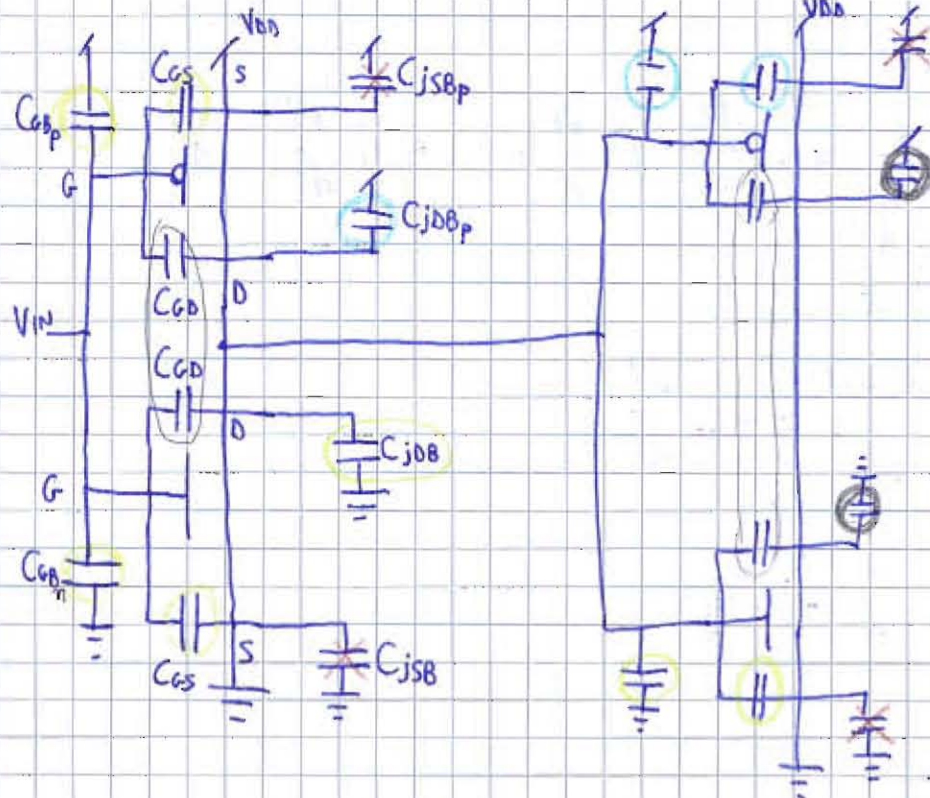


C_o è connessa al source e al drain, perchè non c'è più diretto collegamento con il bulk perchè ora c'è un conduttore. $\frac{C_o}{2}$ la associo al source, $\frac{C_o}{2}$ la associo al drain.

In saturazione il canale è strozzato, per cui lo strato invertito è  e non posso associarlo solo a metà al drain e al source.

$C_{GS} > C_{OV} + \frac{C_o}{2}$ mentre $C_{GD} < C_{OV} + \frac{C_o}{2}$

Suppongo di connettere più CMOS tra loro "in serie" e vedere come si comportano le capacità.



/ in parallelo tra loro

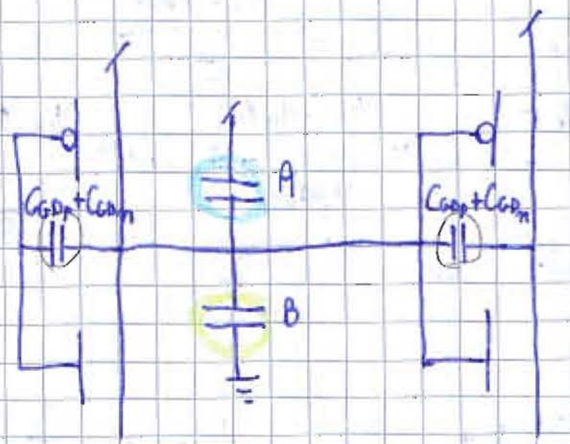
X cortocircuitate, sia prima che dopo hanno lo stesso potenziale

/ in parallelo tra loro

/ in parallelo tra loro

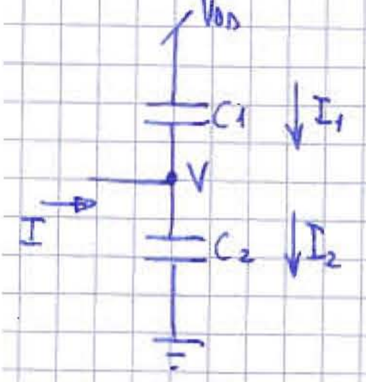
$A = C_{jDB_p} + C_{GB_p} + C_{GS_p}$

$B = C_{jDB_n} + C_{GB_n} + C_{GS_n}$



/ entrano in gioco solo se connetto un altro dispositivo a mont

/ entrano in gioco solo se connetto un altro stadio a valle.



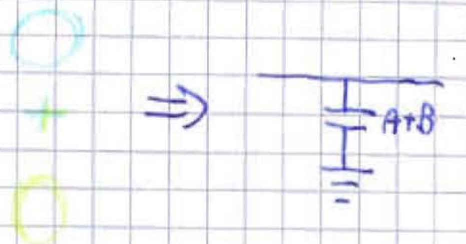
$$I + I_1 = I_2$$

$$I = I_2 - I_1 = C_2 \frac{dV}{dt} + C_1 \frac{dV}{dt} = (C_2 + C_1) \frac{dV}{dt}$$

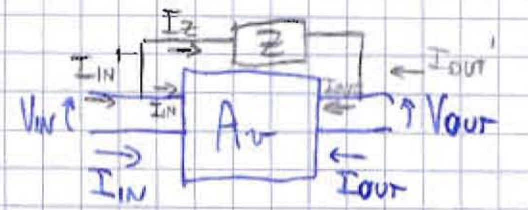
$$I_2 = C_2 \cdot \frac{dV}{dt}$$

$$I_1 = C_1 \cdot \frac{d(V_{DD} - V)}{dt} = -C_1 \frac{dV}{dt}$$

⇒ è lo stesso circuito



TEOREMA DI MILLER



supponiamo che venga connessa un'impedenza Z tra l'ingresso e l'uscita.

Da Kirchhoff so che $I_{IN}' = I_{IN} + I_Z$ e $I_Z = \frac{V_{IN} - V_{OUT}}{Z}$ e

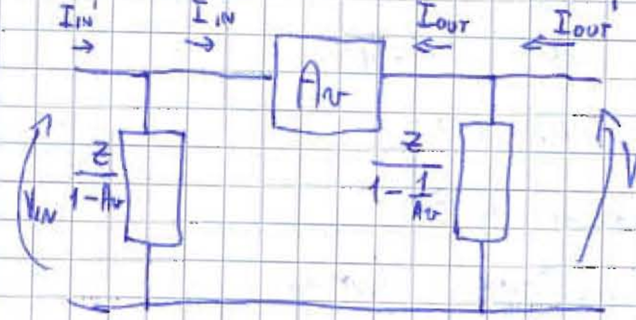
$V_{OUT} = A_v \cdot V_{IN}$ da cui $I_{IN}' = I_{IN} + \frac{V_{IN} - V_{OUT}}{Z} = I_{IN} + \frac{V_{IN} - A_v V_{IN}}{Z} = I_{IN} + \frac{V_{IN}(1 - A_v)}{Z} =$

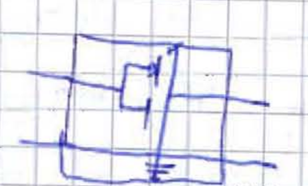
$= I_{IN} + \frac{V_{IN}}{Z/(1-A_v)}$. Stesso ragionamento per l'uscita:

$$\begin{cases} I_{OUT}' + I_Z = I_{OUT} \\ I_Z = \frac{V_{IN} - V_{OUT}}{Z} \\ V_{OUT} = A_v V_{IN} \end{cases} \Rightarrow I_{OUT}' = I_{OUT} - \frac{\frac{V_{OUT}}{A_v} - V_{OUT}}{Z} = I_{OUT} + \frac{V_{OUT}\left(1 - \frac{1}{A_v}\right)}{Z} =$$

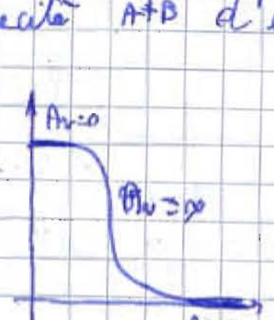
$= I_{OUT} + \frac{V_{OUT}}{Z/\left(1 - \frac{1}{A_v}\right)}$ ← corrente che otterrei

Il circuito precedente è quindi equivalente a



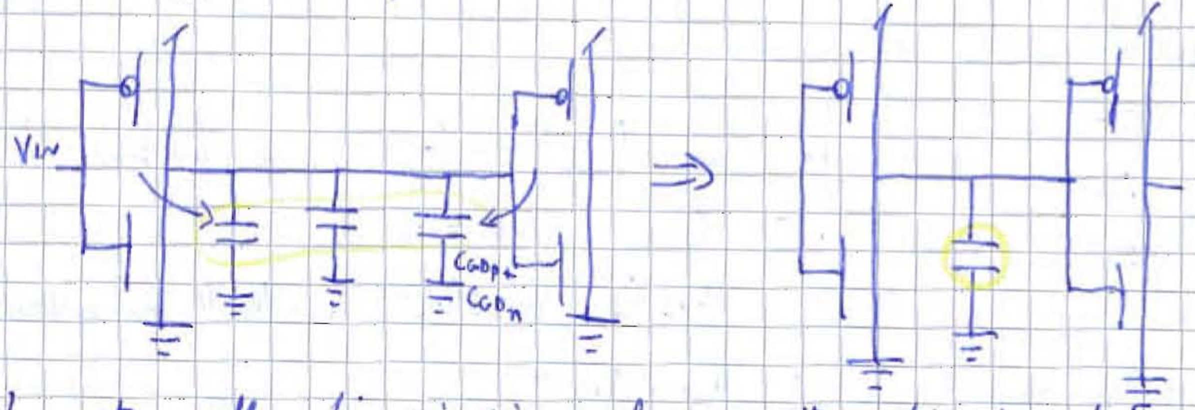


$C_{GDp}+C_{GDn}$ viene pertanto divisa in due, una da sommare alla capacità A+B d'ingresso e una da sommare a quella dell'uscita



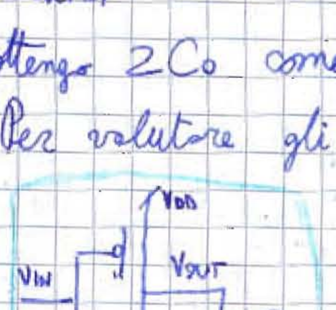
$$\frac{Z}{1-A_v} = \begin{cases} Z & A_v=0 \\ 0 & A_v=\infty \end{cases} \qquad \frac{Z}{1-\frac{1}{A_v}} = \begin{cases} 0 & A_v=0 \\ Z & A_v=\infty \end{cases}$$

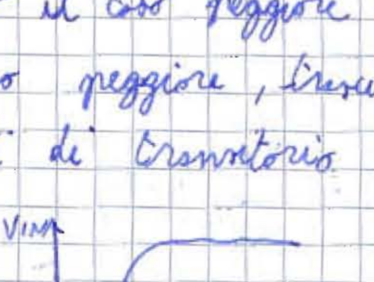
Il caso peggiore è quando valgono Z



A parte quelle di giunzione, le capacità dipendono tutte da C_0. $C_{overlap} \ll C_0$. Sommando il caso peggiore dell n-mos e del p-mos, ottengo $2C_0$ come caso peggiore, trascurando le capacità di giunz

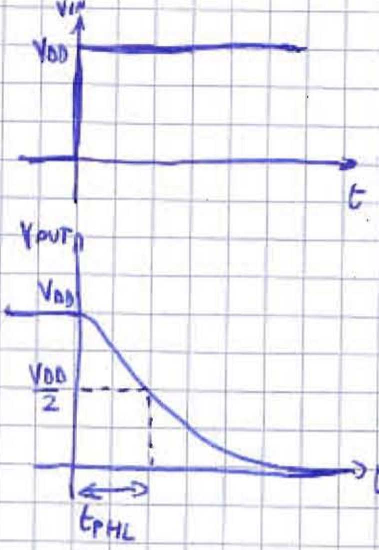
Per valutare gli effetti di transitorio di un invertitore, consid





t_{pHL} → TEMPO DI PROPAGAZIONE per passare dal 50% dell'escursione logica in ingresso al

Considero una variazione istantanea dell'ingresso.



$t<0$ $V_{IN}=0$

nMOS OFF

pMOS ON LIN

$V_{OUT} = V_{DD}$

$t>0$ $V_{IN}=V_{DD}$

nMOS ON

pMOS OFF

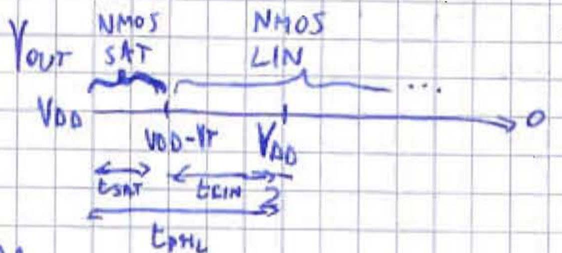
per $t \to +\infty$, $V_{OUT}=0$

$$50\% \left(V_H - V_L\right) = \frac{V_{DD}}{2}.$$

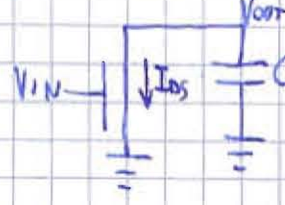
$V_H = V_{DD} - V_T$

$V_L = 0,6\,V$

$$\frac{V_H - V_L}{2} + V_L = \frac{V_H + V_L}{2} = 50\% \left(V_H - V_L\right)$$



Il p-MOS si spegne istantaneamente (perché variazione istantanea in ingresso). Il pull-up non c'è più.



NMOS SAT se $V_{DS} > V_{GS} - V_T$, cioè se $V_{OUT} > V_{IN} - V_T$

per $t=0^-$ $V_{IN}=0$, $V_{OUT} = V_{DD}$

per $t=0^+$ $V_{IN}=V_{DD}$, $V_{OUT}=V_{DD}$ $V_{DD} > V_{DD} - V_T$ sì $\Rightarrow$ NMOS SAT

L'N-MOS rimane in SAT finché $V_{OUT} > V_{DD} - V_T$

$$t_{PHL} = t_{SAT} + t_{LIN}$$

$\boxed{t_{SAT}}$

$$I_{DS} = -I_C = \frac{\beta_n}{2}\left(V_{GS}-V_T\right)^2 = \frac{\beta_n}{2}\left(V_{IN}-V_T\right)^2$$

$$I_C = C_L \cdot \frac{dV_{OUT}}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{\beta_n}{2}\left(\overset{V_{DD}}{V_{IN}} - V_T\right)^2 = -C_L \frac{dV_{OUT}}{dt}$$

$$\int_0^{t_{SAT}} dt = -\frac{C_L}{\frac{\beta_n}{2}\left(V_{DD}-V_T\right)^2} \int_{V_{DD}}^{V_{DD}-V_T} dV_{OUT} \qquad t_{SAT} = -\frac{C_L}{\frac{\beta_n}{2}\left(V_{DD}-V_T\right)^2} \cdot \left(\cancel{V_{DD}} - V_T - \cancel{V_{DD}}\right) = \frac{V_T \cdot C_L}{\frac{\beta_n}{2}\left(V_{DD}-V_T\right)^2}$$

$\boxed{t_{LIN}}$

5/5/09

$$I_{DS_{LIN}} = -C_L \frac{dV_{OUT}}{dt} \qquad \beta_n \left[(V_{GS}-V_T)V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right] = -C_L \frac{dV_{OUT}}{dt}$$

$V_{GS} = V_{IN} = V_{DD}$

$V_{DS} = V_{OUT}$

$$\beta_n \left[(V_{DD}-V_T) \cdot V_{OUT} - \frac{V_{OUT}^2}{2} \right] = -C_L \frac{dV_{OUT}}{dt}$$

$$dt = -\frac{2C_L}{\beta_n} \frac{dV_{OUT}}{2(V_{DD}-V_T)V_{OUT} - V_{OUT}^2} \qquad dt = \frac{2C_L}{\beta_n} \cdot \frac{dV_{OUT}}{V_{OUT}\left[V_{OUT} - 2(V_{DD}-V_T)\right]}$$

$$\int_0^{t_{LIN}} dt = \frac{2C_L}{\beta_n} \int_{V_{DD}-V_T}^{\frac{V_{DD}}{2}} \frac{dV_{OUT}}{V_{OUT}\left[V_{OUT} - 2(V_{DD}-V_T)\right]}$$

$$\frac{1}{V_{OUT}\left[V_{OUT} - 2(V_{DD}-V_T)\right]} = \frac{A}{V_{OUT}} + \frac{B}{V_{OUT} - 2(V_{DD}-V_T)} = \frac{AV_{OUT} - 2A(V_{DD}-V_T) + BV_{OUT}}{V_{OUT} \cdot \left[V_{OUT} - 2(V_{DD}-V_T)\right]} =$$

$$= \frac{V_{OUT}(A+B) - 2A(V_{DD}-V_T)}{V_{OUT}\left[V_{OUT} - 2(V_{DD}-V_T)\right]} \qquad \begin{cases} A+B=0 \\ -2A(V_{DD}-V_T) = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} A = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{V_{DD}-V_T} \\ B = \frac{1}{2(V_{DD}-V_T)} \end{cases}$$

$$= -\frac{1}{2(V_{DD}-V_T)} \cdot \frac{1}{V_{OUT}} + \frac{1}{2(V_{DD}-V_T)} \cdot \frac{1}{V_{OUT} - 2(V_{DD}-V_T)}$$

$$t_{LIN} = \frac{2C_L}{\beta_n} \cdot \left[-\frac{1}{2(V_{DD}-V_T)} \cdot \ln V_{OUT} + \frac{1}{2(V_{DD}-V_T)} \ln \left| V_{OUT} - 2(V_{DD}-V_T) \right| \right]_{V_{DD}-V_T}^{V_{DD}/2} =$$

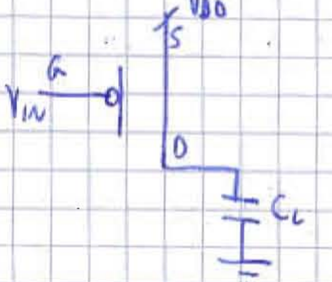
$$= \frac{\cancel{2} C_L}{\beta_n} \frac{1}{\cancel{2}(V_{DD}-V_T)} \left[\ln \frac{V_{OUT} - 2(V_{DD}-V_T)}{V_{OUT}} \right]_{V_{DD}-V_T}^{\frac{V_{DD}}{2}} = \frac{C_L}{\beta_n (V_{DD}-V_T)} \left[\ln \frac{\frac{V_{DD}}{2} - 2V_{DD} + 2V_T}{\frac{V_{DD}}{2}} - \ln(-1) \right] =$$

$$= \frac{C_L}{\beta_n(V_{DD}-V_T)}\left[\ln\frac{-3V_{DD}+4V_T}{V_{DD}}\cdot\frac{1}{-1}\right] = \frac{C_L}{\beta_n(V_{DD}-V_T)}\ln\frac{3V_{DD}-4V_T}{V_{DD}}$$

$$\boxed{t_{PHL}} = t_{SAT}+t_{LIN} = \frac{2C_L V_T}{\beta_n(V_{DD}-V_T)^2} + \frac{C_L}{\beta_n(V_{DD}-V_T)}\ln\frac{3V_{DD}-4V_T}{V_{DD}} =$$

$$\boxed{= \frac{C_L}{\beta_n(V_{DD}-V_T)}\left[\frac{2V_T}{V_{DD}-V_T} + \ln\frac{3V_{DD}-4V_T}{V_{DD}}\right]}$$

$t_{PLH} \rightarrow$

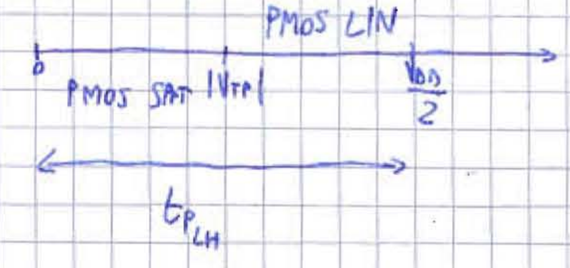


PULL-DOWN spento $t>0 \rightarrow V_{IN}=0$

PMOS SAT se $V_{SD} > V_{SG}-|V_{TP}|$

$\cancel{V_{DD}}-V_{OUT} > \cancel{V_{DD}}-V_{IN}-|V_{TP}|$

$V_{OUT} < \underset{0}{\underset{\shortparallel}{V_{IN}}} + |V_{TP}|$ $\quad V_{OUT} < |V_{TP}|$



$$I_{SD} = I_C = C\frac{dV_{OUT}}{dt}$$

$\boxed{t_{SAT}}$ $\frac{\beta_p}{2}\left(V_{DD}-\overset{0}{\cancel{V_{IN}}}-|V_{TP}|\right)^2 = C\frac{dV_{OUT}}{dt}$ ... $t_{SAT} = \frac{2C_L|V_{TP}|}{\beta_p(V_{DD}-|V_{TP}|)}$

$\boxed{t_{LIN}}$ $\beta_p\left[\left(V_{DD}-\overset{0}{\cancel{V_{IN}}}-|V_{TP}|\right)(V_{DD}-V_{OUT}) - \frac{(V_{DD}-V_{OUT})^2}{2}\right] = C\frac{dV_{OUT}}{dt}$

$$t_{LIN} = \frac{C_L}{\beta_p(V_{DD}-|V_{TP}|)}\ln\frac{3V_{DD}-4|V_{TP}|}{V_{DD}}$$

Dato che la porta è simmetrica $\boxed{t_{P_{HL}} = t_{P_{LH}}}$

quando $\beta_n = \beta_p$ e $V_{TN} = |V_{TP}|$

$$t_P = \frac{t_{P_{HL}} + t_{P_{LH}}}{2} = t_{P_{HL}} = t_{P_{LH}}$$

$V_{DD} >> V_T$

$$t_{P_{HL}} = \frac{2C_L}{\underset{V_T \text{ trascurabile}}{\beta_n \cdot V_{DD}}} \left[\frac{\overset{\text{trascurabile}}{1}}{\underset{\text{grande}}{\frac{V_{DD}}{V_T}} - \underset{\text{trascurabile}}{1}} + \frac{1}{2} \ln \frac{\overset{\ln 3 \simeq 1}{3} - \overset{\text{trascurabile}}{4\frac{V_T}{V_{DD}}}}{1} \right] =$$

$$= \frac{2C_L}{\beta_n V_{DD}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{C_L}{\beta_n V_{DD}}$$

$\uparrow C_L$ $\uparrow t_{P_{HL}}$

$\uparrow \beta_n$ $\downarrow t_{P_{HL}}$

$\uparrow V_{DD}$ $\downarrow t_{P_{HL}}$ perchè aumenta quadraticamente la corrente

La potenza dissipata (dinamica) aumenta con V_{DD}.

Per avere circuiti veloci, devo accettare un consumo di potenza elevato.

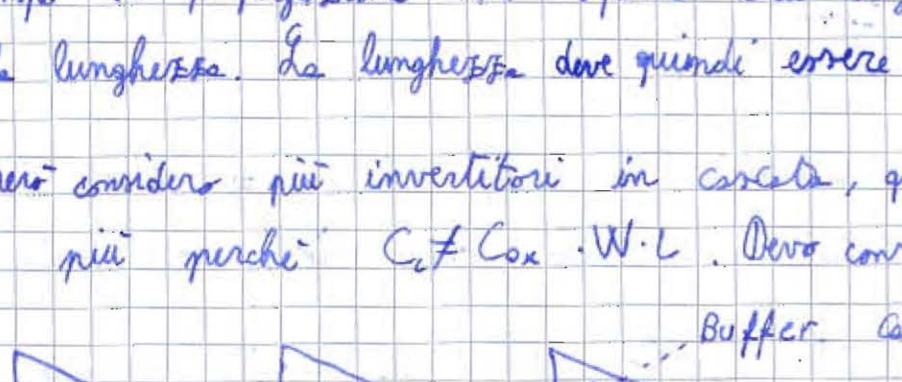
$C_L \alpha C_{ox} \cdot W \cdot L$

$\beta_n = \mu_n C_{ox} \cdot \frac{W}{L}$

$$t_P \simeq \frac{C_L}{\beta_n V_{DD}} = \frac{\alpha C_{ox} W \cdot L}{\mu_n C_{ox} \cdot W/_L \cdot V_{DD}} = \frac{\alpha}{\mu_n} \cdot \frac{L^2}{V_{DD}}$$

Il tempo di propagazione non dipende dalla larghezza del MOS ma dalla lunghezza. La lunghezza deve quindi essere minima.

Se però considero più invertitori in cascata, questa formula non vale più perchè $C_L \neq C_{ox} \cdot W \cdot L$. Devo considerare anche le capacità parassite dei f



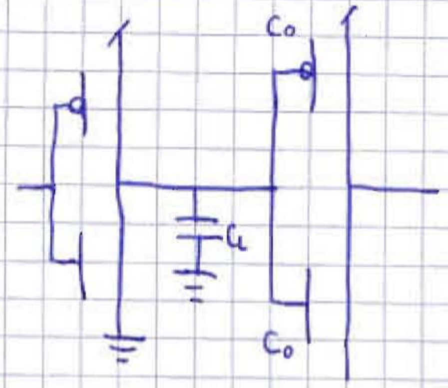
$C_L >> C_{ox} \cdot W \cdot L$

$t_{P_0} = \frac{C_0}{\beta_0 V_{DD}}$ $t_{P_1} = \frac{C_1}{\beta_1 V_{DD}}$ $t_{P_B} = \frac{C_L}{\beta_B \cdot V_{DD}}$

$$t_{p_B} = \frac{C_L}{\beta_B \cdot V_{DD}} = \frac{C_L}{\mu_n C_{ox} \cdot \frac{W_B}{L_B} \cdot V_{DD}}$$

Potrei aumentare W_B (ultimo stadio con MOS molto larghi), ma andrei ad aumentare C_B e via via, a catena, aumentano i tempi di propagazione degli invertitori precedenti.

06/05/09



$C_L \simeq \overset{\alpha}{2}\, C_{ox} W \cdot L$ se hanno la stessa lunghezza

altrimenti: $C_L = C_{ox} W_p L_p + C_{ox} W_n L_n$

Le interconnessioni presentano delle capacità parassite, pertanto $C_L > C_{ox} \cdot W \cdot L$

L'ultimo ▷ deve essere in grado di "pilotare" la capacità C_L.

Viene chiamato $\boxed{\text{buffer}}$.

$$t_p \simeq \frac{C}{\beta \cdot V_{DD}} = \frac{\alpha \cancel{C_{ox}} \overset{\text{stadio a valle}}{\cancel{W} \cdot L}}{\cancel{C_{ox}} \cdot \mu_n \underset{\text{stadio a}}{\frac{\cancel{W}}{L}} \cdot V_{DD}} = \frac{\alpha \cdot L^2}{\mu_n \cdot V_{DD}}$$

Questo vale solo se ci troviamo tra due stadi. All'ultimo stadio:

$$t_{p_B} = \frac{C_L}{\beta \cdot V_{DD}} = \frac{C_L}{C_{ox} \mu_n \frac{W}{L_{min}} \cdot V_{DD}}$$ dipende dalla larghezza del NMOS se $t_{p_B} = t_{p_{HL_B}}$

Per diminuire t_{p_B} devo aumentare W_B e quindi $C_1 \Rightarrow$ aumenta t_{p_1}

Sto trasportando il problema a monte → circuito sempre lento

Considero $\beta_1 = \beta_0$ e $t^* = t_{p_1} + t_{p_B}$ (tempi che modifico cambiando W_B).

$$t^* = \frac{C_1}{\beta_0 \cdot V_{DD}} + \frac{C_L}{\beta_B \cdot V_{DD}}$$ suppongo di variare $W_B = K W_0 = K W_1$ perché $\beta_0 = \beta_1$

$$\beta_B = \mu C_{ox} \frac{W_B}{L} \qquad \beta_0 = \mu C_{ox} \frac{W_0}{L}$$

$$\frac{\beta_B}{\beta_0} = \frac{\cancel{\mu C_{ox}} \frac{W_B}{\cancel{L}}}{\cancel{\mu C_{ox}} \frac{W_0}{\cancel{L}}} = \frac{W_B}{W_0} = K \qquad C_1 = \alpha \cdot C_{ox} \cdot W_B \cdot L$$

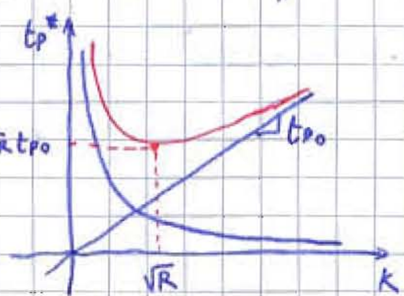
$$C_0 = \alpha C_{ox} \cdot W_0 \cdot L$$

$$\frac{C_1}{C_0} = \frac{W_B}{W_0} = K \qquad t_p^* = \frac{C_1}{C_0} \cdot \frac{C_0}{\beta_0 \cdot V_{DD}} + \frac{C_L}{\frac{\beta_B}{\beta_0} \cdot \beta_0 V_{DD}} = \frac{K C_0}{\beta_0 \cdot V_{DD}} + \frac{C_L}{K \beta_0 V_{DD}} =$$

valore tale che $C_L = RC_0$

$$= K \frac{C_0}{\beta_0 V_{DD}} + \frac{R C_0}{K \beta_0 V_{DD}} = \frac{C_0}{\beta_0 V_{DD}} \left(K + \frac{R}{K} \right) =$$ devo trovare k che minimizz

$$= t_{p0} \left(K + \frac{R}{K} \right)$$

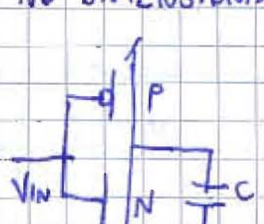


$$\frac{dt_p^*}{dK} = t_{p0} \left(1 - \frac{R}{K^2} \right) = 0 \qquad K = \sqrt{R} \qquad R = \frac{C_L}{C_0} = \frac{C_L}{C_1} \cdot \frac{C_1}{C_0} = K \cdot \frac{C_L}{C_1}$$

$$R = \frac{C_L}{C_1} \cdot \sqrt{R} \qquad \frac{C_L}{C_1} = \sqrt{R} = K = \frac{C_1}{C_0}$$

C_1 dipende da W_B ed è la med proporzionale tra C_L e C_0.

NO DIMENSIONAMENTO SU PIÙ BUFFER.

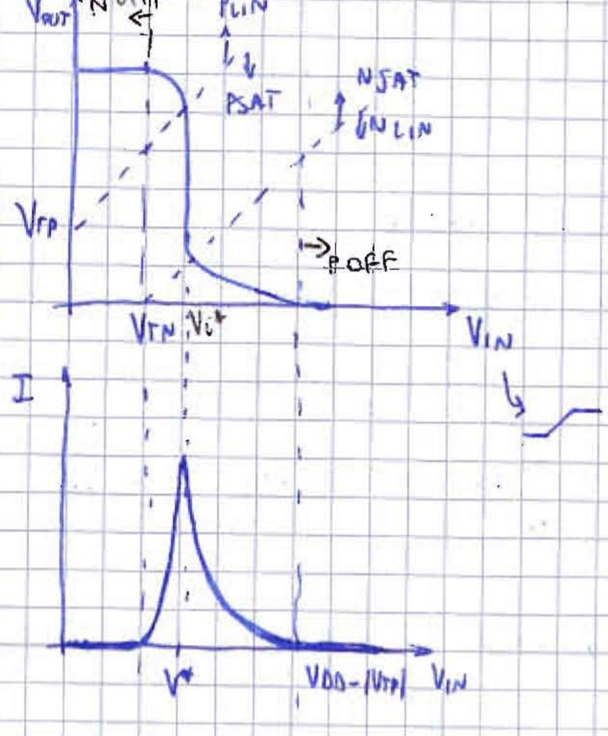


Ho due contributi al consumo di potenza: quello della capacit e quello di corto circuito.

C'è un transitorio nel passaggio da alto a basso e viceversa in cui c'è una corrente → consumo di potenza.

Suppongo che l'ingresso non vari istantaneamente.

Trascuro per ora la capacità C.



$$I_{DS} = \frac{\beta_n}{2}\left(\underset{\overset{\shortparallel}{V_{IN}}}{V_{GS}} - V_{TN}\right)^2 \quad \text{per } N_{SAT} \; P_{LIN}$$

$$I_{SD} = \frac{\beta_p}{2}\left(V_{SG} - |V_{TP}|\right)^2 = \quad \text{per } N_{LIN} \; P_{SA}$$

$$= \frac{\beta_p}{2}\left(V_{DD} - V_{IN} - |V_{TP}|\right)^2$$

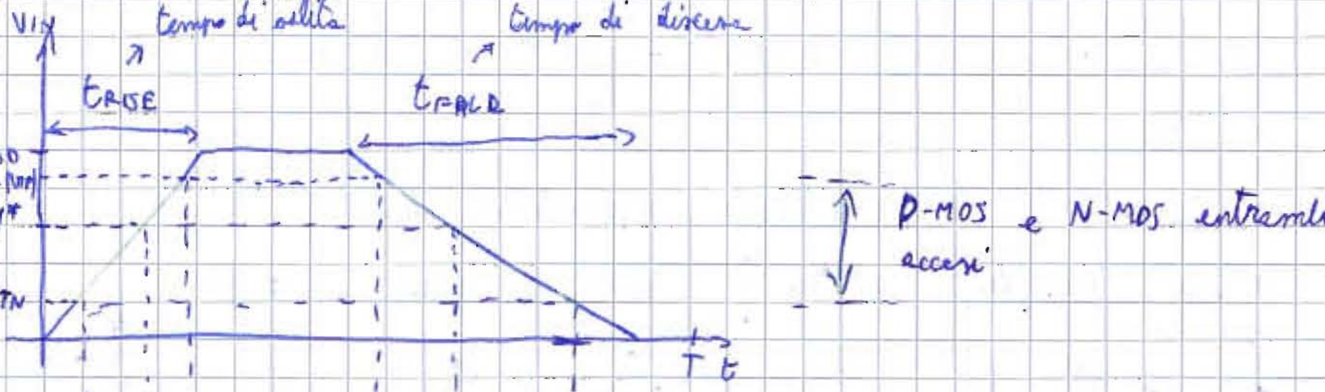
Quando V_{IN} non varia istantaneamente ed è presente un carico, devo considerare la potenza dissipata sul carico dovuta alla corrente che vi circola.

$$P_{DIN} = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{potenza} \\ \text{dissipata di} \\ \text{corto circuito}}}{P_{CC}} + \underset{\substack{\downarrow \\ \text{potenza}}}{P_{ASS.CARICO}}$$

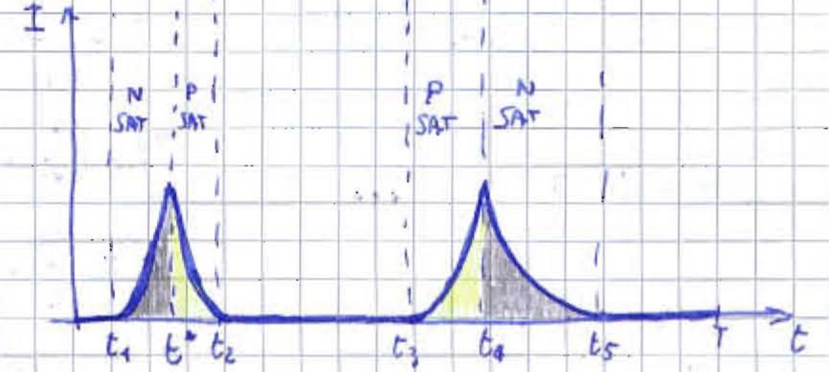
potenza dissipata dal CMOS anche in assenza di carico dovuta al fatto che al variare della V_{IN} (non istantanea) il CMOS lavora in regioni in cui entrambi i MOS sono accesi, pertanto ho corrente da V_{DD} a massa e dissipo potenza. È nulla solo se V_{IN} varia istantaneamente. La potenza associata al carico (capacitivo) è dovuta al fatto che quando varia la tensione d'uscita ho corrente nella capacità. Presente anche in caso di variazione istantanea perché il condensatore si deve caricare o scaricare (transitorio).

Per calcolare P_{CC}, considero un circuito senza il carico.
Per calcolare $P_{ASS.CARICO}$, considero un ingresso che varia istantaneamente.
Poi sommo.

$\boxed{P_{cc}}$



Assenza di carico $I_{SD} = I_{DS} = I$



$$I = \frac{\beta_n}{2}\left(V_{GS}-V_{TN}\right)^2 = \frac{\beta_n}{2}\left(V_{IN}(t)-V_{TN}\right)^2 \qquad V_{IN}(t) = a \cdot t \text{ lineare} \Rightarrow I \text{ parabola}$$

Per $t > t^*$, P SAT $\quad I = \frac{\beta_P}{2}\left(V_{SG}-|V_{TP}|\right)^2 = \frac{\beta_P}{2}\left(V_{DD}-V_{IN}-|V_{TP}|\right)^2$ ancora parabola

Il consumo di potenza non ce l'ho sempre, ma solo nelle transizioni.

$$\overset{\text{media}}{\tilde{P}_{cc}} = \frac{1}{T}\int_0^T P_{ist.}\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T V_{DD}\cdot I\,dt = \frac{1}{T}\left[\cancelto{0}{\int_0^{t_1} V_{DD}\cdot I\,dt} + \int_{t_1}^{t^*} V_{DD}\cdot I\,dt + \int_{t^*}^{t_2} V_{DD} I\,dt + \right.$$

$$\left. + \cancelto{0}{\int_{t_2}^{t_3} V_{DD}\cdot I\,dt} + \int_{t_3}^{t_4} V_{DD}\cdot I\,dt + \int_{t_4}^{t_5} V_{DD}\cdot I\,dt + \cancelto{0}{\int_{t_5}^{T} V_{DD}\cdot I\,dt}\right] =$$

$$= \frac{1}{T}\left[\int_{t_1}^{t^*} V_{DD}\cdot\frac{\beta_n}{2}\left(V_{IN}-V_{TN}\right)^2 dt + \int_{t^*}^{t_2} V_{DD}\cdot\frac{\beta_P}{2}\left(V_{DD}-V_{IN}-|V_{TP}|\right)^2 dt + \int_{t_3}^{t_4} V_{DD}\cdot\frac{\beta_P}{2}\left(V_{DD}-V_{IN}-|V_{TP}|\right)^2 dt + \int_{t_4}^{t_5} V_{DD}\cdot\frac{\beta_n}{2}\left(V_{IN}\right.\right.$$

cambia V_{IN}

a meno che i coefficienti angolari non siano uguali in modulo.

$$V_{IN} = \frac{V_{DD}}{t_R} \cdot t \qquad e \qquad V_{IN} = C - \frac{V_{DD}}{t_f} t$$

se $t_R = t_f$, gli andamenti diventano uguali

$\beta_n = \beta_P$, $V_{TN} = |V_{TP}|$ e $V^* = \frac{V_{DD}}{2}$ porta a dire =

$$\frac{V_{DD}}{t_R} = \overbrace{\frac{V_{TN}}{t_1} = \frac{|V_{TP}|}{t_1}}^{V_T}$$

$$\Downarrow$$

$$t_1 = \frac{V_T}{V_{DD}} \cdot t_R$$

$$\frac{V_{DD}}{t_R} = \frac{V^*}{t^*} = \frac{V_{DD}/2}{t^*}$$

$$t^* = \frac{V_{DD}}{2} \cdot \frac{t_R}{V_{DD}} = \frac{t_R}{2}$$

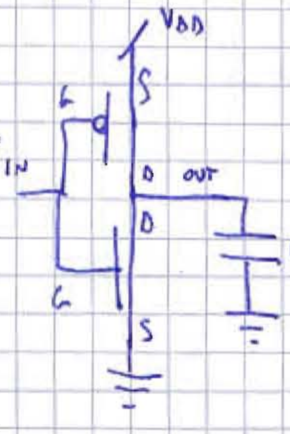
$$\tilde{P}_{cc} = \frac{4}{T} \int_{t_1}^{t^*} V_{DD} \frac{\beta_n}{2} \left(V_{IN} - V_T\right)^2 dt = \frac{4 V_{DD} \beta_n}{2T} \int_{t_1}^{t^*} \left(\frac{V_{DD}}{t_R} t - V_T\right)^2 dt =$$

$$= \frac{4 V_{DD} \beta_n}{2T} \left[\frac{V_{DD}^2}{t_R^2} \cdot \frac{t^3}{3} - 2 \frac{V_{DD}}{t_R} \cdot \frac{t^2}{2} \cdot V_T + V_T^2 \cdot t \right]_{\frac{V_T}{V_{DD}} t_R}^{t_R/2} = \dots$$

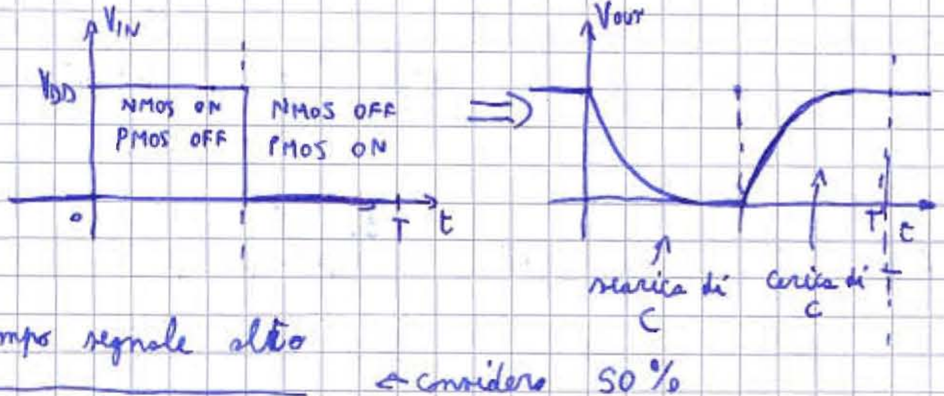
11/05/09

$$= \frac{\beta}{12} \cdot \frac{t_R}{T} V_{DD}^3 \qquad \text{con } \begin{array}{l} V_{DD} >> V_T \\ \beta_n = \beta_P = \beta \\ V_{TN} = V_{TP} \end{array}$$

Calcoliamo ora la potenza associata al carico



Considero un ingresso che varia istantaneamente per poter ignorare $\tilde{P}_{cc} = 0$.

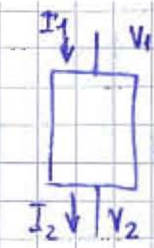


DUTY CICLE = $\frac{\text{tempo segnale alto}}{\text{tempo segnale basso}}$ ← considero 50 %

$$\tilde{P}_{AC} = \frac{1}{T} \int_0^T P \cdot dt \qquad \text{sapendo che} \qquad P = V \cdot I = R \cdot I^2$$

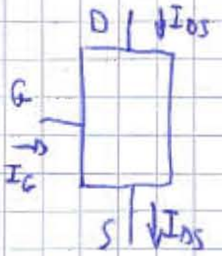
$V \cdot I$: potenza assorbita dal generatore

$R \cdot I^2$: potenza dissipata dalla resistenza



se R
$I_1 = I_2 = I$

$$P = V_1 I_1 - V_2 I_2 = I(V_1 - V_2) = V \cdot I$$



$$P = V_D \cdot I_{DS} + V_G \cdot \overset{0}{\cancel{I_G}} - V_S I_{DS} = I_{DS}(V_D - V_S) = V_{DS} \cdot I_{DS}$$

(nel P-MOS, $P = V_{SD} \cdot I_{SD}$)

$$\tilde{P}_{AC} = \tilde{P}_{PMOS} + \tilde{P}_{NMOS} + \tilde{P}_C$$

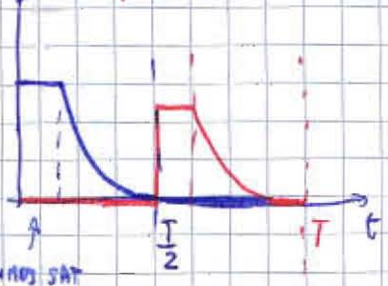
$$\tilde{P}_C = \frac{1}{T}\int_0^T V_{OUT} \cdot I_C \, dt = \frac{1}{T}\int_0^T V_{OUT}(t) \cdot C \cdot \frac{dV_{OUT}}{\cancel{dt}} \cancel{dt} = \frac{C}{T}\int_{V_{OUT}(0)}^{V_{OUT}(T)} V_{OUT} \, dV_{OUT} =$$

$$= \frac{C}{T}\left[\frac{V_{OUT}^2}{2}\right]_{V_{OUT}(0)}^{V_{OUT}(T)} = \frac{C}{T}\left[\frac{V_{DD}^2}{2} - \frac{V_{DD}^2}{2}\right] = 0$$

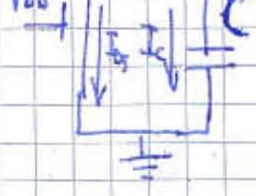
perchè in un semiperiodo la capacità assorbe energia nell'altro la cede.

$$\tilde{P}_{NMOS} = \frac{1}{T}\int_0^T V_{DS} \cdot I_{DS} \, dt = \frac{1}{T}\int_0^{T/2} V_{DS} I_{DS} \, dt + \frac{1}{T}\int_{T/2}^{T} V_{DS} \overset{0}{\cancel{I_{DS}}} \, dt =$$

perchè NMOS OFF



il circuito che sto analizzando è



$V_{DS} = V_{OUT}$

$I_{DS} = -I_C$

NMOS SAT

$I_{DS} = \frac{\beta_n}{2}(\underset{\overset{\parallel}{V_{DD}}}{V_{IN}} - V_{TN})^2$

finchè $V_{OUT} > V_{DD} - V_T$

PMOS SAT

$\cancel{V_{DD}} - V_{OUT} > \cancel{V_{DD}} - \underset{\overset{\parallel}{0}}{V_{IN}} - |V_{TP}$

$V_{OUT} < |V_{TP}|$

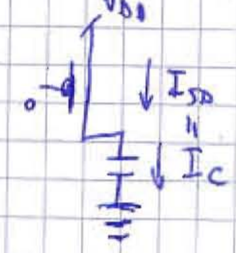
$$\tilde{P}_{NMOS} = -\frac{1}{T}\int_0^{T/2} V_{OUT} I_C \, dt = -\frac{1}{T}\int_0^{T/2} V_{OUT} \cdot C \frac{dV_{OUT}}{\cancel{dt}} \cancel{dt} =$$

$$= -\frac{C}{T}\left[\frac{V_{OUT}^2}{2}\right]_{V_{DD}}^{0} = \frac{C}{T}\frac{V_{DD}^2}{2} = \frac{1}{2} C f V_{DD}^2$$

f ← frequenza del segnale d'ingresso $= \frac{1}{T}$

NON dipende dalle dimensioni del transistor

$$\tilde{P}_{PMOS} = \frac{1}{T}\int_{\frac{T}{2}}^{T} V_{SD} \cdot I_{SD}\, dt = \frac{1}{T}\int_{T/2}^{T} (V_{DD} - V_{OUT})\, C \frac{dV_{OUT}}{\cancel{dt}} \cancel{dt} =$$



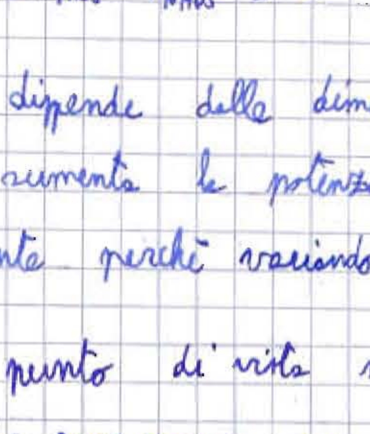
$$= \frac{C}{T}\int_{0}^{V_{DD}} (V_{DD} - V_{OUT})\, dV_{OUT} = \frac{C}{T}\left[V_{DD} V_{OUT} - \frac{V_{OUT}^2}{2}\right]_0^{V_{DD}} = \frac{C}{2T} \cdot V_{DD}^2 = \frac{C}{2} f V_{DD}^2$$

$$\tilde{P}_{AC} = \tilde{P}_{PMOS} + \tilde{P}_{NMOS} = C \cdot \frac{1}{T} \cdot V_{DD}^2 = C \cdot f \cdot V_{DD}^2$$

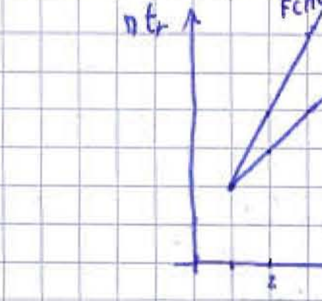
Non dipende dalle dimensioni del dispositivo. Aumentando la velocità (f) aumenta la potenza dissipata. Al variare di f, $\tilde{P}_{cc}$ rimane quasi costante perché variando T varia anche t_r, quindi $\frac{t_r}{T} \simeq$ cost.

Dal punto di vista statico, lo pseudo NMOS consuma sempre potenza perché PMOS sempre ON, mentre il CMOS non consuma nulla.

Realizzando logiche complesse (NAND...), con il CMOS ho bisogno di 2n transistori, mentre con lo pseudo MOS solo n+1, con n = n° ingressi.



Collegando più dispositivi in serie

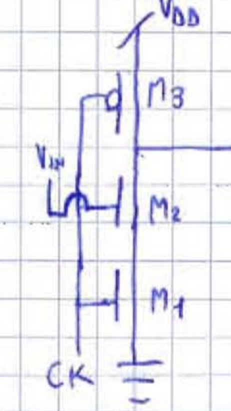


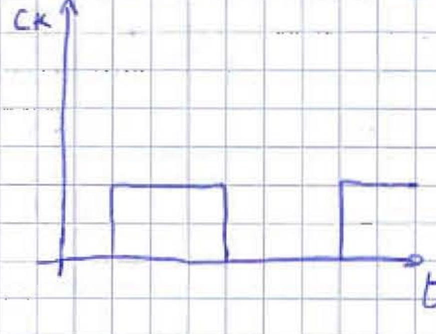
Capacità dovuta a *una* sola capacità

capacità + elevata che dipende da due capacità.

Devo passare a logiche dinamiche, che usano un segnale di clock.

LOGICA P/E (Precharge/Evaluation)





Se CK=0, M_1 OFF e M_3 ON

PullDown OFF e PullUp ON

⇓

$V_{OUT} = V_{DD}$

Se CK=1, M_1 ON e M_3 OFF ; PD ? e PU OFF

↑ dipende da M_2

└ $V_{IN} = 0 \Rightarrow M_2$ OFF, PD OFF $\Rightarrow V_{OUT} = V_D$

↑ costante ALTA IMPED

$V_{OUT} = 0 \Leftarrow$ PD ON $\Leftarrow M_2$ ON $\Leftarrow V_{IN} = 1$

Ricapitolando

CK=0

M1 OFF PD OFF

M3 ON PU ON

} $V_{OUT} = V_{DD}$ Precarica

CK=1

M_3 OFF PU OFF

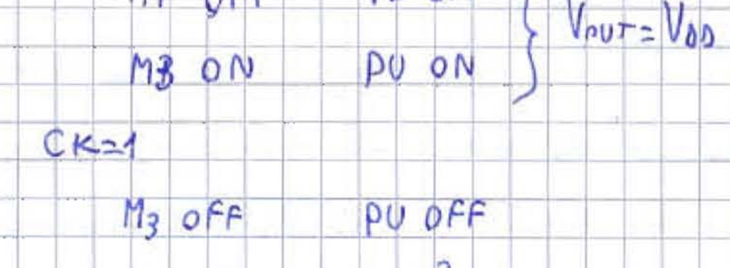
M1 ON PD ? Evaluation

se PD ON $\Rightarrow M_2$ ON $\Rightarrow V_{IN} = V_{DD}$

↳ $V_{OUT} = 0$

se PD OFF $\Rightarrow M_2$ OFF $\Rightarrow V_{IN} = 0$

↳ (PU OFF) $\Rightarrow V_{OUT}$ A.I. o H.I. $\Rightarrow V_{OUT} = V_{DD}$



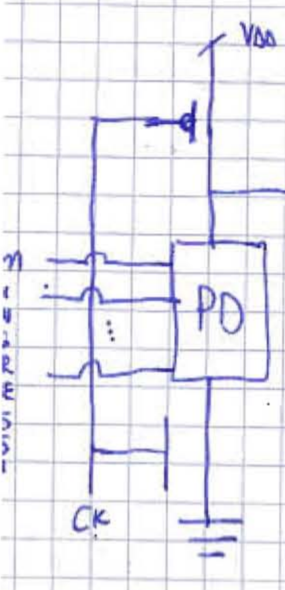
P → PreCharge (precarica)

E → Evaluation (valutazione)

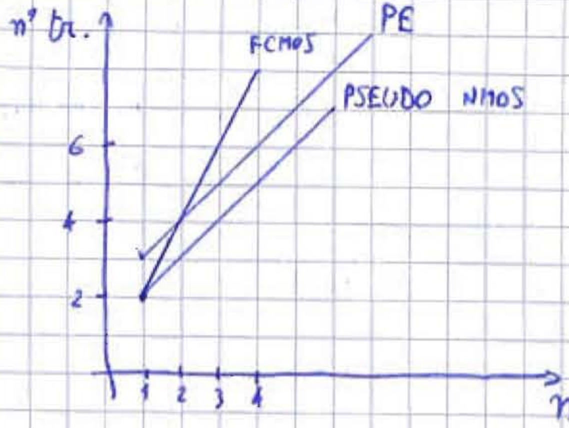
commuta anche se l'ingresso non varia

LOGICA RATIOLESS, non ha consumo di potenza statico, ha un consumo di potenza dinamica.

Devo progettare solo la rete di pull-down.



Nella logica	ho bisogno di transistori
- PSEUDO NMOS	$n+1$
- FCMOS	$2n$
- PE	$n+2$

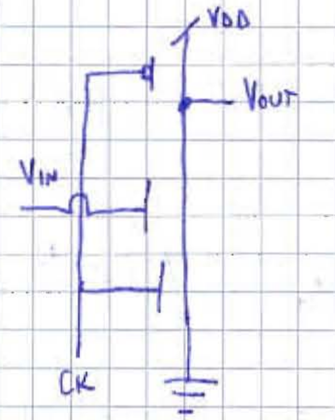


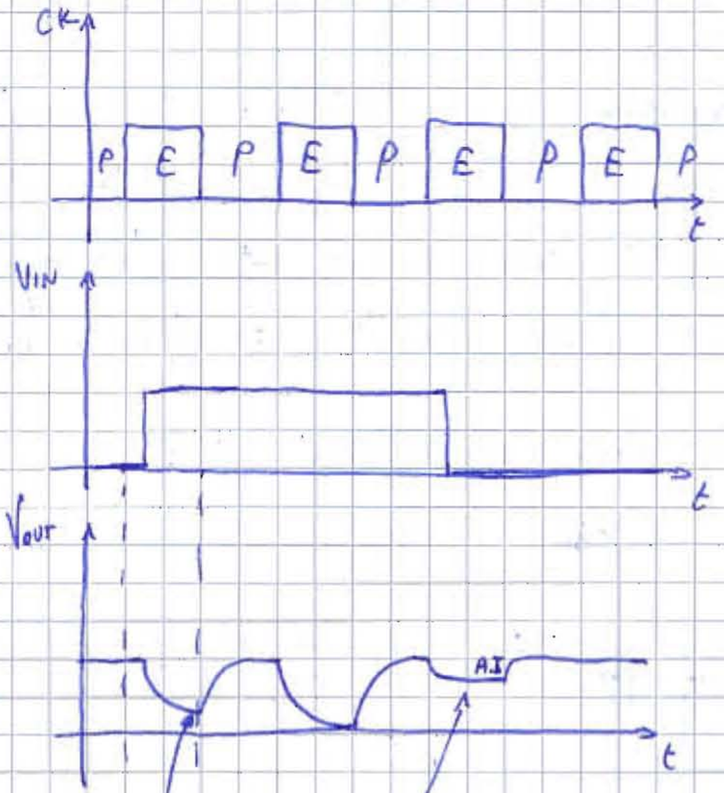
PE è RATIOLESS perchè l'uscita non dipende dalle dimensioni.

Il consumo di potenza dinamico è più alto perchè prima (FCMOS) dipendeva dal periodo del segnale d'ingresso, ora dipende dal periodo del segnale di clock (ogni volta che varia l'uscita ho consumi di potenza). Logica PE più facile da realizzare rispetto al FCMOS perchè devo progettare solo il Pull Down.

Mentre nelle logiche FCMOS posso avere momenti di potenza nulla in quanto essa c'è nelle transizioni ed è il valore di PU e PD a tenermi alta o bassa l'uscita, nella logica PE non posso fermare il clock, altrimenti la capacità che mi tiene in memoria il valore d'uscita si scarica, dato che solo idealmente questa mantiene il dato. Devo ricaricarla ogni tanto ⇒ avrò una frequenza di lavoro minima e una massima.

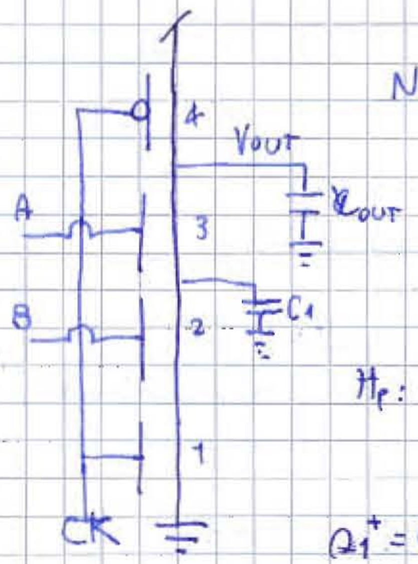
Considero un invertitore PE





l'uscita rimane a un valore che può essere indeterminato (non controllabile)

⇒ IL SEGNALE <u>NON</u> DEVE VARIARE IN FASE DI VALUTAZIONE



NAND

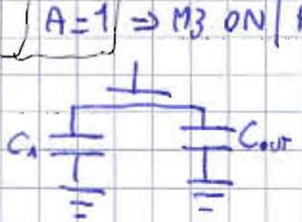
A	B	Vout
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

fase E → PU OFF

t<0 B=0 B=0

t>0 A=0 A=1 ⇒ M3 ON | PD

Vout A.I.



Hp: C_1 scarica $V_{C1}=0$ $Q_1^- = V_1 C_1 = 0$

C_{OUT} $V_{OUT} = V_{DD}$ $Q_{OUT}^- = C_{OUT}\underset{V_{DD}}{\underset{\parallel}{V_{OUT}}}$

$Q_1^+ = C_1 V_x$

$Q_{OUT}^+ = C_{OUT} V_x$

$Q_1^- + Q_{OUT}^- = Q_1^+ + Q_{OUT}^-$ $0 + C_{OUT} V_{DD} = C_1 V_x + C_{OUT} V_x$

La logica PE è dinamica perché il dato è memorizzato in una capacità dinamica.

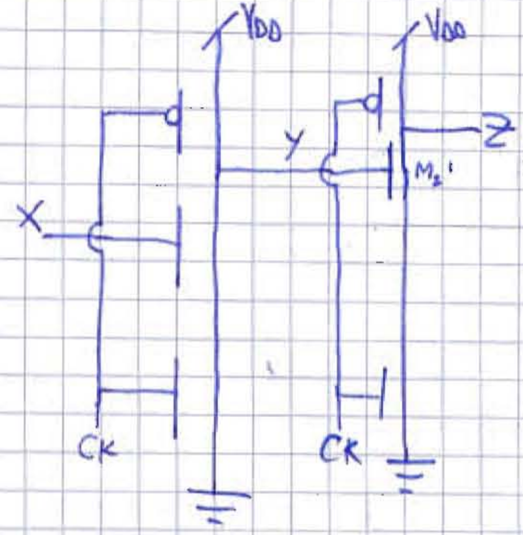
Trovo il **massimo** valore di disturbo che possiamo avere sugli ingressi avendo lo stesso comportamento (NM).

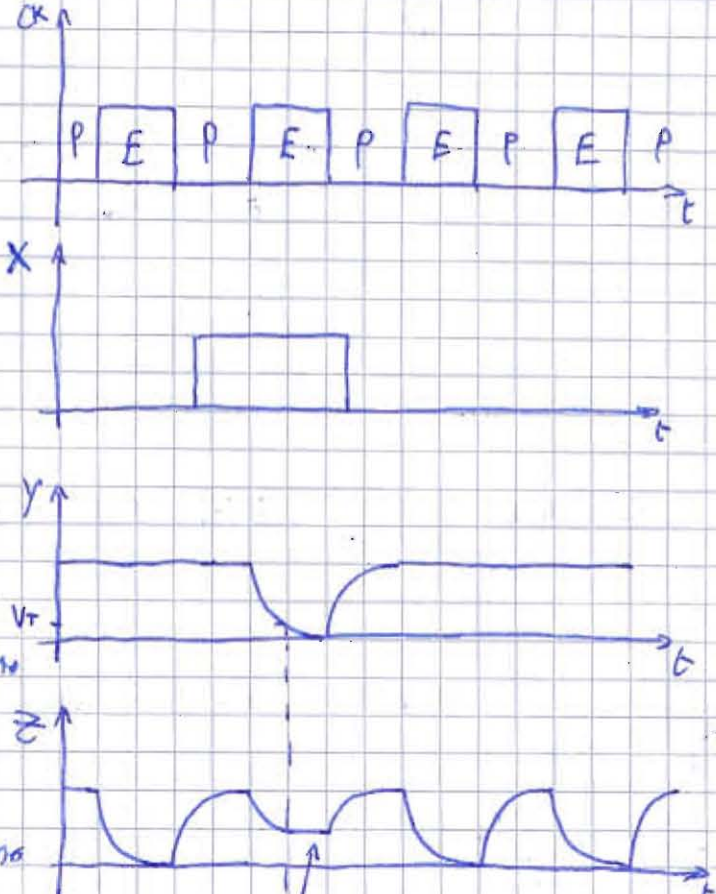
$V_L=0$ M_2 OFF finché $V_{IN}<V_T \Rightarrow NM_L = V_T$

$V_H=V_{DD}$ M_2 ON finché $V_{IN}>V_T \Rightarrow NM_H = V_{DD}-V_T$

$\Big\}$ $NM = V_T$ piccolo

Provo a mettere due invertitori PE in cascata

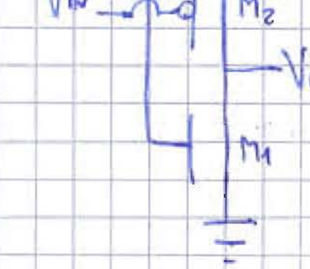




Ciò che fa variare l'uscita è il valore alto dell'ingresso

Studio una logica che vari con il valore basso dell'ingresso

CORSA CRITICA → infatti Y variato in fase di valutazione



P) $CK=1 \Rightarrow M_1$ ON e M_3 OFF

↳ PD ON e PU OFF $\Rightarrow V_{OUT}=0$

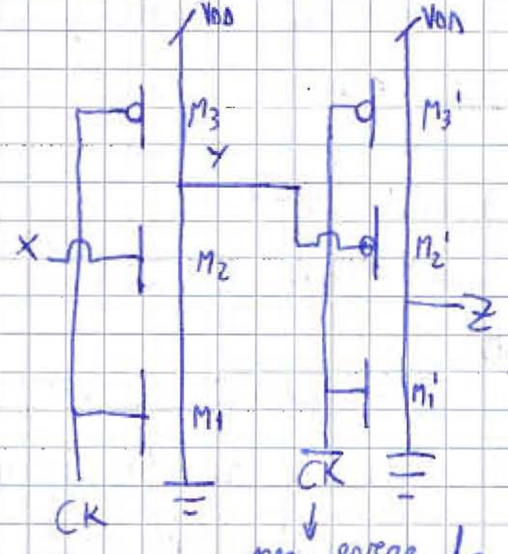
E) $CK=0 \Rightarrow M_1$ OFF e M_3 ON

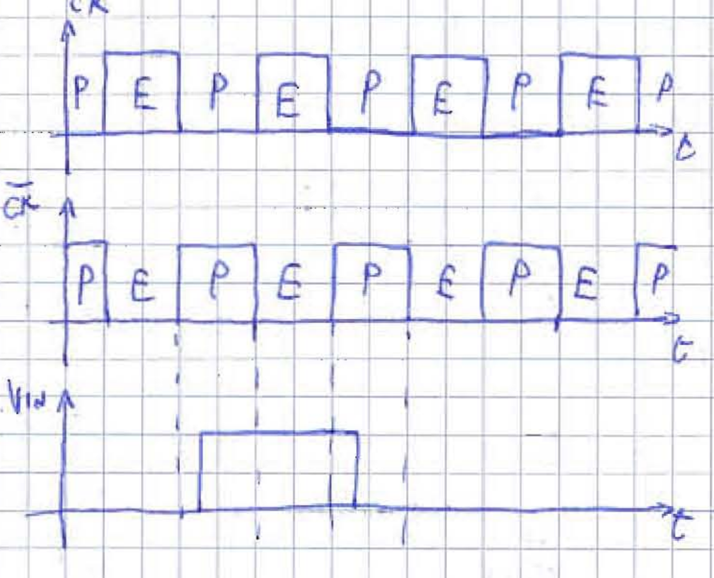
↳ PD OFF e PU
- ON se M_2 ON, cioè se $V_{IN}=0 \Rightarrow V_{OUT}=V$
- OFF se M_2 OFF, cioè se $V_{IN}=V_{DD}$

$\Downarrow$

$V_{OUT}=$ A.I =

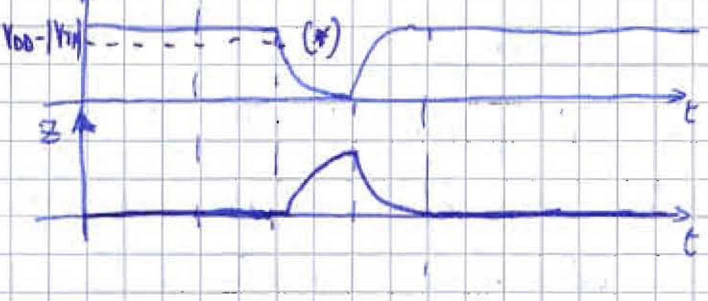
Comportamento duale





per avere la stessa fase (P - E)

Cascata di logica PE NMOS con logica PE PMOS.



(*) $\overline{CK} = 0$ $\underset{\text{valut.}}{E}_{\underset{\text{PMOS}}{p}}$

M_1' OFF ⇒ PD' OFF

M_3' ON

M_2' OFF finché $V_{DD} > Y > V_{DD} - |V_{TP}|$

M_2' ON finché $Y < V_{DD} - |V_{TP}|$ ⇒ Z ↑

Logica sensibile al valore basso. Il malfunzionamento l'ho convertito in un ritardo!

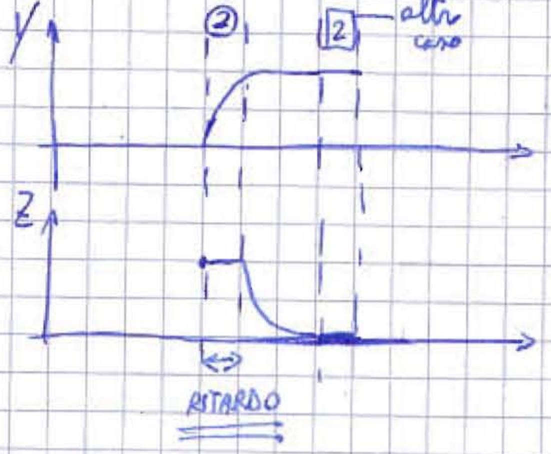
12/05/09

$\overline{CK}$ posso realizzarlo o con un altro oscillatore o con un invertitore (ritardo!!). $\overline{CK}$ sarà sfasato rispetto al clock

esistono degli intervalli di tempo in cui entrambi i clock sono a 1 o a 0 (CLOCK SKEW). Crea un problema quando l'uscita può essere modificata.

Nel circuito sopra non crea problemi: ① perché lo stadio a valle è in precarica e rimane con PD=1, fregandosene delle Y.

In ②, Y va a 1, il PU si spegne e non influenza l'uscita, perché il circuito a valle evolve con ingresso basso (PMOS)



M_3' ON perché $\overline{CK}=1$

M_2' ON perché $Y=0$ inizialmente

⇓

Z rimane alto finché M_2' ON.

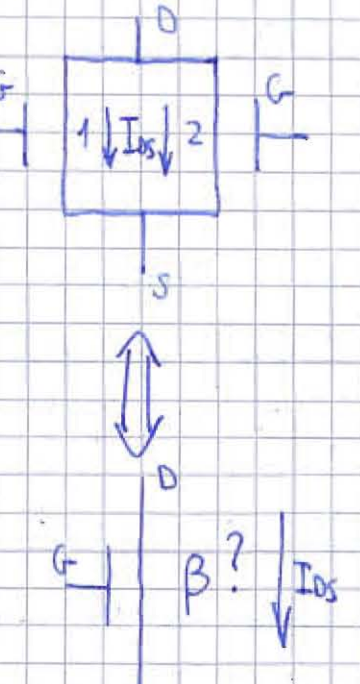
Quando Y arriva a $V_{DD}-|V_{TP}|$ si spegne M_2', ma anche M_1' è OFF perché $\overline{CK}=0$

$\Rightarrow$ Z A.I. rimane al suo valore alto

La presenza del clock stesso non ha creato problemi, anche se ha introdotto un ritardo.

Il problema di questo circuito è che, dato che si alternano logiche PE con rete combinatoria sul PD con logiche PE con rete combinatoria sul PU, la dimensione aumenta e la velocità diminuisce.

CONNESSIONE MOS PARALLELO



$V_{DS_1} = V_{DS_2}$

$V_{GS_1} = V_{GS_2}$

$V_{Tn_1} = V_{Tn_2} \quad V_{Tp_1} = V_{Tp_2}$

β_1 può essere diverso da β_2

I due MOS lavorano nella stessa regione

$$I_{DS} = I_{DS_1} + I_{DS_2}$$

Hp: MOS LIN

$$I_{DS_1} = \beta_1\left[(V_{GS_1}-V_T)V_{DS_1} - \frac{V_{DS_1}^2}{2}\right]$$

$$I_{DS_2} = \beta_2\left[(V_{GS_2}-V_T)V_{DS_2} - \frac{V_{DS_2}^2}{2}\right]$$

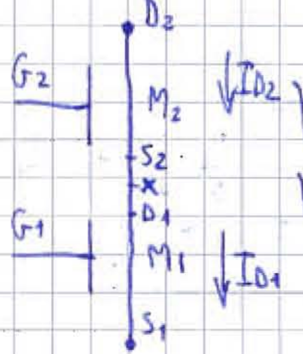
$$I_{DS} = (\beta_1 + \beta_2)\left[(V_{GS} - V_T)V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right] \Rightarrow \beta = \beta_1 + \beta_2$$

Hp MOS SAT

$$I_{DS_1} = \frac{\beta_1}{2}(V_{GS_1} - V_T)^2 \qquad I_{DS_2} = \frac{\beta_2}{2}(V_{GS_2} - V_T) \qquad I_{DS} = (\beta_1 + \beta_2)\cdot\frac{1}{2}(V_{GS} - V_T)^2$$

MOS IN PARALLELO $\Longrightarrow \boxed{\beta = \beta_1 + \beta_2}$

MOS IN SERIE



$$V_{G1} = V_{G2}$$

$$V_{T1} = V_{T2} = V_T$$

$$V_{DS_2} = V_{D2} - V_X = V_D - V_X$$

tensione di bulk

$$V_{GS_1} = V_{G1} - V_{S1} = V_{GS} = V_G - V_S + V_B - V_B =$$

$$= V_{GB} - V_{SB}$$

$\Updownarrow$

$$V_{DS} = V_D - V_S + V_B - V_B = V_{DB} - V_{SB}$$

$$V_G = V_{G1} = V_{G2}$$

$$V_D = V_{D2}$$

$$V_S = V_{S1}$$

$$I_D = \beta\left[(V_{GS} - V_T)V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2})\right] =$$

$$= \beta\left[(V_{GB} - V_{SB} - V_T)(V_{DB} - V_{SB}) - \frac{(V_{DB} - V_{SB})^2}{2}\right] =$$

$$= \beta\left[(V_{GB} - V_T)V_{DB} - (V_{GB} - V_T)V_{SB} - \cancel{V_{SB}V_{DB}} + V_{SB}^2 - \frac{V_{DB}^2}{2} - \frac{V_{SB}^2}{2} + \cancel{V_{DB}V_{SB}}\right] =$$

$$= \beta\left\{\left[(V_{GB} - V_T)V_{DB} - \frac{V_{DB}^2}{2}\right] - \left[(V_{GB} - V_T)V_{SB} - \frac{V_{SB}^2}{2}\right]\right\} = \beta\left[\underbrace{f(V_{GB}, V_{DB}) - f(V_{GB}, V_{SB})}_{(*)}\right]$$

$$\Rightarrow I_{D1} = \beta_1\left[f(V_{GB_1}, V_{DB_1}) - f(V_{GB_1}, V_{SB_1})\right]$$

$$I_{D2} = \beta_2\left[f(V_{GB_2}, V_{DB_2}) - f(V_{GB_2}, V_{SB_2})\right]$$

ma $V_{GB_1} = V_{GB} = V_{GB_2}$

$V_{DB_2} = V_{DB}$

$V_{SB_1} = V_{SB}$

$$I_{D1} = \beta_1 \left[f(V_{GB}, V_{XB}) - f(V_{GB}, V_{SB}) \right] = \beta_1 (A - X)$$

$$I_{D2} = \beta_2 \left[\overbrace{f(V_{GB}, V_{DB})}^{Y} - \underbrace{f(V_{GB}, V_{XB})}_{A} \right] = \beta_2 (Y - A)$$

riferito al MOS equivalente

$$I_{D1} = I_{D2} = I_D \quad \beta_1 (A - X) = \beta_2 (Y - A) \quad \beta_1 A - \beta_1 X = \beta_2 Y - \beta_2 A$$

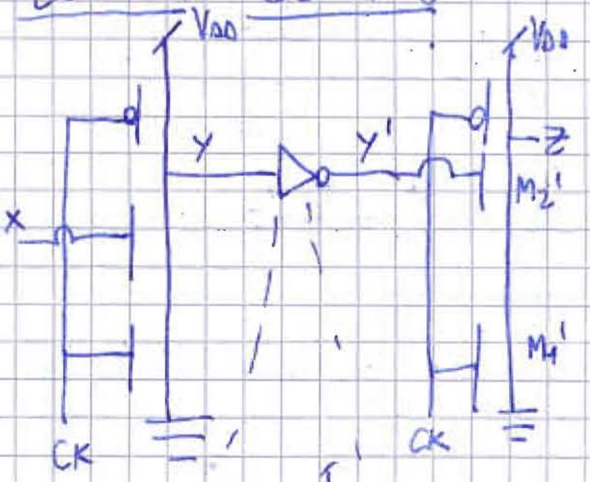
$$A = \frac{\beta_1 X + \beta_2 Y}{\beta_1 + \beta_2} \qquad I_{D1} = \beta_1 (A - X) = \beta_1 \cdot \left(\frac{\beta_1 X + \beta_2 Y}{\beta_1 + \beta_2} - X \right) =$$

$$= \beta_1 \left(\frac{\cancel{\beta_1 X} + \beta_2 Y - \cancel{\beta_1 X} - \beta_2 X}{\beta_1 + \beta_2} \right) = \frac{\beta_1 \cdot \beta_2}{\beta_1 + \beta_2} (Y - X) = \frac{\beta_1 \beta_2}{\beta_1 + \beta_2} \underbrace{\left[f(V_{GB}, V_{DB}) - f(V_{GB}, V_{SB}) \right]}_{\circledast}$$

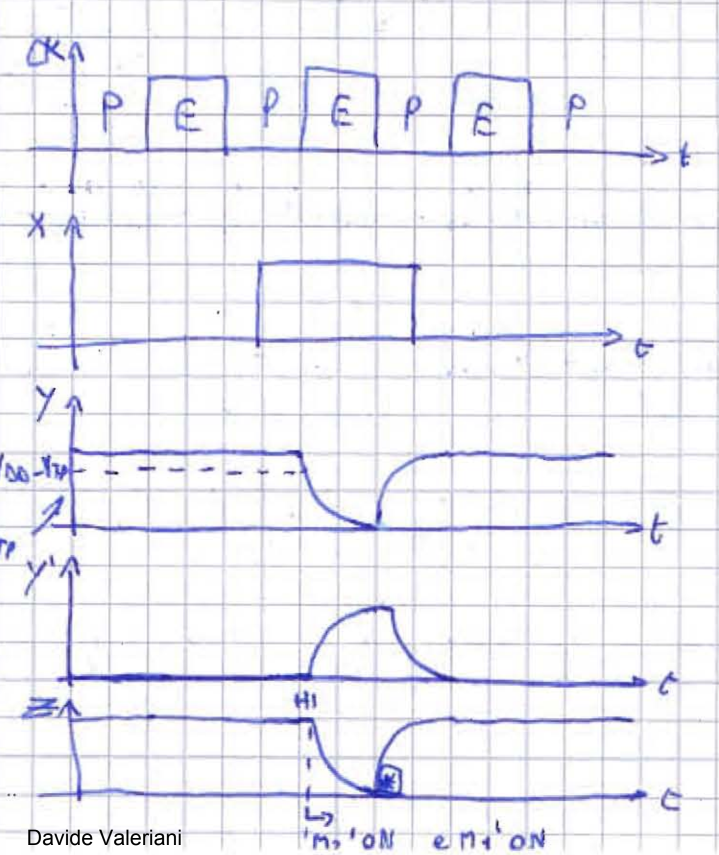
$$\beta = \frac{\beta_1 \cdot \beta_2}{\beta_1 + \beta_2} = \frac{1}{\frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{\beta_2}} \Rightarrow \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{\beta_2}$$

MOS IN SERIE $\Longrightarrow \boxed{\frac{1}{\beta} = \frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{\beta_2}}$

LOGICA DOMINO



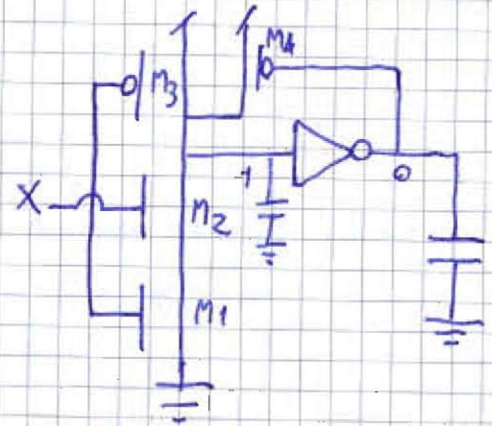
M1 si accende per $Y > V_{DD} - V_{TP}$



$\circledast$ nessun ritardo perchè in fase di precarica

$n°\ tr = n+4$

Non è invertente ⇒ ho bisogno di un'altro invertitore per realizzare una logica completa.



CK=1 Evaluation

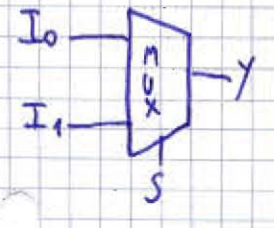
X=0 M_1 ON, M_2 OFF } PD OFF

M_3 OFF

M_4 funziona da oggetto che riesce a mantene il livello alto (LEVEL KEEPER). Mette in stand-by la logica sens consumare potenza!!

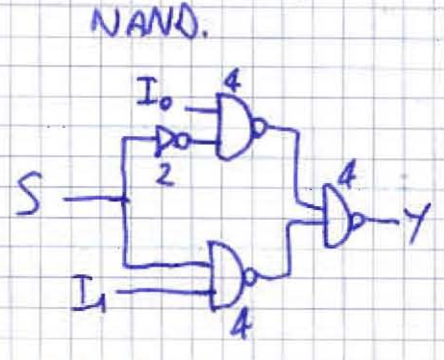
M_4 si spegne quando l'uscita dell'invertitore sarà arrivata a $V_{DD}-V_T$, cioè quando la corrente che carica il condensatore è più grande dell'altra. Il PU vince sul PD.

13/05/09



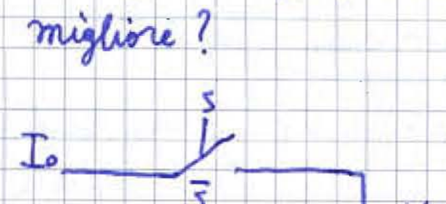
$Y = I_0\bar{S} + I_1 S$

Può essere fatto anche con sole porte NAND.



richiede 14 MOS!

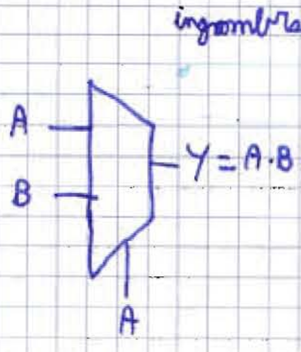
C'è una realizzazione migliore?



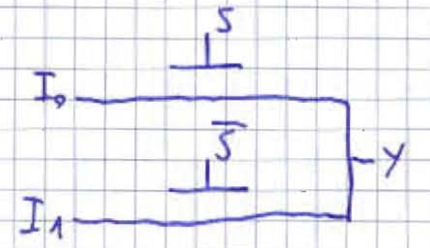
Tramite interruttori.
↓
ingombrante

L'interruttore può essere realizzato con relè
↓
interruttore comandato da un segnale elettrico (corrente) fatto girare su una bobina per chiudere l'interruttore

AND con MUX

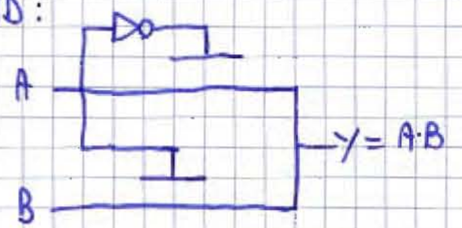


Realizzazione del MUX utilizzando MOS



4 MOS → due per negare S e due per il circuito!

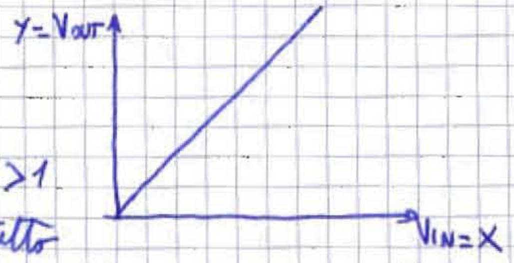
AND:



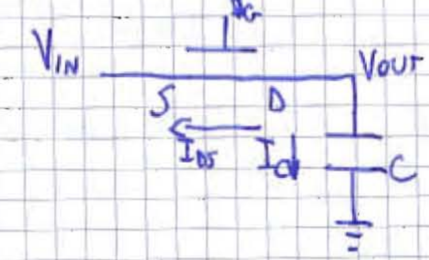
4 MOS! oppure 6 CMOS (2 per invertire il segnale)

Ciò utilizzando il MOS come interruttore.

$Y = X \cdot S$



Non ho tratti a guadagno >1 ⇒ passo in uscita anche tutto il rumore in ingresso, non ho margine d'immunità ai disturbi. Grosso svantaggio!!



se $V_G = 0$, $V_{IN} = 0$, $V_{OUT} = V_{DD}$ per $t<0$

$t=0$: $V_G = V_{DD}$ $V_{IN} = 0$

$t>0$ V_{OUT} $V_{DD} \to 0$ ci aspettiamo...

$I_C = C \dfrac{dV_{OUT}}{dt}$ $I_{DS} = -I_C$

MOS SAT se $V_{DS} > V_{GS} - V_T$ $\rightarrow V_{OUT} - \cancel{V_{IN}} > \overset{V_{DD}\text{ per } t>0}{\overset{\shortparallel}{V_G}} - \cancel{V_{IN}} - V_T$ $V_{OUT} > V_{DD} - V_T$

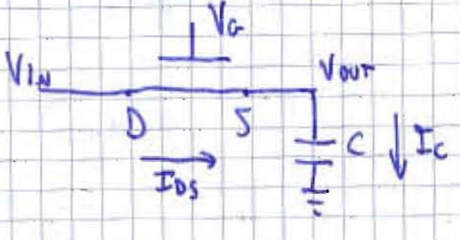
per $t \to +\infty$ MOS LIN $\rightarrow I_{DS} = 0 \rightarrow V_{DS} = 0 \rightarrow V_{OUT} = V_{IN} = 0$ L'NMOS trasferisce uno 0 forte

il transitorio esaurito $I_C = 0 \uparrow$ $\downarrow \beta\left[(V_{GS} - V_T)V_{DS} - \dfrac{V_{DS}^2}{2}\right] \uparrow$

Supponiamo ora che

$t<0$ $V_G = 0$, $V_{OUT} = 0$, $V_{IN} = V_{DD}$

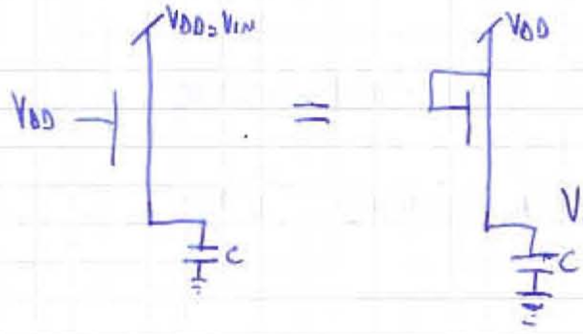
$t>0$ $V_G = V_{DD}$, $V_{IN} = V_{DD}$, V_{OUT}?



MOS SAT

$V_{DS} > V_{GS} - V_T$ cioè se $V_{IN} - \cancel{V_{OUT}} > V_G - \cancel{V_{OUT}} - V_T$ $V_G = V_{DD}$ per $t>0$

$V_{IN} > V_{DD} - V_T$ SEMPRE VERO $(V_{IN} = V_{DD}) \longrightarrow$ MOS sempre SAT



$I_C = 0 = I_{DS_{SAT}}$

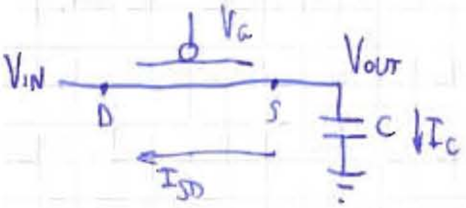
$\frac{\beta}{2}(V_{GS} - V_T)^2 = 0$ $V_{GS} - V_T = 0$

$V_{DD} - V_{OUT} - V_T = 0$ $V_{OUT} = V_{DD} - V_T$ ↑

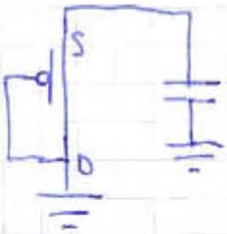
Quando voglio trasferire un valore alto in uscita, perdo la sogli

L'N-MOS trasferisce un 1 debole.

PMOS



$t<0$	$t>0$	MOS SAT
$V_G = V_{DD}$	$V_G = 0$	$V_{SD} > V_{SG} - \lvert V_{T} \rvert$
$V_{IN} = 0$	$V_{IN} = 0$	$\cancel{V_{OUT}} - V_{IN} > \cancel{V_{OUT}} - \overset{0}{\cancel{V_G}} - \lvert V_{TP} \rvert$
$V_{OUT} = V_{DD}$	V_{OUT} ?	$V_{IN} < \lvert V_{TP} \rvert$ verificata sempre $(V_{IN}=0)$



Pessimo dispositivo di PULL DOWN

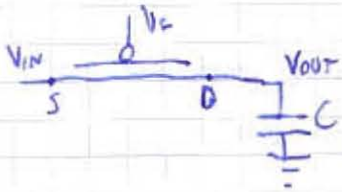
$I_C = 0$ finito il transitorio

$I_C = -I_{SD}$ $\frac{\beta}{2}(V_{SG} - |V_{TP}|)^2 = 0$ $V_{SG} = |V_{TP}|$

$V_{OUT} - \overset{0}{\cancel{V_G}} = |V_{TP}|$ $V_{OUT} = |V_{TP}|$

Il P-MOS trasferisce uno 0 debole

altro caso:

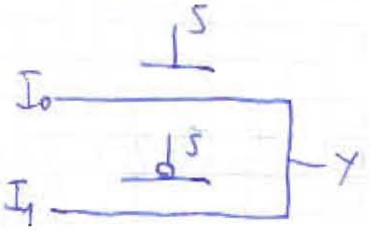


$t<0$	$t>0$	MOS SAT
$V_G = V_{DD}$	$V_G = 0$	$V_{SD} > V_{SG} - \lvert V_{TP} \rvert$
$V_{OUT} = 0$	$V_{OUT} = ?$	$t>0$ $V_G = 0$
$V_{IN} = V_{DD}$	$V_{IN} = V_{DD}$	$\cancel{V_{IN}} - V_{OUT} > \cancel{V_{IN}} - \overset{0}{\cancel{V_G}} - \lvert V_{TP} \rvert$
		$V_{OUT} < \lvert V_{TP} \rvert$

Per $0 < V_{OUT} < |V_{TP}|$ MOS SAT, dopodiché MOS LIN

Alla fine del transitorio $I_C = I_{SD} = 0 \rightarrow V_{SD} = 0 \rightarrow V_{IN} - V_{OUT} = 0$ $V_{IN} = V_{OUT} = V_{DD}$
Il PMOS trasferisce un 1 forte.

MUX con PMOS



MOS usati come PASS-TRANSISTORS

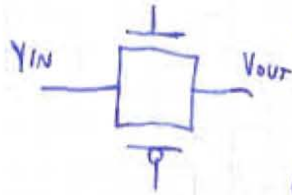
⇓

LOGICA A PASS-TRANSISTORS (2 MOS)

difetto:

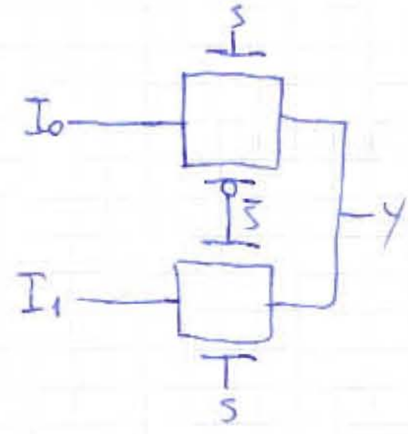
- gli NMOS fanno passare 1 debole
- i PMOS fanno passare 0 debole

Risolvo il problema usando TRANSMISSION GATES:

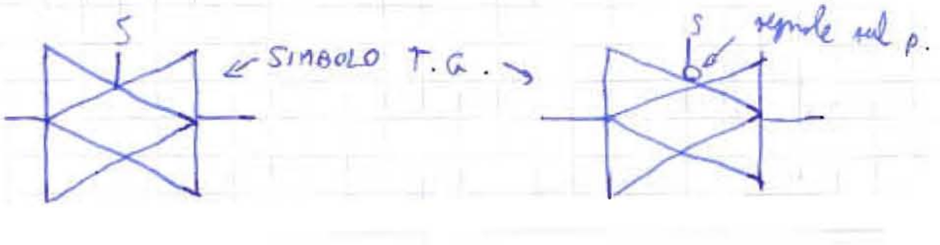


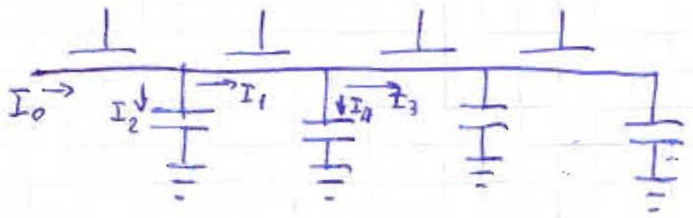
Quando $V_{IN} = 0$, il PMOS si spegne a $|V_{TP}|$, ma il NMOS rimane acceso e completa l'escursione a 0.
Quando $V_{IN} = V_{DD}$, il NMOS si spegne a $V_{DD} - V_T$ ma il PMOS rimane acceso e completa l'escursione a 1.

MUX con TRANSMISSION GATES



Uso però 4 MOS invece dei 2 di prima.



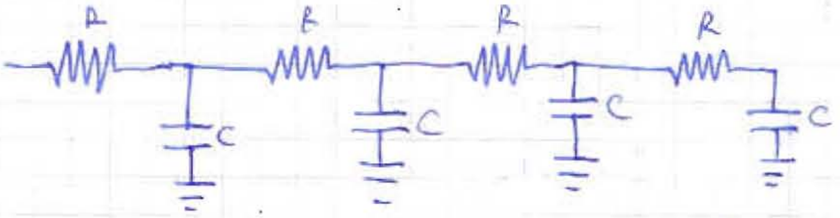


La corrente viene dall'ingresso e dovrà caricare tutte le capacità.

$I_0 = I_1 + I_2$ $I_1 = I_3 + I_4 \dots$

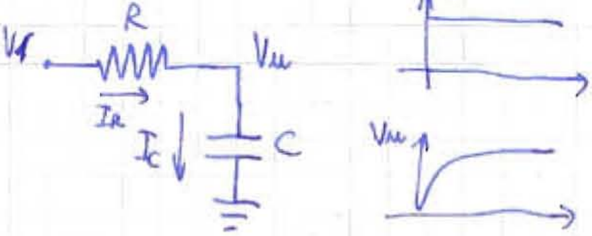
$I = f(V_{DS}) = K \cdot V_{DS}$ approssimazione del I ordine $\qquad V_{DS} = \underbrace{\frac{1}{K}}_{R} I$ approssimo il MOS acceso con una resistenza R.

Il circuito diventa:



CIRCUITO LINEARIZZATO ←

Considero un solo stadio:

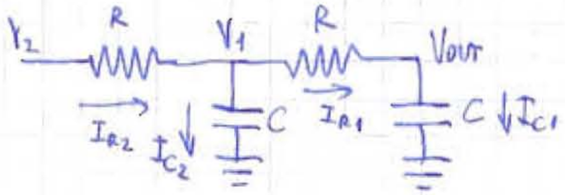


$I_R = I_C$ ma $I_C = C \frac{dV_u}{dt}$

$I_R = \frac{V_1 - V_u}{R} \qquad C \frac{dV_u}{dt} = \frac{V_1 - V_u}{R} \qquad V_1 = V_u + RC \frac{dV_u}{dt} \qquad V_u = Ae^{-\frac{t}{RC}} + B$

$\tau = RC$

Considero un secondo stadio



$I_{R2} = I_{R1} + I_{C2}$

$I_{R2} = \frac{V_2 - V_1}{R} \qquad I_{C2} = C \cdot \frac{dV_1}{dt}$

$V_1 = V_{out} + RC \frac{dV_u}{dt} \qquad I_{R1} = \frac{V_1 - V_{OUT}}{R}$

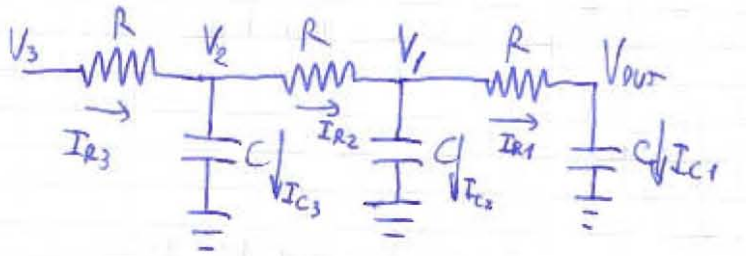
$$\frac{V_2 - V_1}{R} = \frac{V_1 - V_{OUT}}{R} + C \frac{dV_1}{dt} \qquad \frac{V_2}{R} = \frac{2V_1 - V_{OUT}}{R} + C \frac{d}{dt}\left[V_{OUT} + RC \frac{dV_{OUT}}{dt}\right]$$

$$V_2 = 2V_1 - V_{OUT} + RC \frac{dV_{OUT}}{dt} + R^2C^2 \frac{d^2V_{OUT}}{dt^2} \qquad V_1 = V_{OUT} + RC \frac{dV_{OUT}}{dt}$$

$$V_2 = 2V_{OUT} + 2RC \frac{dV_{OUT}}{dt} - V_{OUT} + RC \frac{dV_{OUT}}{dt} + \overbrace{R^2C^2 \frac{d^2V_{OUT}}{dt^2}}^{\text{TRASCURO}}$$

$$V_2 = V_{OUT} + 3RC \frac{dV_{OUT}}{dt} \qquad \tau = 3RC \qquad V_u = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$$

Considero tre stadi



$$I_{R1} = \frac{V_1 - V_{OUT}}{R}$$

$$I_{R1} = C \frac{dV_{OUT}}{dt}$$

$$I_{R2} = I_{R1} + I_{C2} \qquad I_{C2} = C \frac{dV_1}{dt} \qquad I_{R3} = I_{R2} + I_{C3}$$

$$I_{C3} = C \frac{dV_2}{dt} \qquad I_{R3} = \frac{V_3 - V_2}{R} \qquad I_{R2} = \frac{V_2 - V_1}{R} \qquad V_1 = V_{OUT} + RC \frac{dV_{OUT}}{dt}$$

$$V_2 = V_{OUT} + 3RC \frac{dV_{OUT}}{dt}$$

... $V_3 = V_{OUT} + 6RC \frac{dV_{OUT}}{dt}$ (sempre trascurando le derivate di ordine superiore al primo) $\tau = 6RC$

n = n° stadi

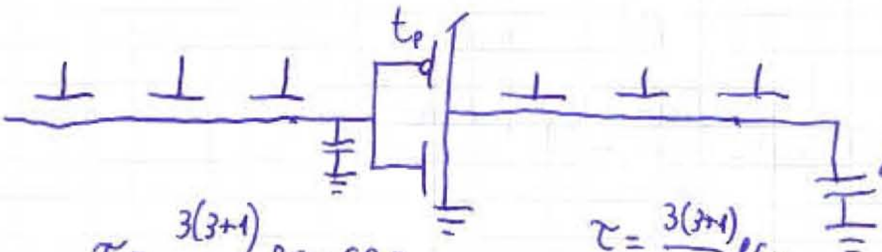
n	τ
1	RC
2	$3RC$
3	$6RC$

$$\Rightarrow \tau = \frac{n(n+1)}{2} RC$$

All'aumentare del numero di stadi, il circuito diventa più lento $\Rightarrow$ Non posso fare catene lunghe con pass transistors o transmission gates.

18/05/2009

Un'alternativa è inserire una rete combinatoria a CMOS.

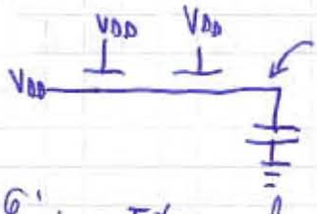


La corrente che carica il condensatore è la tensione di alimentazione

$$\tau = \frac{3(3+1)}{2} RC = 6RC \qquad \tau = \frac{3(3+1)}{2} RC = 6RC$$

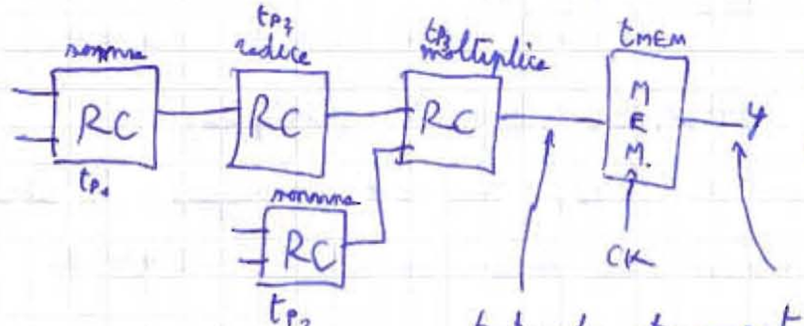
$$t_{pR} \simeq 6RC + t_p + 6RC = 12RC + t_p \ll 21RC \text{ (caso 6 MOS serie)}$$

Inoltre, si risolve il problema di non presenza di margine d'immun
ai disturbi; il segnale viene rigenerato da V_{DD}.



$V_{DD} - V_T$ NON $V_{DD} - 2V_T$

L'invertitore ha un margine d'immunità ai disturbi.
Per non invertire il segnale, basterà mettere un ulteriore invertitor

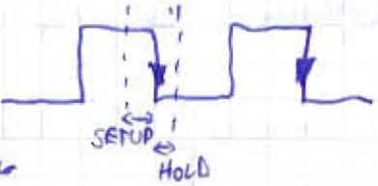


RC → rete combinatoria

MEM → memoria

$$t_{P_{RC}} = t_{P1} + t_{P2} + t_{P3} \Longrightarrow t = t_{P1} + t_{P2} + t_{P3} + t_{MEM}$$

Devo tarare il segnale di clock.

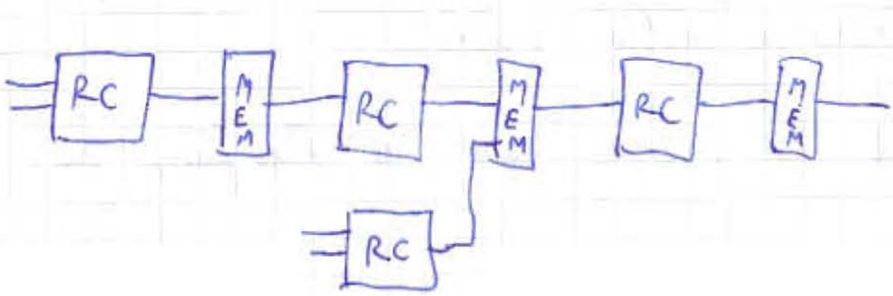


$T_{CK} >> t_{P_{RC}} + t_{MEM}$ ma $t_{MEM} << t_{P_{RC}}$ e trascuro

$T_{CK} >> t_{P_{RC}}$ $f_{CK} < \dfrac{1}{t_{P_{RC}}}$ Come minimizzo $t_{P_{RC}}$?

- agire sulla tecnologia dei blocchi
- agire sul circuito dei blocchi
- cambiare l'architettura della rete combinatoria (modo in cui connett tra loro i blocchi)

↳ Esempio: inserisco degli elementi di memoria tra i blocchi:



$t = t_{P1} + t_{MEM} + t_{P2} + t_{MEM} + t_{P3} + t_{MEM} = 3t_P + 3t_{MEM}$ considerando $t_P = t_{P1} + t_{P2} + t_{P3}$

Tuttavia, prima non potevo cambiare i segnali d'ingresso finchè i vecchi segnali d'ingresso non sono stati elaborati e salvati in memoria.

$$T_{CK} \gg t_P + \overset{trascuro}{t_{MEM}} \quad (\text{non di } 3t_P + 3t_{MEM})$$

$f_{CK} < \frac{1}{t_P}$ $\left(\text{prima } f_{CK} < \frac{1}{t_{PRC}} = \frac{1}{3t_P}\right)$ $\Rightarrow$ in questo caso la frequenza di clock può essere maggiore.

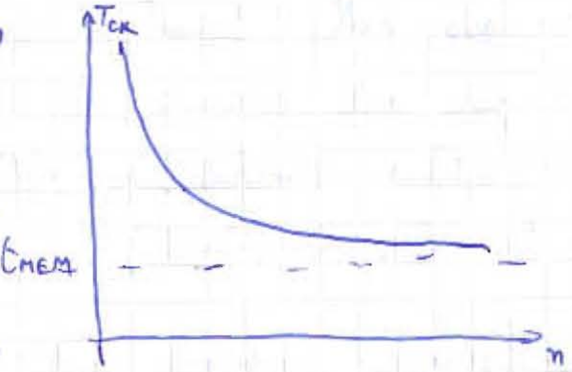
Questa architettura si chiama PIPELINE (catena di montaggio).

Finchè il primo dato non arriva in fondo, non c'è vantaggio. Il tempo necessario affinchè il 1° dato arrivi in fondo si chiama TEMPO DI LATENZA ed è pari a $3t_P + 3t_{MEM}$.

Il collo di bottiglia è la RC più lenta in caso di $t_{P1} \neq t_{P2} \neq t_{P3} \dots$

Se n è il numero di blocchi combinatori che costituiscono la pipeline, avrò $t_P = \frac{t_{PRC}}{n}$; considerando $t_{MEM} << t_P \Rightarrow T_{CK} \gg \frac{t_{PRC}}{n}$

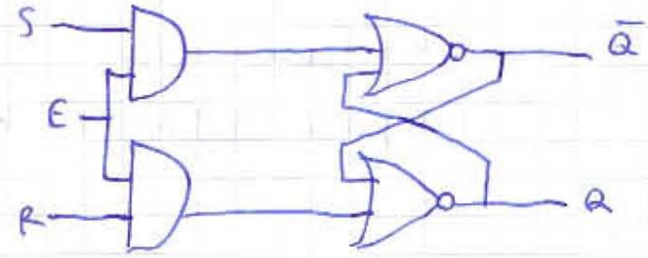
Quindi più spezzetto la rete, più il tempo diminuisce. Posso spezzettare finchè $t_{MEM} << t_P$. Altrimenti $T_{CK} \gg \frac{t_{PRC}}{n} + t_{MEM}$



A un certo punto non ho più interesse a spezzettare perchè il collo di bottiglia è t_{MEM}.

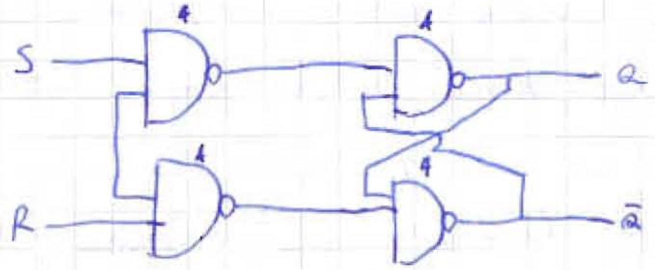
Il problema torna a livello circuitale. Devo realizzare blocchi di memoria molto veloci.

Per realizzare gli elementi di memoria uso dei flip-flop, in particolare dei latch.



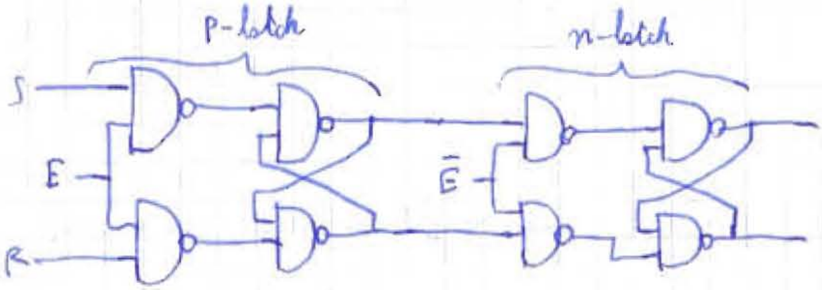
LATCH SR con segnale di ENABLE
⇓
p-latch → attivo sul fronte positiv
↓
positive del segnale di enable.

Posso realizzarlo con sole porte NAND:



16 MOS per realizzare un p-latch.

Posso anche realizzare un n-latch. Mettendo insieme un n-latch con un p-latche ottengo un flip flop master/slave che diventa sincr

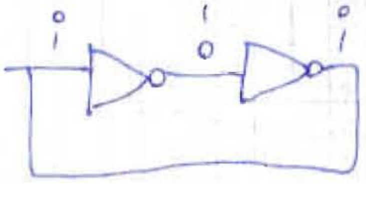


lento e ingombrante

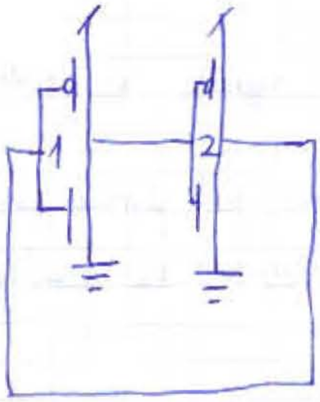
Quando l'enable E=1, p-latch attivo, mentre n-latch è in fase di hold (opaco). Quando E=0, p-latch opaco e n-latch attivo.
Il trasferimento del segnale avviene quando passo da alto a basso.
32 MOS + 2 MOS per invertire E = 34 MOS !!!
Per realizzare FF-D, basta cortocircuitare S-R

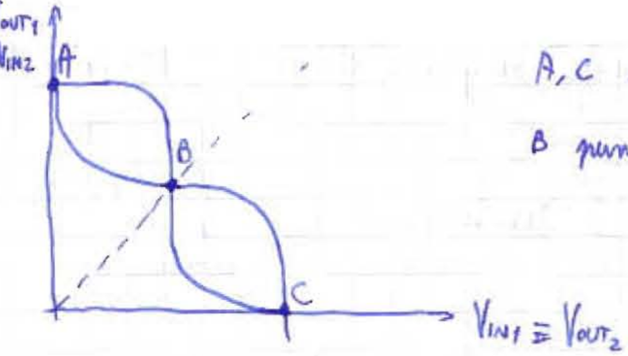
In una fase viene memorizzato il dato; nell'altro fronte di clock lo rendo disponibile in uscita.

MEMORIZZAZIONE



Memorizzazione non dinamica



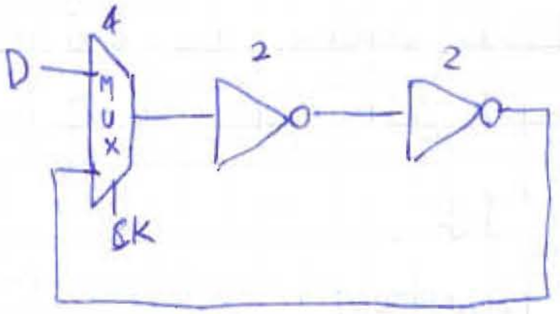


A, C punti stabili

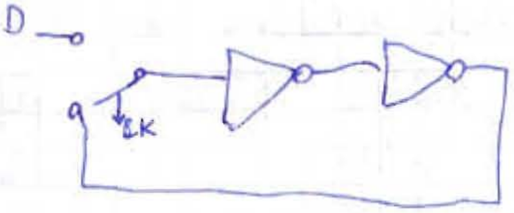
B punto instabile

Nel punto instabile basta un minimo rumore perché l'ingresso vada alto o basso, mentre un rumore nei punti stabili riporta il segnale allo stesso punto*.

* → non potrei descrivere il comportamento dinamico sulla caratteristica statica.



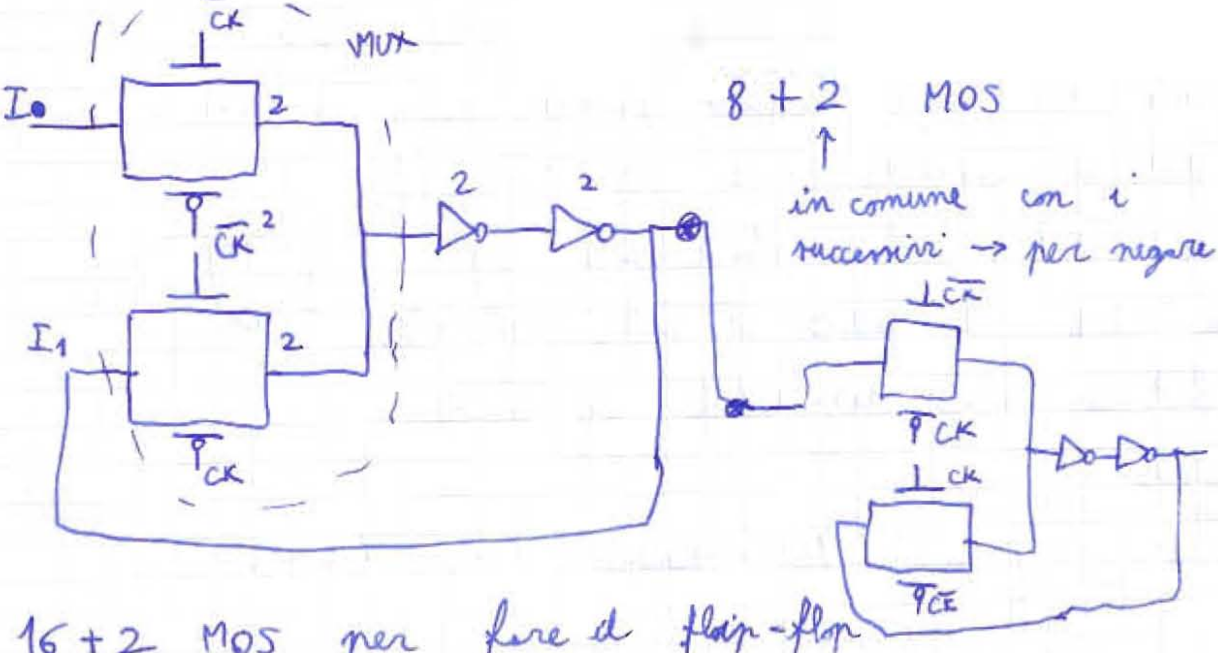
come fosse



8 MOS per realizzare un p-latch (la metà di quelli di prima).

CK=1 valuto D

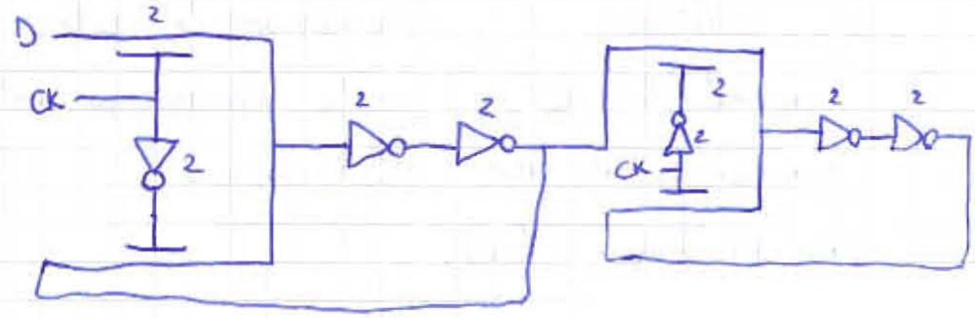
CK=0 tenuta del segnale



8 + 2 MOS
↑
in comune con i successivi → per negare CK

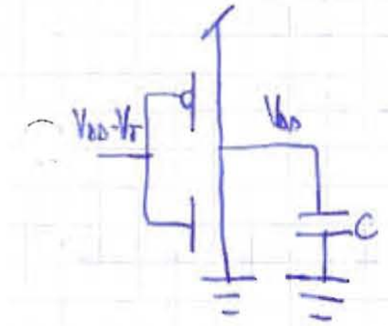
16 + 2 MOS per fare il flip-flop

I transmission gate posso eliminarli perché tanto il segnale viene rigenerato dagli invertitori. $\boxed{*}$



latch 6 (+2)
FF 12 (+2)

$\boxed{*}$ non è così indolore:



$V_{GS} = V_{DD} - V_T$

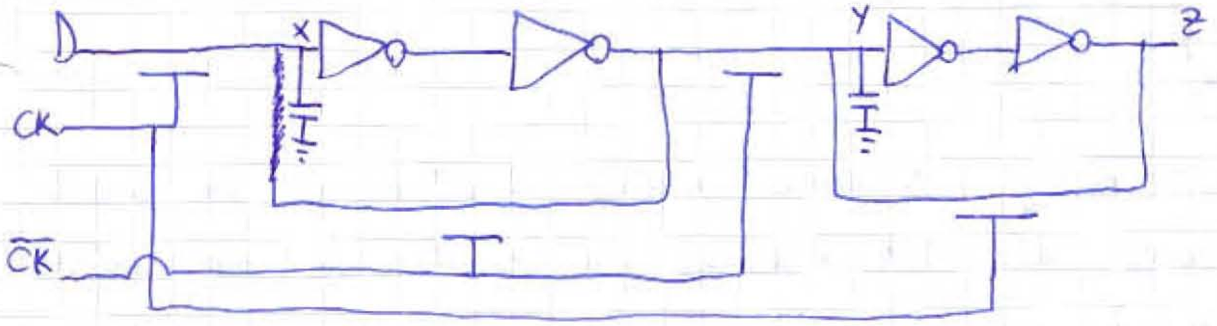
$t<0$ $V_{OUT} = V_{DD}$ $t>0$ $V_{DD} \to 0$

$V_{IN} = V_{DD} - V_T$ MOS SAT se $V_{DS} > V_{GS} - V_T$

$V_{OUT} > V_{OUT} - 2V_T$

$$I_{SAT} = \frac{\beta}{2}\left(\underset{V_{DD}-V_T<V_{DD}}{\underset{\shortparallel}{V_{GS}-V_T}}\right)^2$$

Corrente più piccola → tempo di scarica del condensatore più lung
↳ il circuito è un po' più lento.

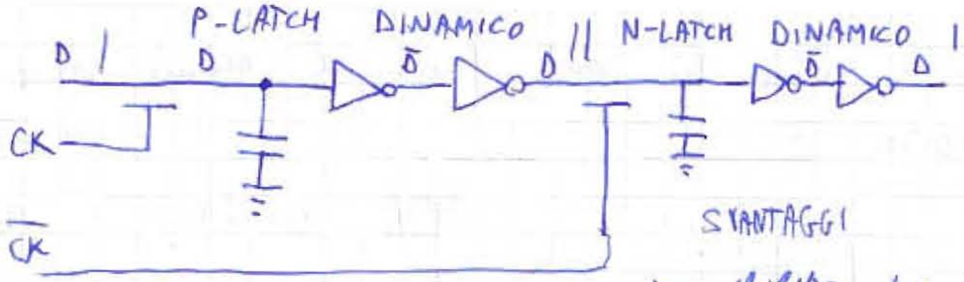


Y, X capacità parassite. È ancora necessaria la retroazione?

CK=1 valutazione

CK=0

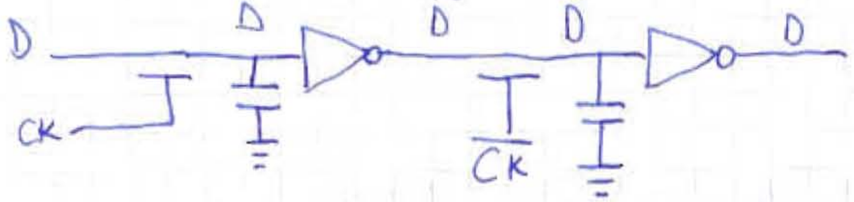
Staccando la retroazione, X è in alta impedenza (mantenimento dat
Il dato viene memorizzato nella capacità.



VANTAGGI
- meno mos
- mantenimento dato anche in assenza di alimentazione

SVANTAGGI
- impossibilità di mantenere il dato per un tempo infinito.

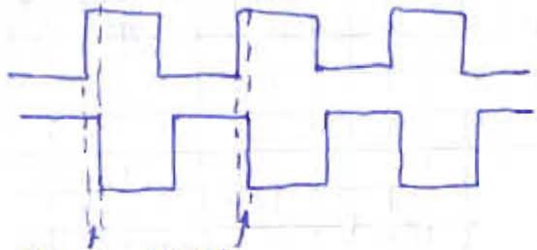
Posso eliminare due invertitori che non cambia nulla



latch 3 (+2)
flip-flop 6 (+2)

Per averlo più veloce posso usare i transmission gate, tanto ho già risparmiato tanto.

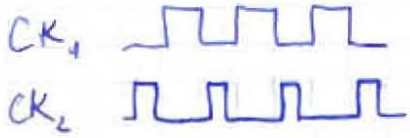
Il C̄K sarà sfasato rispetto a CK per colpa del ritardo dell'invert



Quando CK = C̄K = 0 non ci sono problemi.

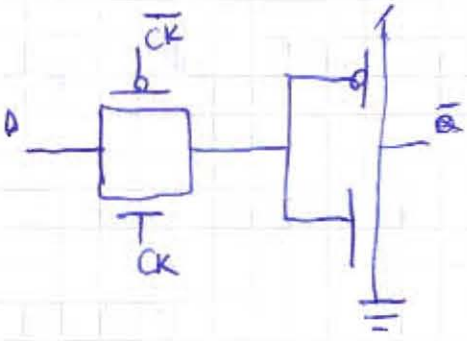
Quando CK = C̄K = 1, D viene portato direttamente in uscita, non sincronizzato dal clock. Si produce un segnale che non controllo ⇒ uscita indeterminata.

Per evitare questa situazione devo creare due clock distinti:

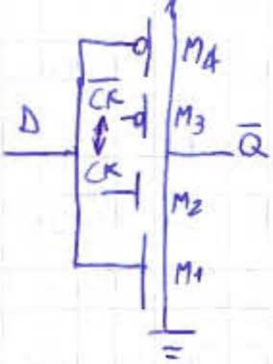


duty cycle ≠ 50% → nuova circuiteria

Devo realizzare qualcosa di piccolo, veloce e immune al clock-skew.



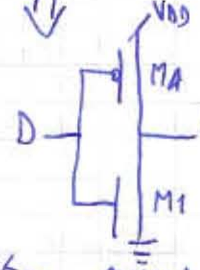
P-LATCH



$CK=1$ $\overline{CK}=0$

M_2 ON M_3 ON

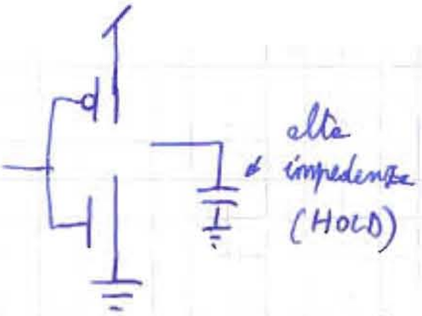
⇓



invertitore (EVAL)

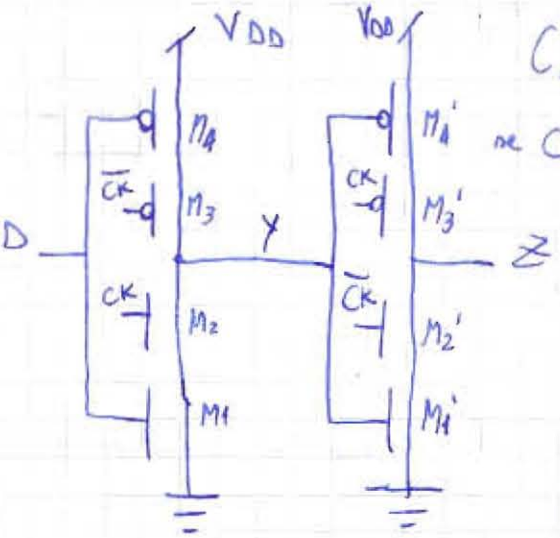
$CK=0$ e $\overline{CK}=1$

M_2, M_3 OFF



Si comporta come un p-latch (attivo quando CK=1). Per fare n-latch basta invertire i clock.

Sono latch invertenti. Mettendo in cascata p-latch e n-latch posso fare il flip-flop.



C'è clock-skew?

se $CK=\overline{CK}=0$ M_2 e M_2' OFF

M_3 e M_3' ON

se $D=1$, Y non può andare a 0 perché M_2 spento → Y H.I. perché M_4 OFF

se $D=0$, → $Y=V_{DD}$ perché M_1, M_2 OFF e M_3, M_4 ON,

Z H.I.

Una variazione dell'ingresso non arriva in fondo.

$CK=\overline{CK}=1$ M_3, M_3' OFF e M_2, M_2' ON

se $D=0$ M_1 OFF M_4 ON   Y H.I. perché PU e PD OFF

se $D=1$ M_1 ON M_4 OFF $Y=0$, Z H.I. perché M_1' OFF e M_3' OFF.

⇒ Il circuito non soffre di clock skew.

Questa logica si chiama C^2 MOS.

L'utilizzo di C²MOS per realizzare latch mi porta alla logica SINGLE PHASE CLOCK LOGIC (SPCL)

Single phase perché $\overline{CK}$ lo ottengo con un invertitore tanto la logica è immune al clock-skew.

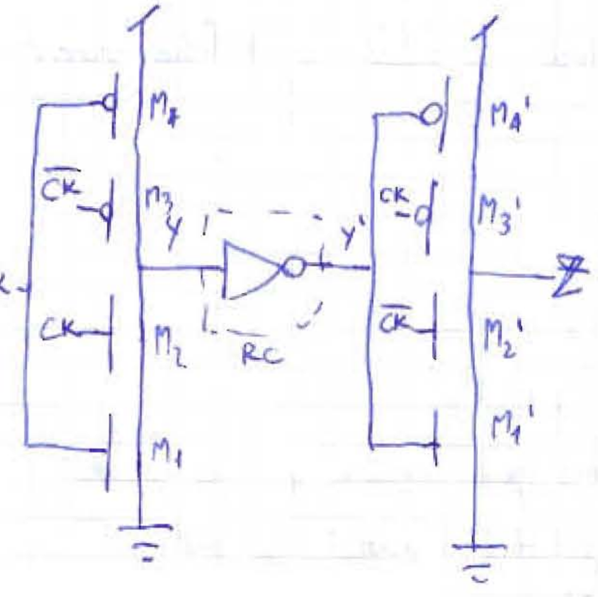
19/05/09

La pipeline non è mai trasparente.

Possiamo realizzare una cosa del tipo:

usando solo un latch come elemento di memoria?

C'è clock-skew?



$CK = \overline{CK} = 0$ PD OFF

$x=0$ M_4 ON $Y \to 1$ $Y' \to 0$ M_4' ON $\Rightarrow Z = 1$

$x=1$ Y H.I.

problema clock-skew

$CK = \overline{CK} = 1$ PU OFF

$x=1$ M_1 ON
$Y \to 0$
$Y' \to 1$
M_1' ON
$Z \to 0$ la variazione dell'ingresso si propaga

$x=0$ Y H.I.

La pipeline funziona se la rete combinatoria posta in mezzo ai latche è <u>NON</u> invertente, cioè se ho una variazione dell'ingresso da 0 a 1 anche l'uscita, se varia, deve farlo da 0 a 1.

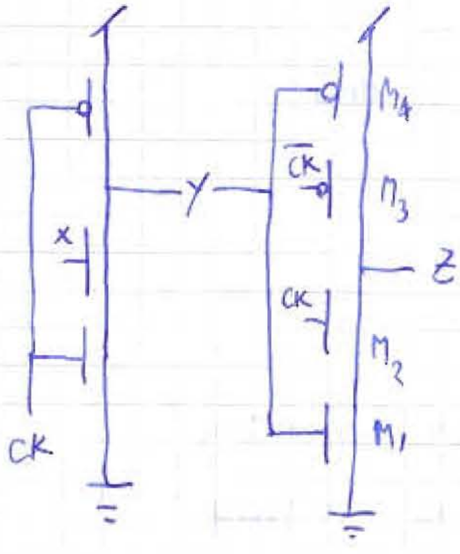
NAND → invertente

AND → non invertente

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

stesso cambiamento

Nel caso di reti combinatorie realizzate in logica PE:



$CK=\overline{CK}=0$

PE precarica $Y=1$

M_2 OFF M_3 ON

M_1 ON M_4 OFF $\Rightarrow$ Z H.I.

PD OFF PU OFF

non crea problemi

$CK=\overline{CK}=1$

PE valutazione Y $1 \to 0$ unica variazione possibile

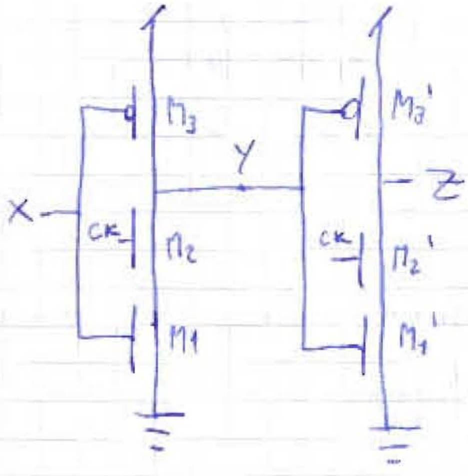
M_3 OFF M_2 ON

⇓

PU OFF ⇒ Z non può caricarsi verso l'alto (e poi c'è già)

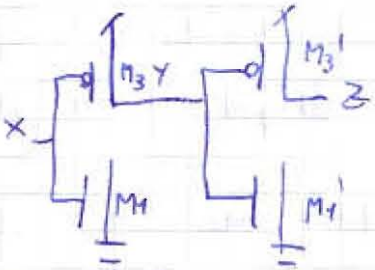
⇒ posso usare anche reti combinatorie invertenti con logica PE

LOGICHE TSPCL (True Single Phase Clock Logic)



$CK=1 \to M_2$ ON M_2' ON $\to Z=\overline{Y}$, $Y=\overline{X}$ $\Rightarrow Z=X$

$CK=0$



X $0 \to 1$

M_1 ON
M_3 OFF $\Rightarrow$ Y H.I

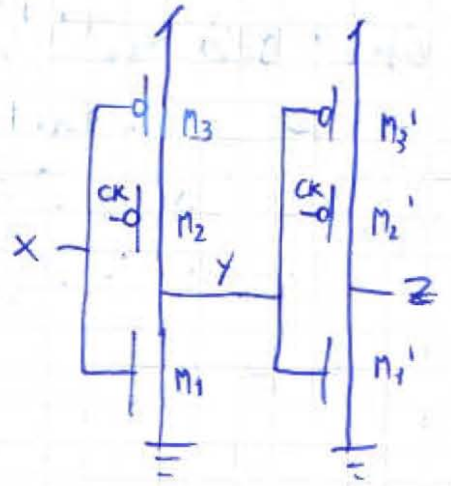
X $1 \to 0$

M_3 ON
M_1 OFF $\Rightarrow Y=1$
⇓
M_3' OFF ⇒ Z H.I

$CK=0$ HOLD ⇒ si comporta

$CK=1$ VALUTAZIONE come un p-latch

Per fare l'n-latch il circuito diventa ⟹



CK=0 M2, M2' ON … H.I.

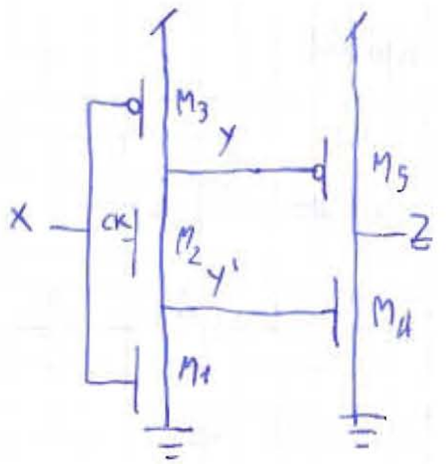
CK=1 M2, M2' OFF … HOLD

← n-LATCH

I latch realizzati in TSPCL sono <u>non</u> invertenti

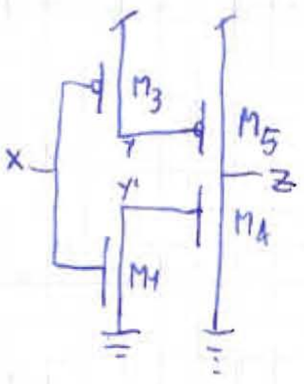
Ho un clock solo → meno problemi di routing.

Posso semplificarlo ulteriormente?



CK=1 → due invertitori (o quasi)

CK=0 → HOLD



X 0→1

M3 OFF Y H.I. ↙ Y=0 M5 ON Z=1 / Y=1 M5 OFF Z H.

M1 ON Y'→0 M4 OFF ↓ PD OFF

X 1→0

M3 ON Y→1 M5 OFF

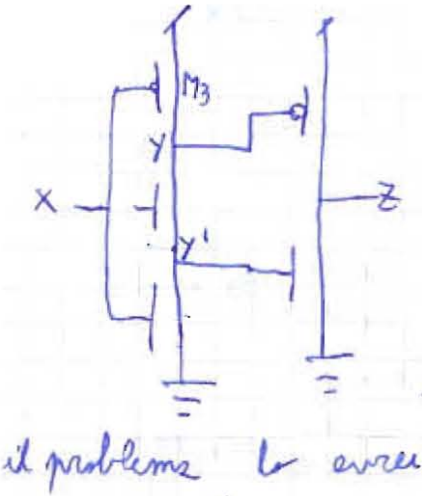
M1 OFF Y' H.I.

Y'=0 Y'=1

M4 OFF M4 ON

↓ ↓

Z H.I. Z=0

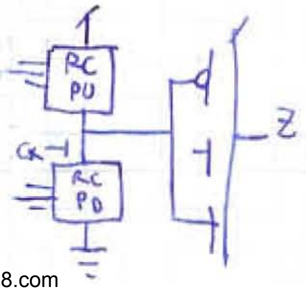


quando X=0, CK=1,

M3 ON e $Y=V_{DD}$,

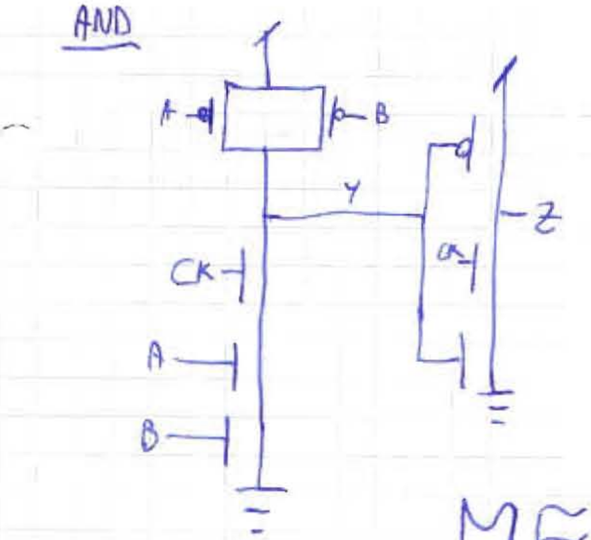
mentre $Y'=V_{DD}-V_T$ $V_{GS}=V_{DD}-V_T$ tempi di scarica più lunghi ⟶ svantaggio.

Se al posto del P-MOS mettessi un N-MOS (sul CK), il problema lo avrei per X=1. ⇒ carica più lenta.



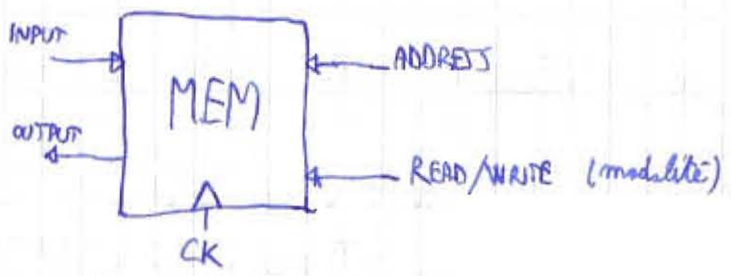
Posso integrare la RC nel latch.

Vantaggio: tagliamo uno stadio → rete più veloce.



Questi sono elementi di memoria a singolo bit.
Vogliamo memorizzare tanti bit.

MEMORIE



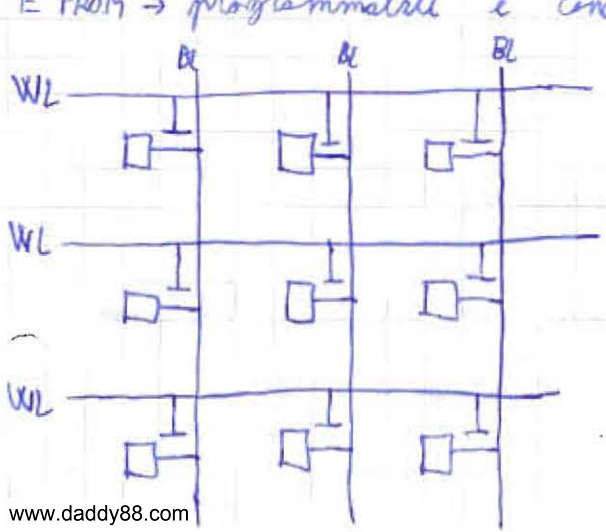
MEMORIE
- A SOLA LETTURA (ROM - Read Only Memory)
  - MP (Mask Programmabl
  - FP (Field Programmabl
- A LETTURA/SCRITTURA (RWM - Read Write Memory)
  - NON VOLATILI (NVRWI
  - VOLATILI (RAM)

RAM (Random Access Memory)
- STATICHE
- DINAMICHE

NVRWM (Non Volatile Read Write Memory)
- EPROM
- EEPROM o E^2PROM
- FLASH

EPROM → programmabili elettricamente ma non cancellabili (ultravioletto)

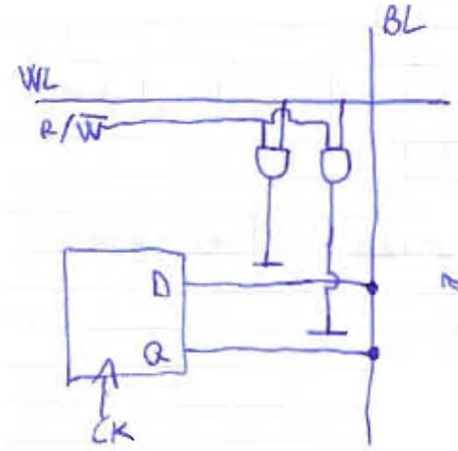
E^2PROM → programmabili e cancellabili elettricamente



WL → Word Line

BL → Bit Line

WL abilita la lettura/scrittura delle celle di memoria dei dati della BL.



← schema concettuale ← ingombrante

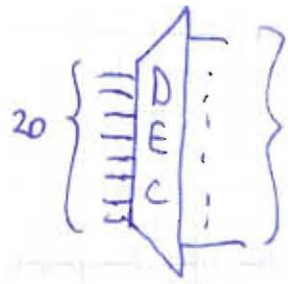
AWL = 1

$R/\overline{W} = 1$ lettura $BL = Q$

$R/\overline{W} = 0$ scrittura $BL = 0/1$ (a seconda di cosa devo scrivere)

$1\ MB = 8\ BL$ e $10^6 \simeq 2^{20}$ WL

Devo selezionare una WL alla volta ⇒ decoder



ho bisogno, per realizzarlo, di AND a 20 ingressi!

Se una cella è $5 \mu m \times 5 \mu m$ $W = 8 \cdot 5\ \mu m = 40\ \mu m$

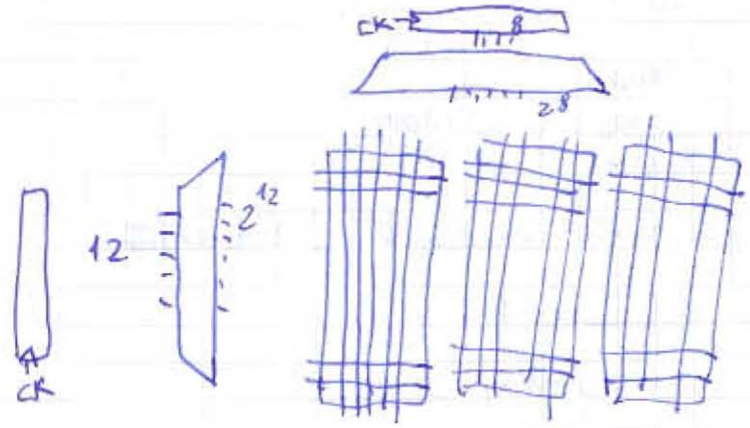
$L = 2^{20} \cdot 5\ \mu m \simeq 5\ m$!!!

⇒ Molto ingombrante

Impensabili memorie unidimensionali.

MEMORIE BIDIMENSIONALI → due decoder, uno che seleziona il blocco e uno che seleziona la WL.

Ad es. 2^8 banchi da 2^{12} righe.



$$W = 5\ \mu m \cdot \overset{\text{parola}}{8} \cdot \overset{\text{n° banchi}}{2^8} = 5 \cdot 2^{11}\ \mu m = 10^4\ \mu m$$

$$= 1\ cm$$

$$L = 2^{12} \cdot 5\ \mu m \simeq 2\ cm$$

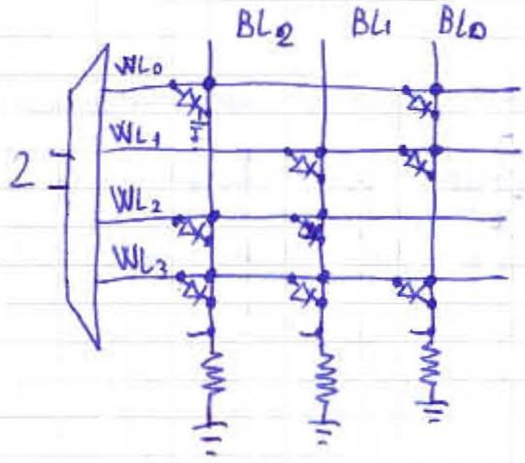
Alla bit-line fanno capo 2^n condensatori parassiti.

Una prima soluzione è sostituire il flip-flop con un latch (asincrono) spostando il sincronismo su un registro esterno.

ROM

20/05/09

Una memoria è una matrice di celle.



Vogliamo già definire il contenuto della memoria secondo, ad esempio, una tabell della verità:

WL_0	101	WL_2	110
WL_1	011	WL_3	111

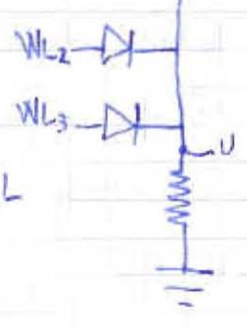
Connetto a una rete di PD le BL per non lasciarle fluttuanti.

Se non collego la BL a nulla, in uscita avrò 0.

Se la collego a una WL (pull-up), l'uscita andrà alta (quanto dipende dal dimensionamento del PU).

Il difetto è che, dato che una sola WL è attiva, le altre WL sono a 0 e ho un corto circuito tra V_{DD} e massa.

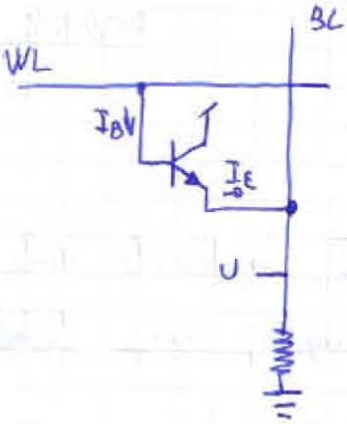
Risolvo il problema mettendo dei diodi all'incrocio tra WL e BL al posto dei • (connessione elettrica)

Per la BL2 il circuito è  rilevatore di massimo

I diodi impediscono la circolazione di corrente sulla WL quando WL=0.

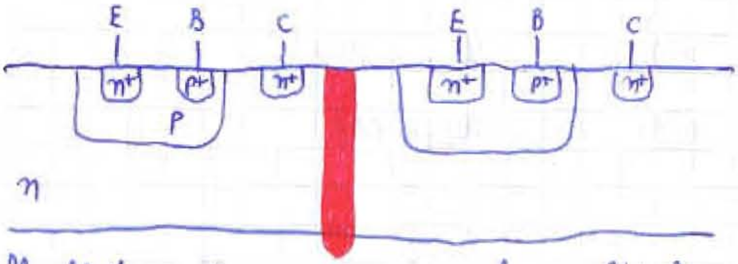
Ogni diodo, però, mette in gioco una capacità parassita verso la bit-line. Tale capacità deve essere caricata dalla corrente proveniente dalle WL, corrente richiesta alla rete di PU del decoder. $\longrightarrow$ SOLUZIONE NON EFFICIENTE

Introduco un dispositivo attivo come il BJT:



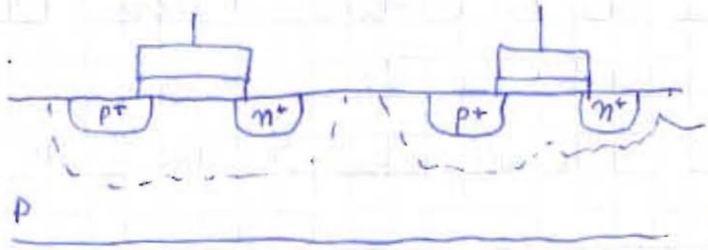
$I_E = (\beta_F + 1)\, I_B$ $\quad I_B = \dfrac{I_E}{\beta_F + 1}$ corrente richiesta, presa dall'alimentazione

Il problema è che il BJT <u>non</u> è un dispositivo intrinsecamente isolato, perchè devo allargare la struttura (più spazio) per isolare il dispositivo

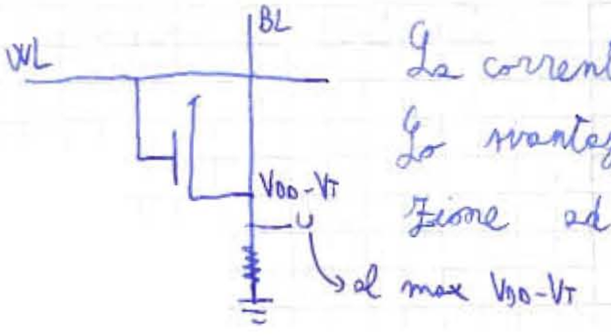


Il collettore è in comune → faccio l'isolamento scavando trincee riempiendole di ossido di silicio

Con i MOS non ho questo problema:

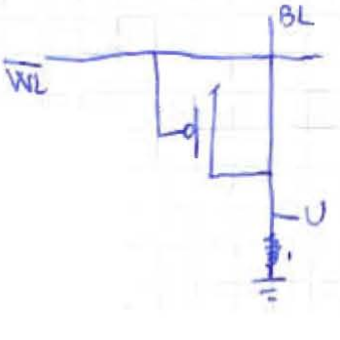


regione isolata
↓
MOS intrinsecamente isolato



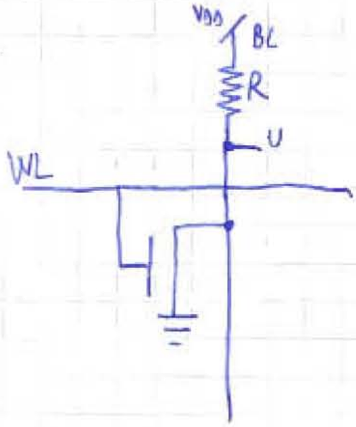
La corrente richiesta al decoder è nulla.
Lo svantaggio è che devo portare l'alimentazione ad ogni cella e uso il nMOS come PU.

Posso usare un P-MOS, però il decoder deve essere basato su NAND e i P-MOS sono più ingombranti.



Il PU deve vincere sul PD, per caricare la capacità di uscita a un valore alto. Devo aumentare β, quindi fare il MOS più grande.

Sposto il MOS nel PD e la resistenza nel PU.



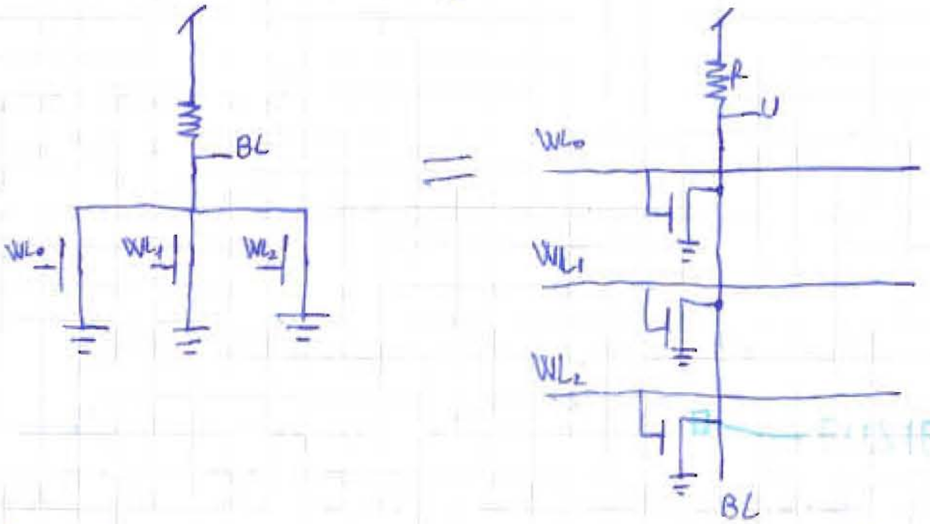
Se $WL=1$, $U=0$; quindi devo mettere il MOS nei nodi dove voglio 0.

$WL=1$ → MOS ON, dimensiono β in modo che $U=0$.

$WL=1$ senza MOS → $U=V_{DD}$

Basta che una $WL=1$ per avere 0 in uscita.

$\boxed{\text{NOR}}$



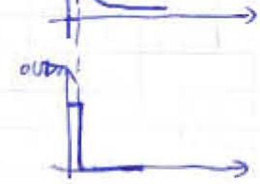
MEMORIA

NOR-BASED

Ma ho sempre le capacità parassite. Potrei usare CMOS per evitare la logica a rapporto, ma dovrei mettere al posto di R tanti P-MOS quante sono WL → troppo ingombro.

- Usando le logiche PE dovrei portare sincronismo (clock).

Collego all'uscita di ogni BL un dispositivo chiamato SENSE AMPLIFIER, che fa commutare l'uscita in presenza di variazioni dell'ingresso:

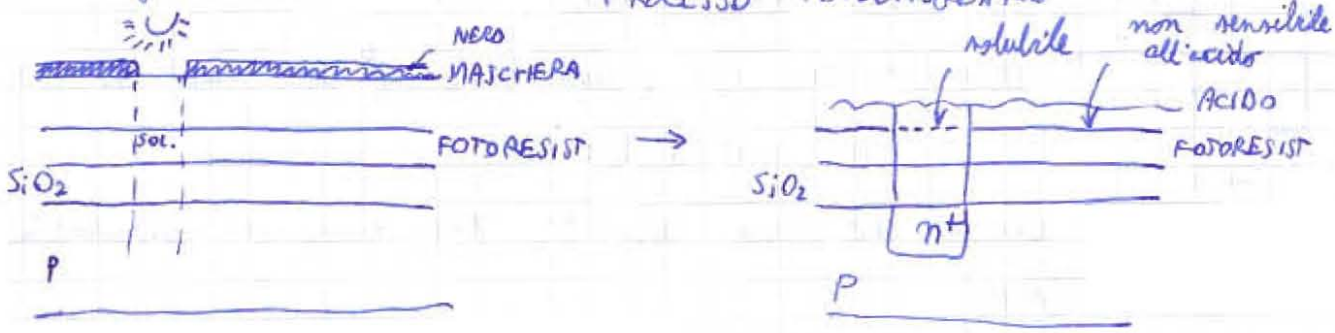


Non mi interessa quindi che si esaurisca il transitorio di carica/scarica della capacità, perchè il SENSE-AMPLIFIER mi fa commutare subito l'uscita.

Per programmare una memoria ROM, inserisco i dispositivi (MOS, diodi, ...) in ogni cella della ROM, poi collego S a BL nel caso di n-M

D a BL per p-MOS solo dove voglio il dispositivo; gli altri rimangono scollegati. La produzione è uguale per ogni contenuto della RAM fino agli ultimi passi.

PROCESSO FOTOLITOGRAFICO



Ecco perché lascio un margine per l'ossido

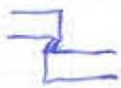
Il processo tecnologico è una successione di maschere (molto costose, 10/20 mila € l'una !!!). Per questo non posso permettermi di personalizzare ogni maschera, ma solo quella delle metallizzazioni

MASK-PROGRAMMABLE

FIELD-PROGRAMMABLE

Metto in serie al diodo un fusibile, cioè un restringimento di pista, che si brucia in caso di sovracorrente.

Per memorizzare uno 0 faccio passare una corrente elevata che fonde il fusibile. Mentre, in caso normale, la corrente sarà tale da essere anche sopportata dal fusibile.

Esiste anche la soluzione ad anti-fusibile; vengono fatte due metallizzazioni vicine fra loro. In caso di elevate correnti, il dielettrico si rompe e crea contatto 

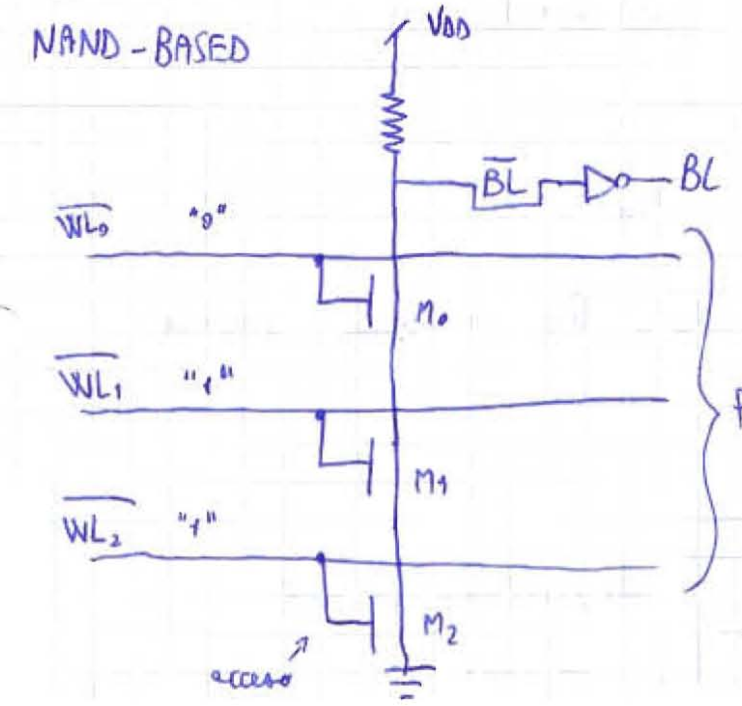
Lo svantaggio è che quando ho un 1 ho una resistenza nel fusibile.

25/05/09

Il problema è che dobbiamo portare la massa a tutte le celle (tante interconnessioni)

$BL = \overline{WL_0 + WL_1}$ $\quad \overline{BL} = \overline{\overline{WL_0 + WL_1}}$ $\quad \underset{\uparrow}{\overline{BL}} = \overline{\overline{WL_0} \cdot \overline{WL_1}}$ NAND BASED

Metterò poi un sense amplifier che nega l'uscita.
Userò decoder basati su NAND per ottenere $\overline{WL}$.



$WL_0 = 1$ selezionata
$WL_1 = WL_2 = 0$
$\overline{WL_0} = 0$, $\overline{WL_1} = \overline{WL_2} = 1$
M_1, M_2 ON $\quad M_0$ OFF
PD OFF ⇒ $\overline{BL} = V_{DD}$ ⇒ $BL = 0$

Per memorizzare "1" sostituisco i MOS con MOS a svuotamento.
$WL = 1$ $\quad \overline{WL} = 0$, $V_T < 0$ ⇒ MOS ON ⇒ PD ON ⇒ $\overline{BL}$ = "0" ⇒ BL = "1"
↳ DEPLETION (canale già creato)
Gli altri MOS sono comunque accesi perché $\overline{WL} = 1 > (V_T < 0)$

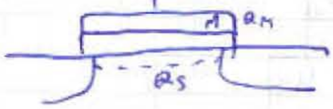
$V_T > 0$ ⇒ M OFF ⇒ PD OFF ⇒ $\overline{BL} = 1$ ⇒ $BL = 0$
↳ ENHANCEMENT

Non posso più usare fusibili per programmare la memoria.
Cambiano proprio i dispositivi, in particolare il drogaggio.
⇒ un processo tecnologico in più da personalizzare (più costoso)
MOS in serie ⇒ β_{eq} più piccolo del minimo β ⇒ bassa capacità di memorizzazione ⇒ utile per memorie di piccole dimensioni, vantaggiose perché compatte.

Anche nella NOR-BASED si può ragionare sulle V_T:

$V_T > V_{DD}$ M OFF $\Rightarrow$ PD OFF $\Rightarrow$ BL="1"

$V_T < V_{DD}$ M ON $\Rightarrow$ PD ON $\Rightarrow$ BL="0"



$|Q_M| = |Q_S|$ trascurando la presenza di carica nell'ossido.

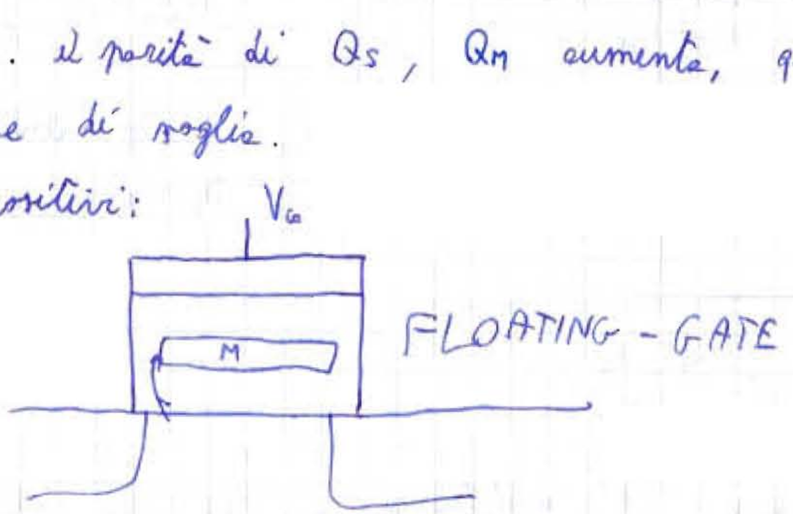
$Q_M = -Q_S$

Ora non la trascuro più!!

$Q_M + Q_{ox} + Q_S = 0$ $Q_M = -Q_S - Q_{ox}$

Supponiamo $Q_{ox} < 0$. A parità di Q_S, Q_M aumenta, quindi aumenta la tensione di soglia.

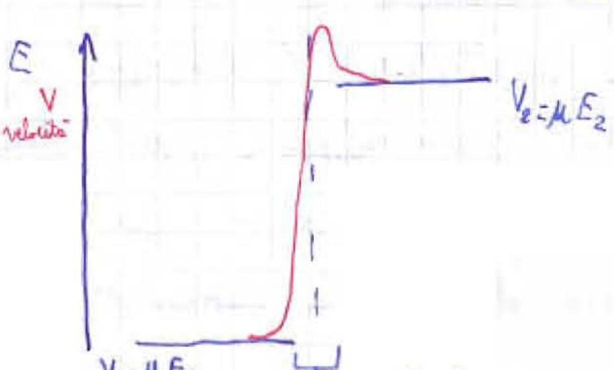
Considero altri dispositivi:



Se gli elettroni hanno molta energia, possono saltare dal semiconduttore al metallo, saltando lo strato di ossido.

Il numero di elettroni che riesce a fare il salto dipende sia dall'energia che riesco a dare sia dallo spessore dell'ossido (meccanica quantistica → effetto probabilistico).

EFFETTO TUNNEL



Supponiamo di riuscire a creare due situazioni di campo elettrico e che la variazione sia brusca

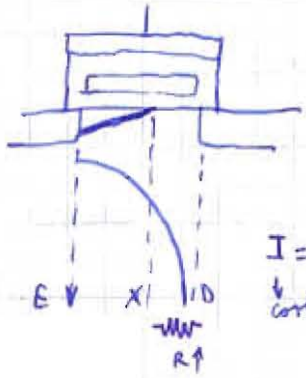
↳ nel transitorio le particelle hanno $V > V_1, V_2$

Avremo quindi una energia cinetica elevata, sufficiente a fare il salto.

La variazione deve essere brusca, altrimenti passerei per livelli di equilibrio e non avrei l'energia cinetica necessaria.

ELETTRONI CALDI → elettroni che hanno l'energia superiore a quella che avrebbero all'equilibrio.

Consideriamo un dispositivo in saturazione:



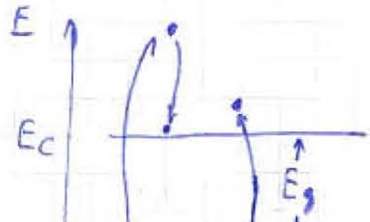
Sostengo la corrente con un campo elettrico infinito.

$$\underset{\text{cost}}{\underset{\downarrow}{I}} = A \cdot J = A \cdot \overset{q \cdot \mu \cdot n \simeq 0}{\overset{\uparrow}{\sigma}} \cdot \underset{E \to \infty}{E}$$

Gradiente di campo elettrico elevato, che è quello che volevo.

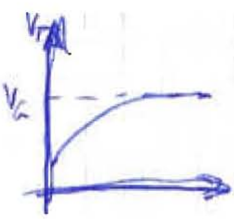
1) tensione di programmazione ≠ tensione di lettura: non voglio alterare la memoria quando la leggo.

2) voglio tanti elettroni caldi: se accelero un elettrone tale che questo passi in banda di conduzione, questo può urtare un altro elettrone in banda di valenza, cedendogli energia. Può accadere che l'energia ceduta permetta di far saltare anche l'altro elettrone in banda di conduzione, che, a sua volta potrà cozzare con altri elettroni, generando un EFFETTO A VALANGA, avendo più probabilità di essere elettroni caldi.



Quando $V_T = V_G$, il dispositivo si spegne

AUTOREGOLAZIONE



Man mano che gli elettroni saltano, la tensione di soglia sale.

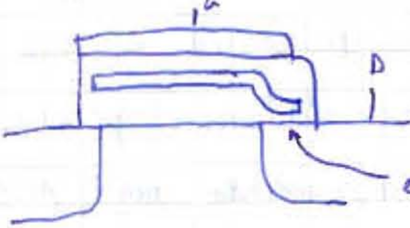
Con questo meccanismo non posso cancellare la memoria, perchè nel metallo non posso creare elettroni caldi perchè il campo elettrico è costante.
Devo fornire energia in un altro modo: attraverso radiazione luminosa (ultravioletto) che penetra fino al metallo, fornendo energia agli elettroni del floating-gate l'energia per saltare dal metallo all'ossido. Queste memorie sono le EPROM.
Ho anche cariche non volute che si fermano nell'ossido. I cicli di programmazione / cancellazione sono limitati, per questo sono ROM.
La cancellazione è molto più lunga della programmazione.

VANTAGGI → possibilità di programmazione nel campo, possibilità di cancellare alcune volte la memoria con radiazione luminosa.

SVANTAGGIO → numero limitato di scritture / cancellazioni per la carica accumulata nell'ossido

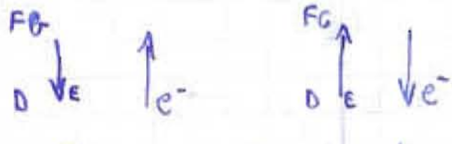
Il dispositivo si chiama FAMOS, Floating gate AValance injected MOS
↳ usato nelle EPROM

L'effetto tunnel è favorito dall'energia cinetica e da piccoli spessori di ossido. Con piccolo spessore di ossido si possono usare anche gli elettroni freddi:



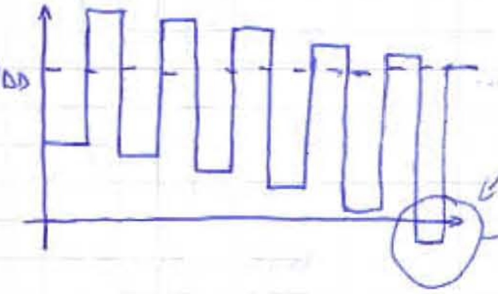
Effetto FOWLER-NORDHEIM

$V_{GD} > 0$ $V_{GD} < 0$ Questo dispositivo si chiama FLOTOX
Floating gate Thin Oxide ↳ usato nelle E²PROM



La cella è difficile da controllare, non ho più l'autocontrollo.

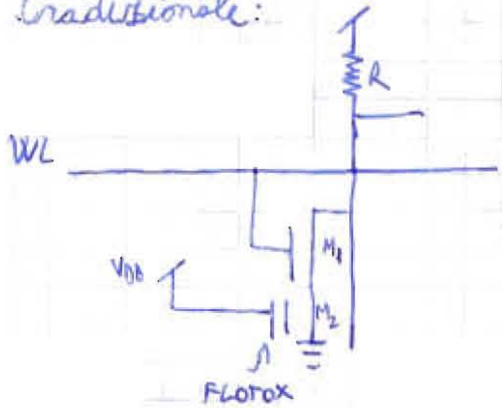
Supponiamo che $t_{PROGR} < t_{CANC}$



DERIVA da evitare, altrimenti il dispositivo non si spegne mai, anche con WL=0.

Viceversa, se $t_{PROGR} > t_{CANC}$, mi sbaglio il valore di una cella, non su tutta la memoria come nel primo caso.

Per risolvere il problema, faccio in modo che la WL comandi un dispositivo tradizionale:



WL=1 ⇒ M_1 ON

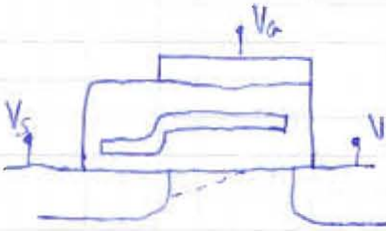
M_2 ON se $V_T < V_{DD}$ anche se $V_T <$

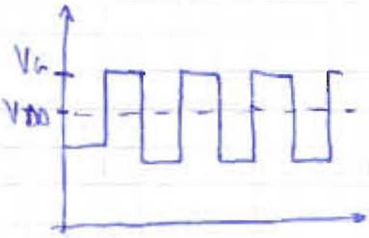
M_2 OFF se $V_T > V_{DD}$

WL=0 ⇒ M_1 OFF (perchè $V_T > 0$)

Aumento però notevolmente le dimensioni della memoria.

Uso per la programmazione la tecnica degli elettroni caldi e per la cancellazione la tecnica degli elettroni freddi:



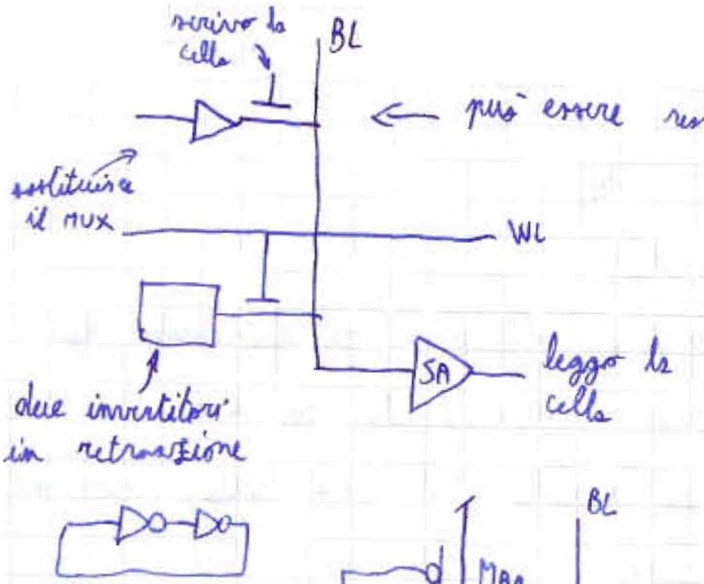


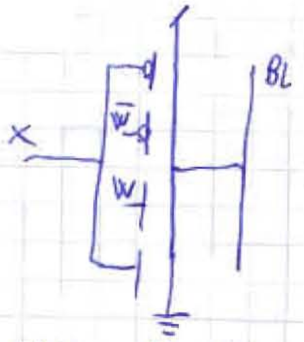
Cella FLASH-EPROM, usata per le memori flash.

Non ho più il fenomeno di deriva.

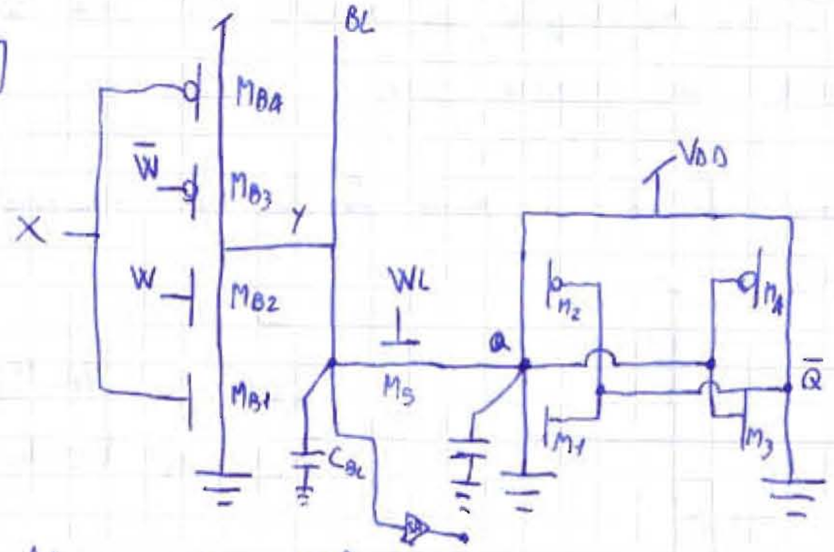
Posso cancellare anche singole celle (CANCELLAZIONE SELETTIVA). Cicli di lettura/scrittura limitati. Non sono memorie veloci.

Le memorie veloci devono essere alimentate!





W=0 BL H.I.
W=1 $BL = \bar{X}$



LETTURA (da memoria a BL)

L'inverter C^2MOS deve essere disattivato (alta impedenza) : $W=0$ ($\bar{W}=1$)

M_{B2}, M_{B3} OFF   Y H.I. $WL=1$

SCRITTURA

$W=1$ ($\bar{W}=0$) M_{B2}, M_{B3} ON $Y=\bar{X}$ $WL=1$ $Q=\bar{X}=BL$

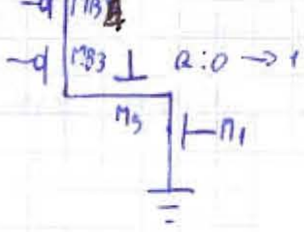
Supponiamo che:

$t<0$ ($WL=0$) M5 OFF $t>0$ ($WL=1$) M5 ON

$Q=0$ (Hp) $W=1$ M_{B2}, M_{B3} ON

$W=1$ $Y=1$ ($X=0$) $X=0$ M_{B4} ON

$t=0^+$ $Q=0 \Rightarrow \bar{Q}=1$ M_1 ON



PU M_{B3}, M_{B4}, M_5 $\beta_{B3}, \beta_{B4}, \beta_5$ ↑

PD M_1 β_1 ↓

$\Rightarrow$ M_5 grande e M_1 piccolo in scrittura.

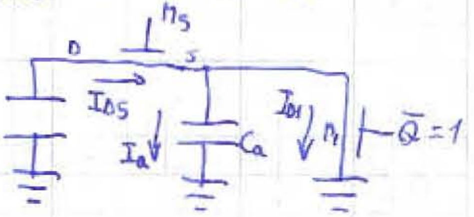
LETTURA

$W=0$ $\bar{W}=1$ M_{B2}, M_{B3} OFF → Y H.I.

$t<0$ (WL=0) : BL = "1" (Hp) $V_{C_{BL}}$ = "1"

Q = "0" (Hp) voglio quindi scaricare la capacità portando 0 sulla BL.

$t \geq 0$ (WL=1) $\bar{Q}$ = "1" → M_1 ON



$I_{D5} = I_a + I_{D1}$

$t = 0^+$ M_1 ON

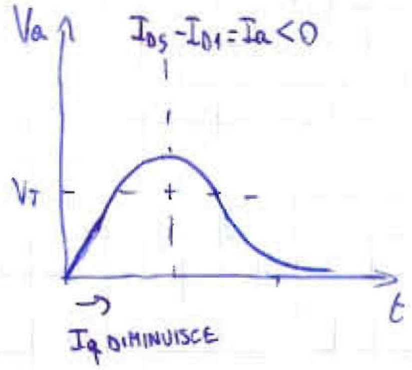
↳ SAT se $V_{DS} > V_{GS} - V_T$, cioè se $\underset{0}{\underset{\parallel}{V_a}} > V_{DD} - V_T$ NON VERIF.

⇓

M_1 LIN. $I_{D1} = \beta_1 \left[(V_{GS}-V_T)\underset{V_a=0}{\underset{\parallel}{V_{DS}}} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right] = 0$ in $t=0^+$

$I_{D1} = 0 \Rightarrow I_{D5} = I_a$ inizialmente I_{D5} va a caricare la capacità C_a

↳ proveniente dalla scarica di C_{BL}



$V_a \overset{\text{sale}}{\uparrow}$, ma $V_a = V_{DS1} \uparrow \Rightarrow I_{D1} \uparrow$

I_{D1} porta via carica a C_a, che si scarica se $I_{D1} > I_{D5}$ perchè deve essere $I_a = I_{D5} - I_{D1} < 0$

↳ $\beta_1 \uparrow$, $\beta_5 \downarrow$ cioè $M_1 \uparrow$ e $M_5 \downarrow$

Se $V_a > V_T$, M_3 si accende, $\bar{Q}=0$, M_2 ON, $Q=1$ ⇒ vado nel punto stabile (Q="1", $\bar{Q}$="0"). Devo pertanto scaricare C_{BL} prima che $V_a > V_T$. Devo avere una corrente piccola.

⇒ dimensionamento della cella: piccola in lettura, grande in scrittura → irrealizzabile.

26/05/09

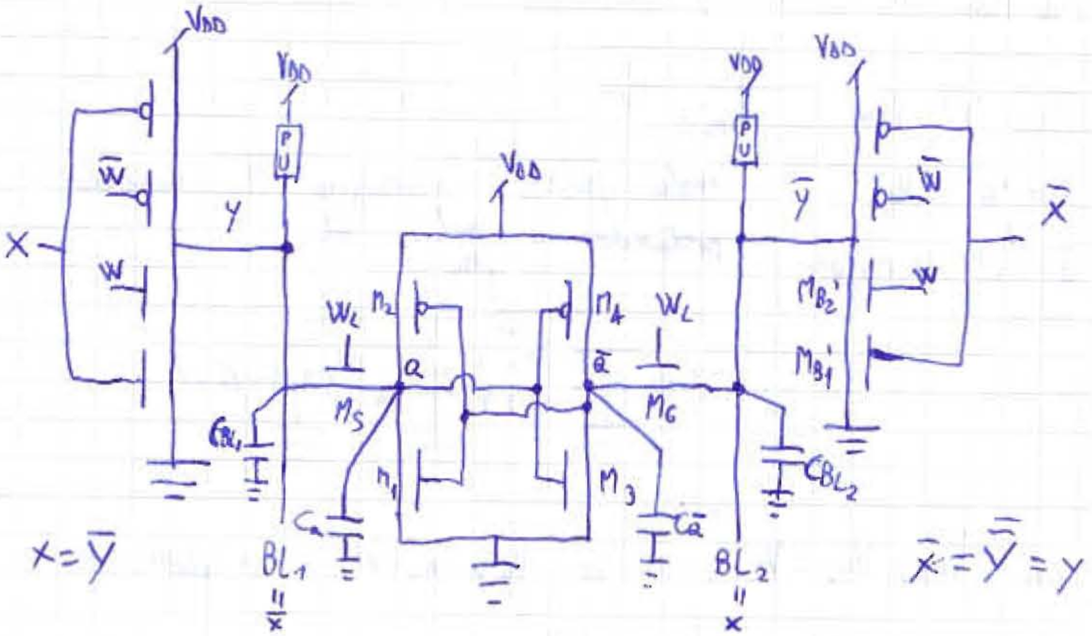
SCRITTURA: $\beta_{M5} \uparrow$, $\beta_{M1} \downarrow$

LETTURA: $\beta_{M5} \downarrow$, $\beta_{M1} \uparrow$

Non sono riuscito a portare il dato sulla BL e neanche a preser il dato nella cella. ⇒ è necessario che $V_a < V_T$

In un punto, comunque, $I_{D5} - I_{D1} < 0$ → $I_{D5} < I_{D1}$ $\underset{\text{piccolo}}{\beta_{M5} \downarrow}$ $\underset{\text{grande}}{\beta_{M1} \uparrow}$

RAM STATICA



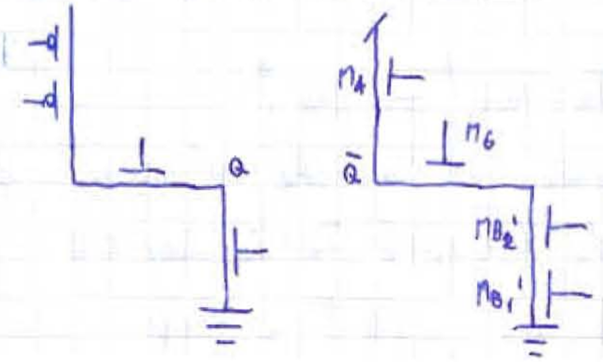
$x = \overline{y}$ $\qquad$ $\overline{x} = \overline{\overline{y}} = y$

SCRITTURA

$BL_2 = \overline{BL_1}$ $\qquad$ commutazione cella

$Q \quad 0 \rightarrow 1$ $\qquad$ $W = 1$ $\qquad$ $BL_1 = 1$

$\overline{Q} \quad 1 \rightarrow 0$ $\qquad$ $X = 0$ $\qquad$ $BL_2 = 0$



Q inizia a salire vedendo un PU acceso.
$\overline{Q}$ inizia subito a scendere sentendo il PD M_{B2}', M_{B1}', senza dover aspettare, come prima, l'accensione di M_3 (dovuta a $V_Q > V_T$).

Dopodichè si accenderanno anche M_3 (ulteriore PD) e M_2 (ulteriore PU) e la cella finirà di commutare.
Non è più necessario dimensionare i PU e i PD in modo che V_Q diventi, prima o poi, maggiore di V_T.

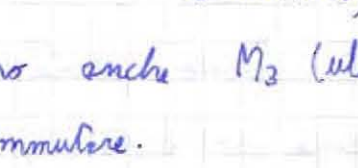
LETTURA

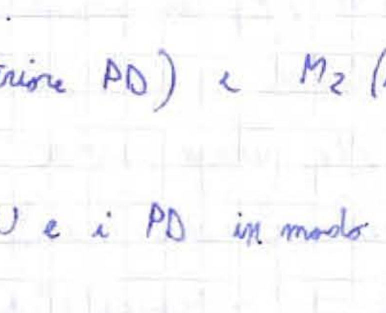
$BL_2 = \overline{BL_1}$ $\qquad$ $BL_1 = 1$

$W = 0$ $\qquad$ $BL_2 = 0$

BL_1, BL_2 H.I. $\qquad$ $Q = 0$

$WL = 1$ $\qquad$ $\overline{Q} = 1$



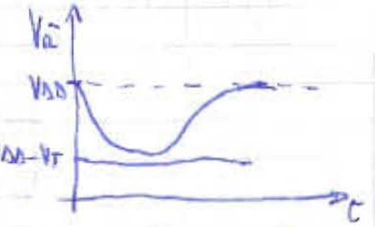


Voglio che: $BL_1: 1 \rightarrow 0$ $Q: 0 \rightarrow 0$

$BL_2: 0 \rightarrow 1$ $\bar{Q}: 1 \rightarrow 1$

Le capacità sono connesse a massa o a V_{DD}, tanto la corrente è la stessa (dipende dalle variazioni di potenziale).

$I_{D4} = I_{\bar{Q}} + I_{D6}$ $I_{\bar{Q}} = I_{D4} - I_{D6}$ voglio che la capacità $C_{\bar{Q}}$ rimanga carica, quindi $I_{\bar{Q}} > 0 \Rightarrow I_{D4} > I_{D6}$



Inizialmente, I_{D6} va a scaricare $C_{\bar{Q}}$, quindi $V_{\bar{Q}}$ diminuisce.

Anche qui è importante che $V_{\bar{Q}} > V_{DD} - V_T$, altrimenti Q commuterebbe a 1.

La presenza della 2ª bit-line peggiora la situazione, perché induce la commutazione della cella.

SCRITTURA: OK

LETTURA: KO!!

In fase di lettura considero $BL_1 = BL_2 = 1$.

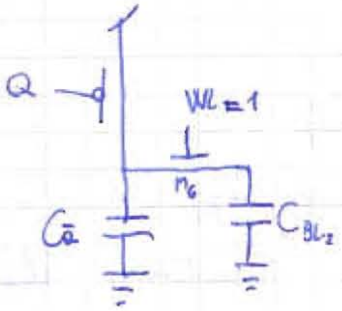
$W=0$ BL_1 BL_2 H.I.

$Q=0$ $\bar{Q}=1$

$WL=1$

$Q: 0 \rightarrow 0$ $\bar{Q}: 1 \rightarrow 1$

$C_{\bar{Q}}$ e C_{BL_2} sono a 1 e in parallelo. Quando WL=1, le capacità si sommano, pertanto devo scaricare una capacità molto più grande prima di commutare.



Non ci sarà più una corrente che passa per M_6 perché $C_{\bar{Q}} = C_{BL_2}$.
Eventualmente, $C_{\bar{Q}}$ si può scaricare quando M_3 si accende, ma ci impiegherà molto tempo a scaricarsi e V_Q fa in tempo a tornare sotto V_T prima che $V_{\bar{Q}}$ diventi più basso di $V_{DD} - V_T$ (facendo accendere M_2 e quindi commutare la cella). Dimensionamento transistori meno critico.

Per precaricare le BL metto un PU piccolo in modo che non possa vincere su un eventuale PD.

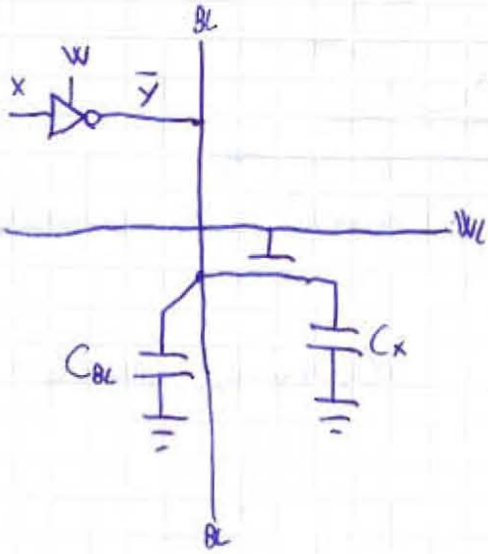
anche passivo (resistenze)

27/05/09

RAM STATICHE → molto veloci ma ingombranti

↳ non vengono usati condensatori

DYNAMIC RAM



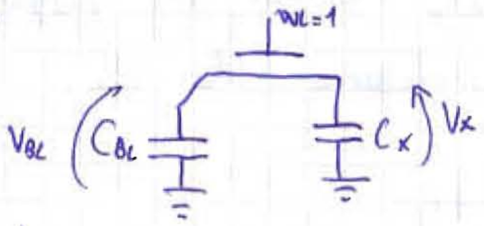
SCRITTURA

W = 1   WL = 1   l'informazione passa su C_x

LETTURA

W = 0   Y H.I.   BL H.I.

WL = 1



Se C_{BL} carico, V_{BL} = "1", e C_x scarico, V_x = "0", si avrà una ridistribuzione di carica.

$t<0$ V_{BL}^- V_x^- nella capacità C_{BL} avremo la carica $Q_{BL}^- = V_{BL}^- C_{BL}$ mentre in C_x avremo $Q_x^- = V_x^- C_x$

$t>0$ $V_{BL}^+ = V_x^+$ esaurito il transitorio

$Q_{BL}^+ = V_{BL}^+ C_{BL}$ $Q_x^+ = V_x^+ \cdot C_x$ per il principio di conservazione della carica: $Q_{BL}^- + Q_x^- = Q_{BL}^+ + Q_x^+$

$$V_{BL}^- C_{BL} + V_x^- C_x = V_{BL}^+ C_{BL} + \underset{\overset{\shortparallel}{V_{BL}^+}}{V_x^+} C_x = V_{BL}^+ (C_{BL} + C_x)$$

↖ tensione da leggere

$$V_{BL}^+ = \frac{C_{BL}}{C_{BL}+C_x} V_{BL}^- + \frac{C_x}{C_{BL}+C_x} V_x^-$$

Vorrei trasferire il contenuto della cella (V_x) sulla BL (V_{BL}), mantenendolo anche nella cella.

C_{BL} → somma capacità che ogni MOS esibisce con la BL.

$C_{BL} \gg C_x$ perché la cella la voglio piccola. $\frac{C_{BL}}{C_{BL}+C_x} \rightarrow 1 \quad \frac{C_x}{C_{BL}+C_x} \rightarrow 0$

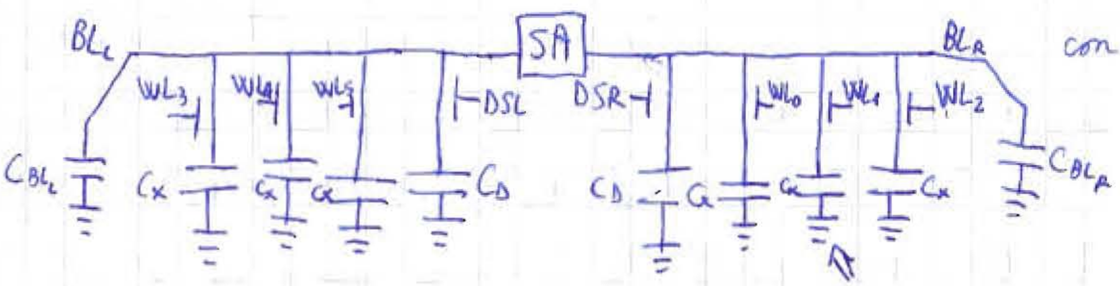
Ma io volevo leggere V_x^-, che ora è affogata da un termine di rumore (V_{BL}^-) molto grande. Rapporto segnale/rumore molto piccolo.

$\Rightarrow$ lettura impossibile!

Per eliminare il rumore posso generare un altro termine di rumore uguale ed opposto posso eliminare il rumore.

Divido la BL in due BL_L BL_R.

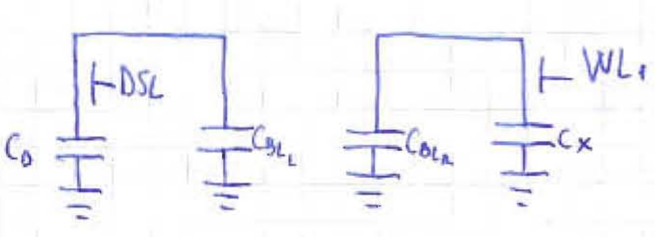
Considero una BL con 6 celle:



Aggiungo due celle DUMMY, non sono celle di memoria, comandate da due segnali di selezione della cella, Dummy Select Left e Dummy Select Right

Supponiamo di voler leggere il contenuto di WL_1 $\Uparrow$:

$WL_1 = 1 \qquad DSL = 1$ Se vogliamo leggere una cella della BL_R devo attivare DSL e viceversa.



$t<0: \ V_D^-, \ V_{BL_L}^-$

$t>0: \ V_D^+, \ V_{BL_L}^+ \ \rightarrow \ V_D^+ = V_{BL_L}^+$

$t<0: \ V_x^-, \ V_{BL_R}^-$

$t>0: \ V_x^+ = V_{BL_R}^+$ Come prima:

$$C_D V_D^- + C_{BL_L} V_{BL_L}^- = V_{BL_L}^+ (C_D + C_{BL_L}) \qquad V_{BL_L}^+ = \frac{C_D}{C_D + C_{BL_L}} V_D^- + \frac{C_{BL_L}}{C_D + C_{BL_L}} V_{BL_L}^-$$

$$C_x V_x^- + C_{BL_R} V_{BL_R}^- = V_{BL_R}^+ (C_x + C_{BL_R}) \qquad V_{BL_R}^+ = \frac{C_x}{C_x + C_{BL_R}} V_x^- + \frac{C_{BL_R}}{C_x + C_{BL_R}} V_{BL_R}^-$$

Supponiamo di aver costruito la cella dummy in modo che $C_D = C_x$

Considero anche che $C_{BL_L} = C_{BL_R}$. Faccio la differenza tra le equazioni

$$V_{BL_L}^+ - V_{BL_R}^+ = \frac{C_x}{C_x + C_{BL_R}} \underbrace{\left(V_D^- - V_x^-\right)}_{\text{la mia informazione che voglio leggere}} + \underbrace{\frac{C_{BL_R}}{C_x + C_{BL_R}} \left(V_{BL_L}^- - V_{BL_R}^-\right)}_{\text{rumore grande che voglio eliminare}}$$

Devo fare in modo che per $t<0$ $V_{BL_L}^- = V_{BL_R}^-$ da cui segue

$$V_{BL_L}^+ - V_{BL_R}^+ = \frac{C_x}{C_x + C_{BL_R}} \left(V_D^- - V_x^-\right)$$

V_D^- la conosco e la metto a un valore che stia circa a metà tra il valore alto e basso: $V_D^- = V_{REF} = \frac{V_{DD}}{2}$ $0 < V_{REF} < V_{DD}$

Se $V_x^- = "1" = V_{DD}$ $\Rightarrow V_{REF} - V_x^- < 0 \Rightarrow V_{BL_L}^+ - V_{BL_R}^+ < 0 \Rightarrow V_{BL_L}^+ < V_{BL_R}^+$

Se $V_x^- = "0" = 0$ $\Rightarrow V_{REF} - V_x^- > 0 \Rightarrow V_{BL_L}^+ - V_{BL_R}^+ > 0 \Rightarrow V_{BL_L}^+ > V_{BL_R}^+$

Mi serve, tra le BL, un oggetto che riconosca quale BL è a potenziale maggiore o minore. $\Longrightarrow$ metto un MULTIVIBRATORE BISTABILE che, tra l'altro, riesce a riportare a 0 o V_{DD} le BL.

Per leggere il contenuto della cella devo:

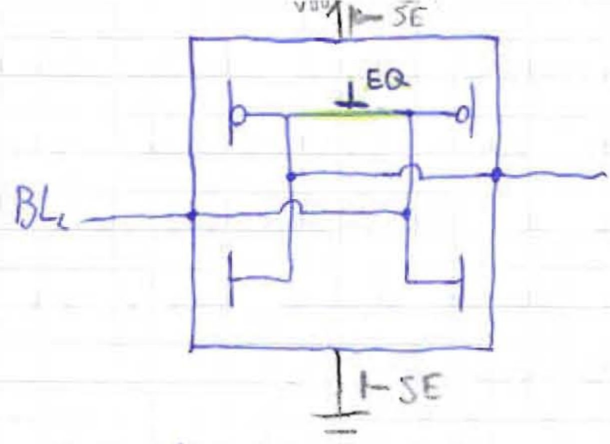
1) -portare le BL allo stesso valore (EQUALIZZAZIONE)
 -precaricare la cella dummy a $\frac{V_{DD}}{2}$ (PRECARICA)
} fase di EQUALIZZAZIONE / PRECARICA

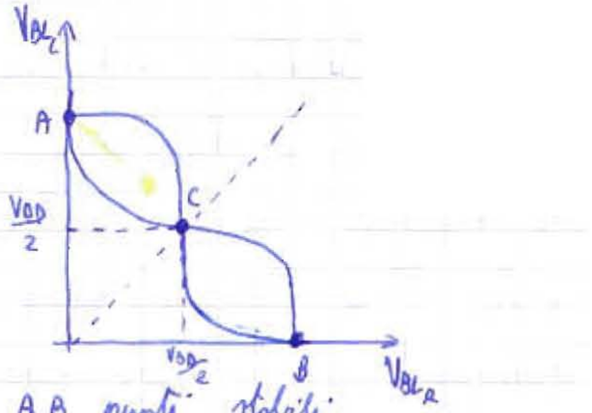
2) mettere BL_R e BL_L in alta impedenza, attivare la WL della cella che voglio leggere e il DS della cella opposta (fase di LETTURA)

3) leggere lo sbilanciamento e rigenerare il segnale (fase di RIGENERAZIONE)

Il contenuto della cella è stato distrutto dalla ridistribuzione di carica, ma posso sfruttare la rigenerazione per ricaricare il contenuto della cella.

Tra le BL metto un Sense Amplifier che mi fa tutte queste operazioni, gestendo le varie fasi.





A, B punti stabili

C, punto instabile, soglia logica

In C, $V_{BL_L} = V_{BL_R}$

Se $\beta_n=\beta_p$ e $V_{T_n} = |V_{T_p}|$, $C\left(\frac{V_{DD}}{2}, \frac{V_{DD}}{2}\right)$

Se riesco a far lavorare il multivibratore ottengo sia equalizzazione che precarica. Per farlo, devo cortocircuitare BL_R e BL_L in modo che siano allo stesso potenziale, ma solo quando è necessario. Inserisco un interruttore => MOS

Fase di lettura: devo spegnere il SA in modo che BL_L e BL_R siano H.I

SE → Sense amplifier Enable

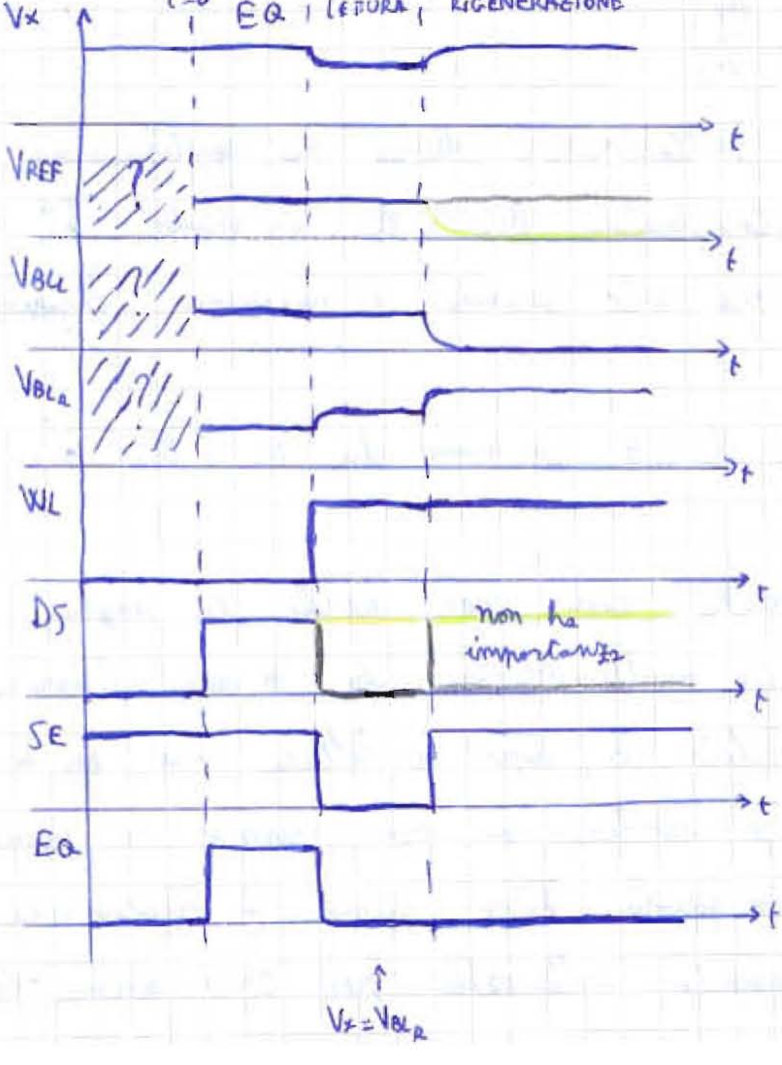
Uso un p-MOS per il PU perché così non perdo la soglia.

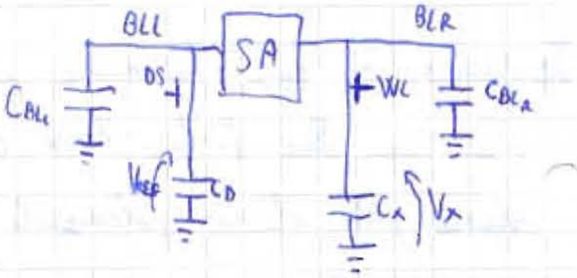
Fase di rigenerazione: questo è un multivibratore che si può trovare in due punti stabili. Se abilito SE, dopo la lettura sarà in un punto non di equilibrio, ma si porterà a un punto di equilibr
Tenendo abilitata WL anche in questa fase riesco a rigenerare anche quello che era memorizzato nella cella per $t<0$ prima della ridistribuzione di carica.

Ogni fase è molto veloce, ma dato che la lettura è divisa in tre fasi la DRAM è più lenta delle SRAM, ma più piccola.
La memoria cache è statica e non dinamica. Il problema delle DRA
è che, essendo l'informazione della cella memorizzata in un condensatore, dopo un po' si scarica se non la leggo per un po'. Per risolvere questo problema, periodicamente attivo una fase di REFRESH che mi legge tutta la memoria per rigenerarla.

Queste operazione è asincrona dal processore. Alcune volte, quindi, la memoria non è disponibile. Ma non posso permettermelo per una memoria che si interfaccia con la CPU direttamente come la cache. È la CPU che deve decidere quando inviare dati, non la memoria! Quindi, non uso DRAM per la cache.

CICLO DI LETTURA





/ DS della BL stessa

/ DS della BL opposta

Supponiamo di leggere dalla BL_R

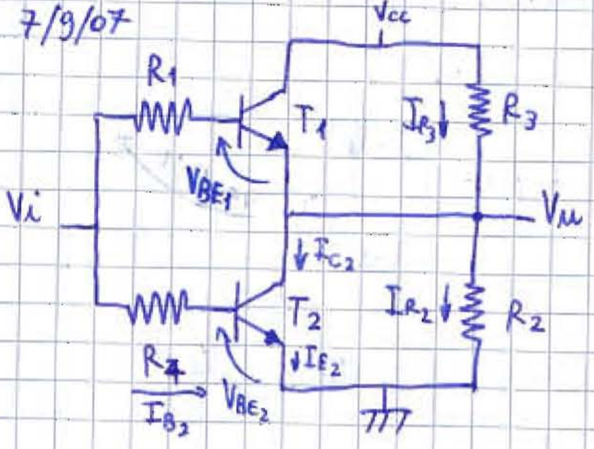
/ DS lo metto basso

/ DS lo lascio alto

ESERCITAZIONI

7/9/07

06/05/09



$V_{cc} = 5V$

$\beta_F = 100$

$R_1 = 7k\Omega$

$R_3 = 500\Omega$

$R_4 = 5K\Omega$

1) Determinare R_2 in modo tale che alla soglia logica

$A_v \Big|_{V_i = V_{LT}} = -8$

2) Determinare la caratteristica statica $V_u(V_i)$, per $0 < V_i < V_{cc}$

1) Alla soglia logica $V_i = V_u = V_{LT}$

$V_{BE} = V_B - V_E = V_u - V_i = 0 < V_\gamma \Rightarrow \boxed{T_1 \ OFF} \Rightarrow I_{B1} = I_{C1} = I_{E1} = 0$

BJT	OFF	$V_{BE} < V_\gamma$	$I_B = I_C = I_E = 0$
	AD	$V_{BE} = V_\gamma$	$I_C > 0$, $I_C = \beta_F I_B$, $V_{CE} > V_{CE_{SAT}}$
	SAT	$V_{BE} = V_\gamma$	$I_C < \beta_F \cdot I_B$, $V_{CE} = V_{CE_{SAT}}$, $I_B > 0$

T_2? Hp T_2 OFF $\rightarrow I_{B_2} = I_{C_2} = I_{E_2} = 0$

$I_{R3} = I_{R2}$ $\quad V_u = \dfrac{V_{cc} \cdot R_2}{R_2 + R_3} = COST.$ $\Rightarrow$ derivata nulla rispetto a V_i

↳ $0 \neq -8$ che è il mio obiettivo

$\Rightarrow T_2$ ON

Hp: T_2 SAT $\rightarrow V_{BE_2} = V_\gamma \quad V_{CE} = V_{CE_{SAT}} \quad I_{B_2} > 0 \rightarrow \dfrac{V_i - V_{BE_2}}{R_4} > 0 \quad V_i > V_{BE_2} = V_\gamma$

$\Rightarrow$ ma alla soglia logica $V_i = V_u = V_{LT} = V_{CE_{SAT}}$ ma $V_{CE_{SAT}}$ non è $> V_\gamma$

↳ $\boxed{T_2 \text{ è in AD}}$

Calcolo la caratteristica statica. Ignoro T_1.

$I_{R_3} = I_{R_2} + I_{C_2}$ $\qquad I_{R_3} = \frac{V_{cc} - V_u}{R_3}$ $\qquad I_{R_2} = \frac{V_u}{R_2}$ $\qquad$ se T_2 AD, $I_{C_2} = \beta_F I_{B_2}$

$I_{C_2} = \beta_F \cdot \frac{V_i - \overset{V_\gamma}{\overset{\shortparallel}{V_{BE_2}}}}{R_4}$ $\qquad \frac{V_{cc} - V_u}{R_3} = \frac{V_u}{R_2} + \beta_F \cdot \frac{V_i - V_\gamma}{R_4}$

$V_u \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = -\beta_F \frac{V_i - V_\gamma}{R_4} + \frac{V_{cc}}{R_3}$ $\qquad$ derivo rispetto a V_i

$\frac{dV_u}{dV_i}\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = -\frac{\beta_F}{R_4}$ $\qquad A_v \frac{R_3 + R_2}{R_2 R_3} = \frac{-\beta_F}{R_4}$ $\qquad$ pongo $A_v = -8$

$R_4 A_v (R_3 + R_2) = -\beta_F R_2 R_3$ $\qquad \underline{5}000 \cdot (-\overset{4}{\cancel{8}}) \cdot (500 + R_2) = -\underset{5}{\cancel{100}} \cdot R_2 \cdot 5\cancel{00}$

$-2000 - 4R_2 = -5R_2$ $\qquad \boxed{R_2 = 2000\ \Omega}$ $\qquad A_v = \frac{-\beta_F / R_4}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$

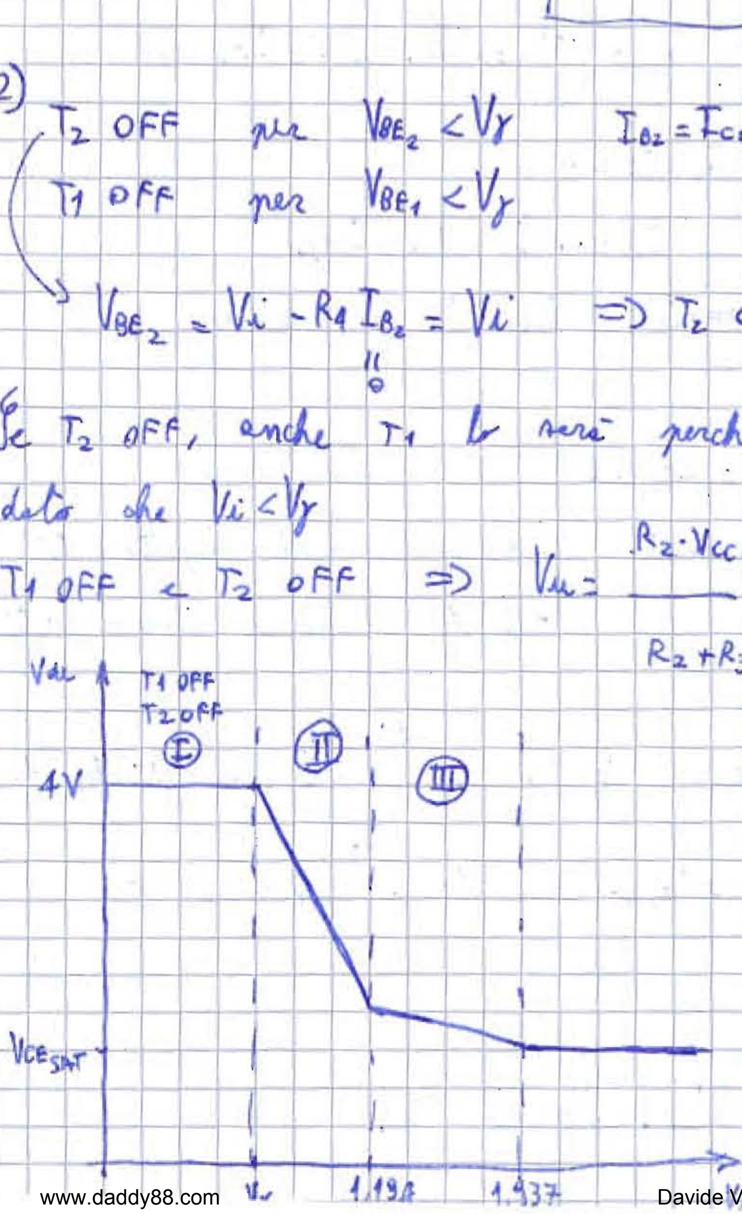
2) T_2 OFF per $V_{BE_2} < V_\gamma$ $\qquad I_{B_2} = I_{C_2} = I_{E_2} = 0$ $\qquad$ REG I

T_1 OFF per $V_{BE_1} < V_\gamma$

$V_{BE_2} = V_i - R_4 \underset{0}{\underset{\shortparallel}{I_{B_2}}} = V_i$ $\Rightarrow$ T_2 OFF per $V_i < V_\gamma$

Se T_2 OFF, anche T_1 lo sarà perché $V_u > 0$ e $V_{BE_1} = V_i - V_u < V_\gamma$ dato che $V_i < V_\gamma$

T_1 OFF e T_2 OFF $\Rightarrow$ $V_u = \frac{R_2 \cdot V_{cc}}{R_2 + R_3} = 4\ V$ $\qquad \left. \begin{array}{l} V_{B1} = V_i \\ V_{E1} = V_u \end{array} \right\} V_{BE_1} = V_i - 4V < V_\gamma$



$V_i > V_\gamma$ REGIONE II

T2 AD , T1 OFF   T2 AD perchè al confine $V_u = 4V > V_{CE_{sat}}$

$$\begin{cases} I_{R_3} = I_{R_2} + I_{C_2} \\ V_{BE_2} = V_\gamma \end{cases} \qquad \frac{V_{CC} - V_u}{R_3} = \frac{V_u}{R_2} + \beta_F \frac{V_i - V_\gamma}{R_4}$$

$I_{C_2} = \beta_F I_{B_2}$

$$V_u = 10 - 8V_i$$

Ora, o T1 ON o T2 SAT

$V_{BE_1} > V_\gamma$ $V_{CE_2} \leq V_{CE_{SAT}}$

a) $V_{BE_1} < V_\gamma$ (T1 rimane OFF) $I_{B1} = 0 \Rightarrow V_i = V_{B_1}$

$V_{E_1} = V_u = 10 - 8V_i$

$V_{BE_1} = V_i - V_u = V_i - 10 + 8V_i = 9V_i - 10 < V_\gamma \Rightarrow V_i < 1,194\,V$

T1 ON quando $V_i > 1,194\,V$

b) $V_{CE_2} > V_{CE_{SAT}}$ (T2 rimane in AD)

$V_u = 10 - 8V_i > V_{CE_{SAT}} = 0,2\,V \Rightarrow V_i < 1,225\,V$

T2 SAT quando $V_i > 1,225\,V$

$\Rightarrow$ prima T1 ON.

T1 ON $\Rightarrow$ T1 AD perchè se fosse SAT $V_{CC} - V_{CE_{SAT}} + V_\gamma > V_{CC}$ assurdo!

REG. III

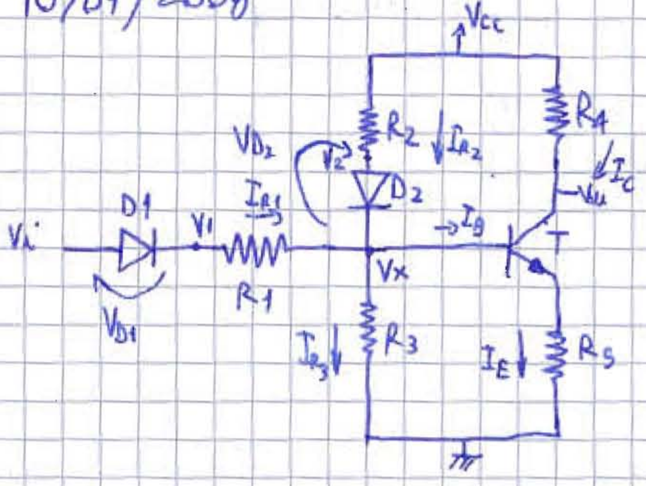
T1 AD
T2 AD $I_{R_3} + I_{E_1} = I_{R_2} + I_{C_2}$ $\frac{V_{CC} - V_u}{R_3} + I_{B1} + \underset{\beta_F I_{B_1}}{\underset{\shortparallel}{I_{C1}}} = \frac{V_u}{R_2} + \underset{\beta_F I_{B_2}}{\underset{\shortparallel}{I_{C_2}}}$

$$\frac{V_{CC} - V_u}{R_3} + (\beta_F + 1) \cdot \frac{V_i - (V_u + V_\gamma)}{R_1} = \beta_F \frac{V_i - V_\gamma}{R_4} + \frac{V_u}{R_2} \qquad V_u = 0,837 - 0,329V_i$$

Si rimane in III finchè

$V_{CE_2} > V_{CE_{SAT}} \Rightarrow V_u = 0,837 - 0,329V_i > V_{CE_{SAT}} \Rightarrow V_i < 1,937\,V$

10/01/2008



$V_{cc} = 5\,V$

$\beta_F = 100$

$V_{CE_{SAT}} = 0{,}2$

$R_1 = 100\,\Omega$

$R_2 = 10\,k\Omega$

$R_3 = 2{,}5\,k\Omega$

$R_4 = 2{,}5\,k\Omega$

$R_5 = 500\,\Omega$

Caratteristica statica ...?

All'inizio $V_i = 0$ e D1 OFF.

$V_{D1} < V_\gamma$. Se D_2 OFF, anche T OFF perché dovremmo avere $I_B > 0$ e $V_x > V_{CE_{SAT}}$, che presupporrebbe una corrente negativa su R_3, assurdo

$$I_{R_2} = 0 = \frac{V_{cc} - V_2}{R_2} \Rightarrow V_2 = V_{cc}$$

se T OFF

$$I_B = I_C = I_E = 0 \longrightarrow I_{R4} = I_{R5} = 0 \qquad \frac{V_{cc} - V_u}{R_4} = 0 \Rightarrow V_u = V_{cc}$$

$$I_{R_3} = \underbrace{\cancel{I_{R_2}}}_{0} + \underbrace{\cancel{I_{R_1}}}_{0} - \underbrace{\cancel{I_B}}_{0} = 0 \Rightarrow V_x = 0$$

$V_{D_2} = V_2 - V_x = V_{cc} - 0 > V_\gamma$ ASSURDO $\Longrightarrow$ D_2 ON quando D1 OFF

T? Hp T OFF $\longrightarrow I_B = I_C = I_E = 0 \longrightarrow$ bilancio di corrente al nodo x

$I_{R_2} = I_{R_3}$ perché $I_B = 0$ e $I_{R1} = 0$ per Hp D1 OFF

$$\frac{V_{cc} - (V_x + V_\gamma)}{R_2} = \frac{V_x}{R_3} \Rightarrow V_x = 0{,}85\,V = \underset{V_B}{\overset{}{V_{BE}}}$$ perché $I_E = 0 = \frac{V_5}{R_5} = 0 \Rightarrow V_5 = 0$

$V_x > V_\gamma \Longrightarrow$ T ON

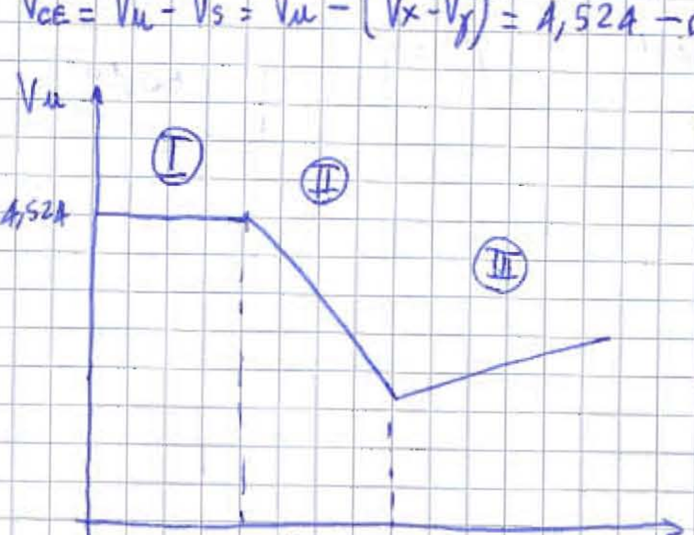
Condizione di partenza: D1 OFF, D_2 ON, T ON

Hp: T_{AD} $\quad I_{R2} = I_{R3} + I_B \qquad \dfrac{V_{cc} - (V_x + V_\gamma)}{R_2} = \dfrac{V_x}{R_3} + \dfrac{I_E}{\beta_F + 1}$

dove $I_E = \dfrac{V_x - V_\gamma}{R_5}$ $\qquad V_x = 0{,}846\,V > V_\gamma$ OK

$I_C = \dfrac{V_{cc} - V_u}{R_4} = I_E \cdot \beta_F \cdot \dfrac{1}{\beta_F + 1}$ ma $V_x = 0{,}846\ V \Rightarrow V_u = 4{,}524\ V$

$V_{CE} = V_u - V_S = V_u - (V_x - V_\gamma) = 4{,}524 - 0{,}846 + 0{,}75 = 4{,}428\ V > V_{CE_{SAT}}$ $\underline{OK}$ T AD



rimango in ① $V_{D1} < V_\gamma$

se D_1 OFF, $I_{R1} = 0 = \dfrac{V_1 - V_x}{R_1}$

$\Rightarrow V_1 = V_x = 0{,}846\ V$

$V_{D1} = V_i - V_1 = V_i - V_x < V_\gamma$

$\Rightarrow V_i < V_\gamma + V_x = 0{,}75 + 0{,}846 = 1{,}596\ V$

② D_1 ON
D_2 ON
T AD

$I_{R_2} + I_{R_1} = I_{R_3} + I_B \qquad I_C = \dfrac{I_E}{\beta_F + 1}$

… $V_x = -0{,}671 + 0{,}951\ V_i$

$V_u = 12{,}035 - 4{,}706\ V_i$

Dopo, o T SAT | o D_2 OFF — sostituisco a V_x quanto trovato

T AD finchè $V_{CE} > V_{CE_{SAT}}$ | D_2 ON finchè $I_{D2} = I_{R2} > 0$

$V_u - V_S = V_u - (V_x - V_\gamma) > V_{CE_{SAT}}$ | $I_{D2} = I_{R2} = \dfrac{V_{CC} - (V_x + V_\gamma)}{R_2} > 0$

$V_i < 2{,}344\ V$ | $V_i < 5{,}22\ V$ (sempre!)

↑
avviene prima

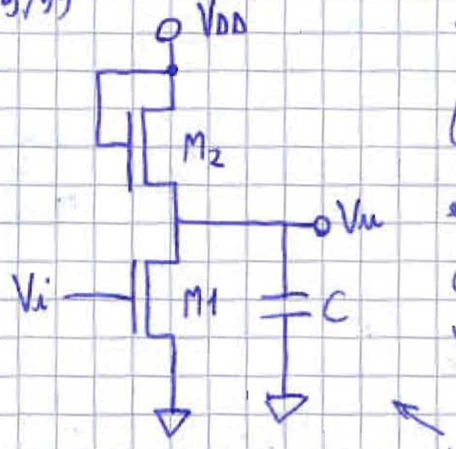
③ D1 ON, D2 ON, T SAT $\rightarrow V_{CE} = V_u - V_S = V_{CE_{SAT}}$

$$I_C = \frac{V_{cc} - (V_x - V_\gamma + V_{CE_{SAT}})}{R_4}$$

$$I_E = \frac{V_x - V_\gamma}{R_5} \qquad \begin{cases} I_{R_2} + I_{R_1} = \overset{I_E - I_C}{\overset{\downarrow}{I_B}} + I_{R_3} \\ V_x = V_u - V_{CE_{SAT}} + V_\gamma \end{cases} \Rightarrow V_u = -0{,}810 + 0{,}775\ V_i$$

ESERCITAZIONE 2 13/05/09

14/9/99



$V_{T1} = V_{T2} = V_T = 0{,}8\,V$

$t_{PLH} = 20\ nS$ $\beta_1 = ?$

escursione = 4 V $\beta_2 = ?$

C = 0,1 pF

$V_{DD} = 5V$

VALENTINA BIANCHI
valentina.bianchi@nemo.unipr.it
6049

INVERTITORE NMOS A CARICO SATURATO

MODELLI N-MOS

① OFF $I_D = 0$, $V_{GS} < V_T$

② SAT $I_D = \frac{\beta_n}{2}(V_{GS} - V_T)^2$ $V_T < V_{GS} < V_{DS} + V_T$

③ LIN $I_D = \beta_n \left[(V_{GS} - V_T)V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right]$ $V_{GS} > V_{DS} + V_T$

$\beta_n = \mu_n \cdot C_{ox} \cdot \frac{W}{L}$

t_{PHL} = tempo che l'uscita impiega per andare da V_H a $\frac{V_H + V_L}{2}$

t_{PLH} = " " " " " " " V_L a $\frac{V_H + V_L}{2}$

$V_H - V_L$ = escursione

Calcolo V_H:

suppongo $V_i = V_L < V_T$ (Hp) → M_1 OFF → $I_{D1} = 0$ $I_{D1} = I_{D2} = 0$

M OFF ⇒ $I_D = 0$ ma non viceversa

M_2 SAT (Hp) → $I_{D2} = \frac{\beta_2}{2}(V_{GS} - V_T)^2 = 0$ ⇒ $V_{GS} = V_T$

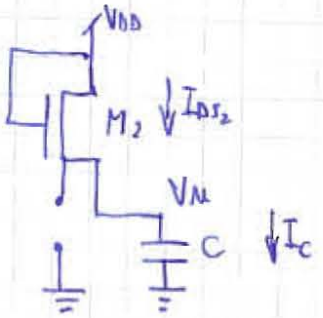
$V_{GS} = V_{DS} = V_T$ $V_{DD} - V_{DS_2} - V_u = 0$ $V_u = V_{DD} - V_{DS_2} = 5 - 0{,}8 = 4{,}2\,V$

$V_H = 4{,}2\ V$ $\quad V_L = -\text{escursione} + V_H = 4{,}2 - 4 = 0{,}2\ V$

$t_{P_{LH}} = ?$ $\quad$ Hp: $t<0 \quad V_i = V_H$ e $V_u = V_L$

$t = 0^+ \quad V_i = V_L$ e $V_u = V_L$

M_1 OFF perchè $V_i = 0{,}2 < V_T = 0{,}8$



$$I_{DS_2} = I_C = C \cdot \frac{dV_u}{dt}$$

Hp: M_2 SAT $\quad I_{DS_2} = \frac{\beta_2}{2}(V_{GS} - V_T)^2 = \frac{\beta_2}{2}(V_{DD} - V_u - V_T)^2$

↑ non può essere OFF perchè deve essere $I_D \neq 0$

$$\frac{\beta_2}{2}(V_{DD} - V_u - V_T)^2 = C \cdot \frac{dV_u}{dt}$$

$$\int_0^{t_{P_{LH}}} dt = \int_{V_L}^{(V_H+V_L)/2} \frac{2C}{\beta_2} \cdot \frac{dV_u}{(V_{DD} - V_u - V_T)^2} \qquad t_{P_{LH}} = \frac{2C}{\beta_2}\left[\frac{1}{V_{DD} - V_u - V_T}\right]_{V_L}^{\frac{V_H+V_L}{2}} = \frac{2C}{\beta_2}\left[\frac{1}{4{,}2 - \frac{V_H+V_L}{2}} - \frac{1}{4{,}2 - V_L}\right]$$

$$= \frac{2C}{\beta_2}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right] \Rightarrow \quad 40 \cdot 10^{-9} = \frac{\cancel{2} \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-12}}{\beta_2} \cdot \frac{1}{\cancel{4}2}$$

$$\beta_2 = \frac{0{,}1 \cdot 10^{-\cancel{12}3}}{40 \cdot \cancel{10^{-9}}} = 2{,}5\ \mu A/V^2$$

Per trovare β_1, pongo $V_i = V_H$ e $V_u = V_L$

Hp: M_1 LIN $\quad V_{GS} > V_{DS} + V_T \quad 4{,}2 > 0{,}2 + 0{,}8$ verificata

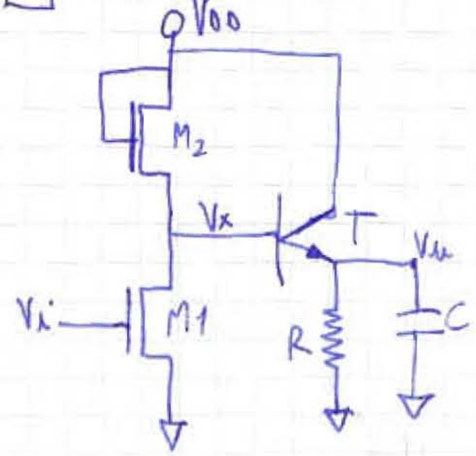
Hp M_2 SAT $V_T < V_{GS} < V_{DS} + V_T \qquad I_{D1} = I_{D2}$

$$\beta_1\left[(V_{GS_1} - V_T)V_{DS_1} - \frac{V_{DS_1}^2}{2}\right] = \frac{\beta_2}{2}(V_{GS_2} - V_T)^2 \qquad \beta_1 = \frac{\beta_2 (V_{GS} - V_T)^2}{2\left[(V_{GS} - V_T)V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right]}$$

$V_{GS_1} = V_i$
$V_{DS_1} = V_u$
$V_{GS_2} = V_{DD} - V_u$

$$\beta_1 = \frac{\beta_2 (V_{DD}-V_u-V_T)^2}{2\left[(V_i-V_T)V_u-\frac{V_u^2}{2}\right]} = \frac{\beta_2 (V_{DD}-V_L-V_T)^2}{2\left[(V_H-V_T)V_L-\frac{V_L^2}{2}\right]} = \frac{2{,}5\cdot 10^{-6}\,(5-0{,}2-0{,}8)^2}{2\left[(4{,}2-0{,}8)\cdot 0{,}2-\frac{0{,}2^2}{2}\right]} = 30{,}3\,\frac{\mu A}{V^2}$$

$\boxed{2}$ 29/02/2000



$V_{T1}=V_{T2}=0{,}8\,V$ $V_\gamma = 0{,}75\,V$

$\beta_1 = 2\,mA/V^2$ $\beta_F = 100$

$\beta_2 = 250\,\mu A/V^2$ $t_{PLH} = ?$

$R = 1\,K\Omega$

$C = 5\,pF$

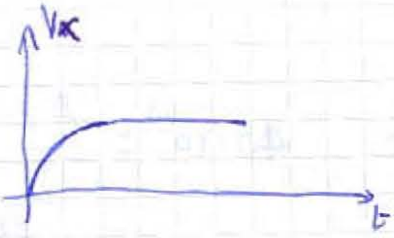
$V_{DD} = 5V$

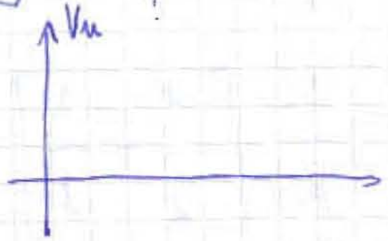
MODELLO BJT

① OFF $V_{BE} < V_\gamma$ $I_C, I_B, I_E = 0$

② REGIONE NORMALE $V_{BE} = V_\gamma$ $I_C = \beta_F \cdot I_B$ $I_C > 0$

③ SATURAZIONE $I_C < \beta_F I_B$ $V_{CE} = V_{CEsat}$ $V_{BE} = V_\gamma$





①: $V_i = V_H$ $V_x \downarrow$ $V_x < V_\gamma \to$ T OFF (Hp) $\to I_E = 0$ $V_u = R \cdot I_E = 0$

perchè in condizioni statiche la capacità è un circuito apert

② $V_i = V_L = 0 \to M_1$ OFF $\to V_x \uparrow \to$ T ON

$\hookrightarrow M_2$ SAT

Hp: M_2 SAT T. R.N.

$$I_{D2} = I_B \quad \text{ma} \quad I_{D2} = \frac{\beta_2}{2}(V_{GS_2}-V_T)^2 = \frac{\beta_2}{2}(V_{DD}-\overset{\overset{\overset{V_\gamma}{\shortparallel}}{V_{BE}+V_u}}{\overset{\shortparallel}{V_x}}-V_T)^2 = \frac{\beta_2}{2}(V_{DD}-V_\gamma-V_u-V_T$$

$$I_B = I_E \cdot \frac{1}{\beta_F+1} = \frac{V_u}{R(\beta_F+1)}$$

$$\frac{\beta_2}{2}\left(V_{DD}-V_\gamma-V_u-V_T\right)^2=\frac{V_u}{R(\beta_F+1)} \qquad K_1=V_{DD}-V_\gamma-V_T=3,45\,V$$

$$\frac{\beta_2}{2}\left(K_1-V_u\right)^2=\frac{V_u}{R(\beta_F+1)} \qquad K_1^2-2K_1V_u+V_u^2=\frac{2V_u}{R\beta_2(\beta_F+1)} \qquad K_2=R\beta_2(\beta_F+1)=29,25$$

$$K_1^2-2\left(K_1+\frac{1}{K_2}\right)V_u+V_u^2=0 \qquad V_{u\,1,2}=\frac{K_1+\frac{1}{K_2}\pm\sqrt{\left(K_1+\frac{1}{K_2}\right)^2-K_1^2}}{K_1^2}=$$

$$=\frac{3,45+0,040\pm\sqrt{3,49^2-3,45^2}}{3,45^2}=\frac{3,49\pm0,527}{11,90}=\begin{cases}1]\ 4,01\,V\\ 2]\ 2,96\,V\end{cases}$$

$V_{GS_2}=V_{DS_2}=V_{DD}-V_u-V_\gamma=$ 1] $0,23\,V<V_T$ non acc. perché Hp M_2 SAT

2] $1,28\,V>V_T$ eccettabile

$\Rightarrow V_H=2,96\,V$

$I_E>0$ perché $V_u>0$ $\Rightarrow I_C\simeq I_E>0\Rightarrow$ verificata Hp T R.N.

① Verifico $V_L=0$

$V_i=V_H$ M_1 ON, $\overset{(Hp)}{M_1\ LIN}$, $\overset{(Hp)}{M_2\ SAT}$, T OFF

$$I_{D1}=\cancelto{0}{I_B}+I_{D2}=I_{D2}$$

$$\beta_1\left[(V_i-V_T)V_x-\frac{V_x^2}{2}\right]=\frac{\beta_2}{2}\left(V_{DD}-V_x-V_T\right)^2$$

$$\beta_1\left[(V_H-V_T)V_x-\frac{V_x^2}{2}\right]=\frac{\beta_2}{2}\left(V_{DD}-V_x-V_T\right)^2 \quad \dots \quad V_x\begin{cases}4,32\,V & V_{GS_2}=V_{DS_2}=V_{DD}-V_x=0,68 \\ & \text{N.A.}\\ 0,45\,V & V_{DS_2}=V_{DD}-V_x=4,55\,V>\end{cases}$$

(Hp) VERIFICATA M_2

$V_x=0,45\,V<V_\gamma=0,75\,V$ $\Rightarrow$ Hp T_{OFF} verificata

$V_{GS_1}=2,96>0,45+$

(Hp) VERIFICATA M_1 LI

$t<0$ $V_i=V_H=2,96$

$t=0^+$ $V_i=V_L=0\longrightarrow M_1$ OFF

$V_u=V_L=0$ M_2 SAT

T RN

$$I_E = I_R + I_C = \frac{V_u}{R} + C\frac{dV_u}{dt}$$

$$I_B = \frac{I_E}{\beta_F+1} = I_{D2} = \frac{\beta_2}{2}\left(V_{DD} - V_\gamma - V_u - V_T\right)^2$$

$$\left(\frac{1}{\beta_F+1}\right)\left(\frac{V_u}{R} + C\frac{dV_u}{dt}\right) = \frac{\beta_2}{2}\left(V_{DD} - V_\gamma - V_u - V_T\right)^2 \quad \ldots$$

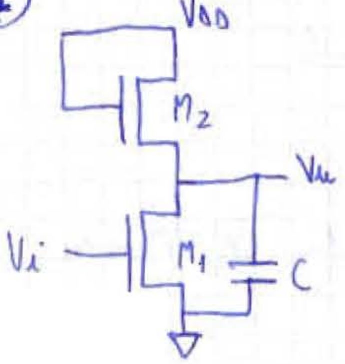
$K_1 = V_{DD} - V_\gamma - V_T$

$K_2 = \beta_2(\beta_F+1)$

$$\int_0^{t_{PLH}} dt = \int_0^{1,08} C \frac{dV_u}{\frac{K_2}{2}V_u^2 - \left(K_2K_1 + \frac{1}{R}\right)V_u - \frac{K_1^2K_2}{2}} \quad \ldots \quad t_{PLH} = 91,4 \text{ pS}$$

20/05/09

①



$V_T = 0,8\,V$

$C = 5\,pF$

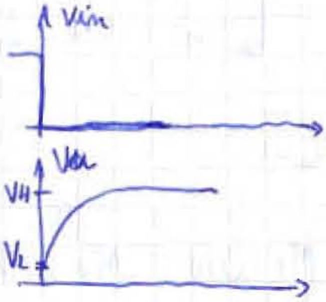
β_1, β_2 ?

$t_{PLH} = 15\,nS$

$V_{OL} = V_{IL} = 0,2\,V$

$V_{DD} = 5\,V$

Invertitore n-MOS a carico saturato



Calcolo V_H e V_L

$V_H = V_{DD} - V_T = 4,2\,V$ per una porta di questo tipo

$V_L = 0,2\,V$ per ipotesi

$t<0 \quad V_i = V_H \;,\; V_u = V_C = V_L$

$t=0^+ \quad V_i = V_L \,,\; V_u = V_C = V_L \qquad V_i = V_{GS_1} = V_{IL} = 0,2\,V < V_T = 0,8\,V \qquad M_1$ OFF

$I_{D1}^{0} + I_C = I_{D2} \qquad I_C = C\frac{dV_u}{dt} = I_{D2} = \frac{\beta_2}{2}\left(V_{GS_2} - V_T\right)^2$

Hp M_2 ON $\rightarrow$ M_2 SAT $\qquad C\frac{dV_u}{dt} = \frac{\beta_2}{2}\left(V_{DD} - V_u - V_T\right)^2$

$$C \frac{dV_u}{dt} = \frac{\beta_2}{2}\left(V_{DD} - V_u - V_T\right)^2 \qquad \int_0^{t_{PLH}} dt = \int_{V_L} \frac{2C}{\beta_2} \frac{dV_u}{(V_{DD} - V_u - V_T)^2} \quad :$$

$$t_{P_{LH}} = \frac{2C}{\beta_2}\left[\frac{1}{V_{DD} - V_T - V_u}\right]_{V_L}^{\frac{V_L+V_H}{2}} \longrightarrow t_{P_{LH}} = \frac{2C}{\beta_2}\left[\frac{1}{V_{DD} - V_T - \frac{V_L+V_H}{2}} - \frac{1}{V_{DD}-V_T-V_L}\right] \sim$$

$$\beta_2 = \frac{2C}{t_{P_{LH}}} \cdot 0{,}25 = 166{,}6\ \frac{\mu A}{V^2} \qquad V_{GS_2} = V_{DD} - \overset{0,2}{\overset{''}{V_u}} = 4{,}8\,V > V_T = 0{,}8\,V$$

$\hookrightarrow$ M_2 ON verificato

Valutiamo il caso $V_i = V_H$ e $V_u = V_L$ in condizioni statiche $(t<0)$

H_p: M_1 LIN , M_2 SAT

$I_{D_1} = I_{D_2}$ (I_C non esiste in condizioni statiche)

$$\beta_1\left[\left(V_{GS_1} - V_T\right)V_{DS_1} - \frac{V_{DS_1}^2}{2}\right] = \frac{\beta_2}{2}\left(V_{GS_2} - V_T\right)^2$$

$$\beta_1\left[\left(V_i - V_T\right)V_u - \frac{V_u^2}{2}\right] = \frac{\beta_2}{2}\left(V_{DD} - V_u - V_T\right)^2$$

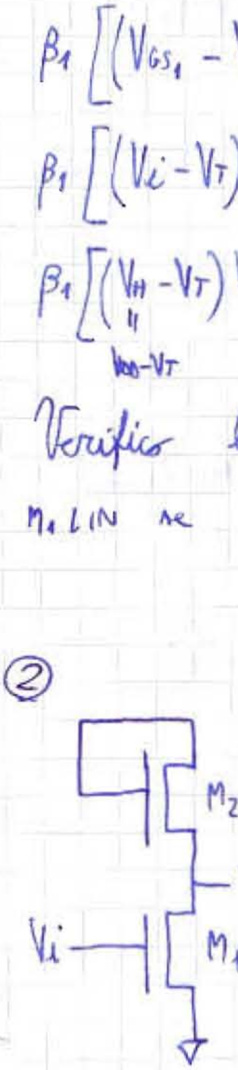
$$\beta_1\left[\left(\underset{V_{DD}-V_T}{\overset{\shortparallel}{V_H}} - V_T\right)V_L - \frac{V_L^2}{2}\right] = \frac{\beta_2}{2}\left(V_{DD} - V_L - V_T\right)^2 \quad \beta_1 = \frac{\frac{\beta_2}{2}\left(V_{DD} - V_L - V_T\right)^2}{\left(V_{DD} - 2V_T\right)V_L - \frac{V_L^2}{2}} = 2{,}02\ \frac{mA}{V^2}$$

Verifico le ipotesi

M_1 LIN se $V_{GS_1} > V_{DS_1} + V_T$

$$V_i > V_u + V_T \longrightarrow V_H > \overset{V_L}{\overset{\shortparallel}{V_u}} + V_T \rightarrow V_{DD} - V_T = 4{,}2\,V > 1\,V \quad \text{VERO}$$

②



$V_T = 1{,}2\,V$

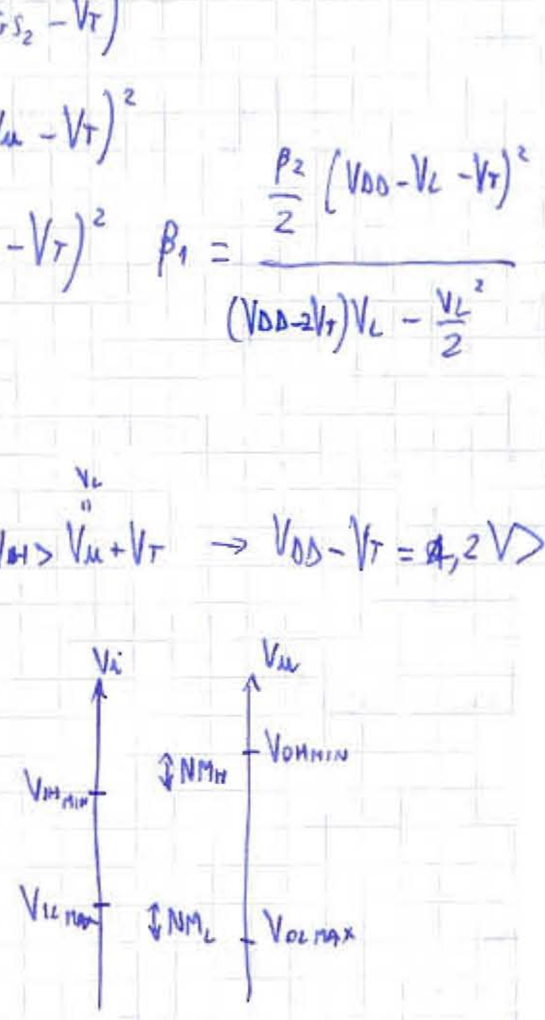
$\beta_{1,2} = \beta'\left(\frac{W}{L}\right)_{1,2}$

$N_{M_L} = 0{,}5\,V$

$P_S = 1\,mW$

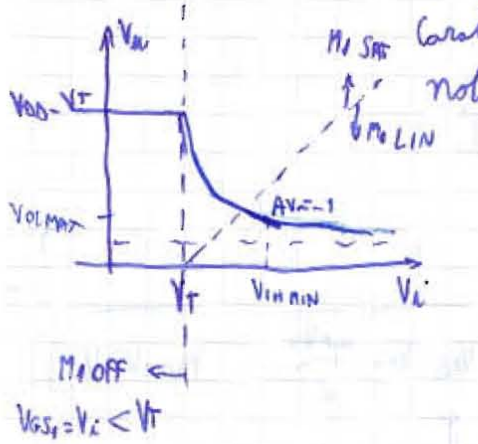
$\beta' = 1\ \frac{mA}{V^2}$

$V_{DD} = 5\,V$



$NM_L = V_{IL\,max} - V_{OL\,MAX}$

$NM_H = V_{OH\,MIN} - V_{IH\,MIN}$



Caratteristica nota

$$V_{OH\,MIN} = V_{DD}-V_T$$

$$V_{IL\,MAX} = V_T = 1{,}2V$$

$$NM_L = V_{IL\,MAX} - V_{OL\,MAX} = 0{,}5$$

$$V_{OL\,MAX} = V_{IL\,MAX} - 0{,}5 = 1{,}2V - 0{,}5V = 0{,}7V$$

Hp: M_1 LIN , M_2 SAT $\quad \beta_1\left[(V_{GS_1}-V_T)V_{DS_1}-\frac{V_{DS_1}^2}{2}\right] = \frac{\beta_2}{2}(V_{GS_2}-V_T)^2$

$$\beta_1\left[(V_i-V_T)V_u-\frac{V_u^2}{2}\right] = \frac{\beta_2}{2}(V_{DD}-V_u-V_T)^2$$

$$\underbrace{\frac{2\beta_1}{\beta_2}}_{\Theta}\left[(V_i-V_T)V_u-\frac{V_u^2}{2}\right] = (V_{DD}-V_u-V_T)^2 \qquad 2\Theta\left[(V_i-V_T)V_u-\frac{V_u^2}{2}\right] = (V_{DD}-V_u-V_T)^2$$

$A_v = \frac{dV_u}{dV_i}$ $\quad$ derivo $\quad \cancel{2}\Theta\left[V_u+(V_i-V_T)\frac{dV_u}{dV_i}-V_u\cdot\frac{dV_u}{dV_i}\right] = \cancel{2}(V_{DD}-V_u-V_T)\cdot\frac{dV_u}{dV_i}$

impongo $\frac{dV_u}{dV_i}=-1$ $\qquad \Theta\left[V_u-V_i+V_T+V_u\right] = V_{DD}-V_u-V_T$

$\Theta = \frac{V_{DD}-V_u-V_T}{2V_u-V_i+V_T}$ $\qquad V_u = V_{OL\,MAX}$ e $V_i = V_{IH\,MIN}$

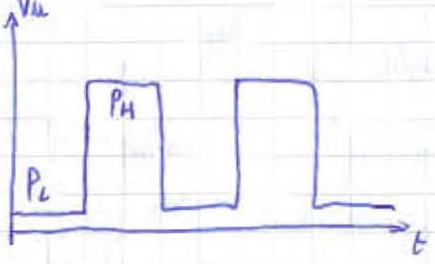
$$\begin{cases} 2\Theta\left[(V_i-V_T)V_u-\frac{V_u^2}{2}\right] = (V_{DD}-V_u-V_T)^2 \\ \Theta = \frac{V_{DD}-V_{OL\,MAX}-V_T}{2V_{OL\,MAX}-V_{IH\,MIN}+V_T} \end{cases} \qquad \frac{V_{DD}-\cancel{V_u}-V_T}{2V_u+V_T-V_i}\left[2(V_i-V_T)V_u-V_u^2\right] = \left[V_{DD}-V_u-V_T\right]^{\cancel{2}}$$

$$2(V_i-V_T)V_u-\frac{V_u^2}{2} = (V_{DD}-V_u-V_T)(2V_u+V_T-V_i)$$

ricavo $V_i = V_{IH\,MIN} = 2{,}27\,V$

Verifico poi le ipotesi …

$$\Theta = \frac{V_{DD}-V_{OL\,MAX}-V_T}{2V_{OL\,MAX}+V_T-V_{IH\,MIN}} = 9{,}39 = \frac{\beta_1}{\beta_2}$$



Potenza statica → uscita ideale

- nessuna capacità
- ingresso ideale

$$P_m = \frac{1}{T}\int_0^T P(t)\,dt$$

in un periodo avrò due casi : P_L e P_H

$$P_m = \frac{1}{T}\left[\int_0^{T/2} P_L\,dt + \cancel{\int_{T/2}^{T} P_H\,dt}\right] = \frac{P_L}{2} \qquad P_H = V_{DD}\cdot I_{DD} = \underset{\text{nessun C in uscita}}{V_{DD}\cdot I_{D2}} = V_{DD}\cdot I_{D1}\Big|_{\underset{\substack{\uparrow \\ M_1\ \text{off} \rightarrow I_{D1}=0}}{V_i=V_L}} = 0$$

Per calcolare P_L mi metto nel punto in cui $V_i = V_L$

Hp: M_2 SAT M_1 LIN

$$\beta_1\left[(\underset{V_i}{\underset{\parallel}{V_{GS_1}}} - V_T)\underset{V_u}{\underset{\parallel}{V_{DS_1}}} - \frac{V_{DS_1}^2}{2}\right] = \frac{\beta_2}{2}\left(\underset{V_{DD}-V_u}{\underset{\parallel}{V_{GS_2}}} - V_T\right)^2$$

$$\Theta\left[2(V_i - V_T)V_u - V_u^2\right] = \left[V_{DD} - V_u - V_T\right]^2 \qquad V_u = V_L \qquad V_i = V_H = V_{DD} - V_T$$

$$\Theta\left[2(V_{DD} - V_T - V_T)V_L - V_L^2\right] = \left[V_{DD} - V_L - V_T\right]^2$$

ricavo $V_L = \begin{cases} 5{,}16 & \text{non acc. perchè} > V_{DD} \\ 0{,}27 \end{cases}$

$$P = \frac{1}{2}P_L = 1\,mW \qquad \frac{1}{2}V_{DD}\cdot \underset{\substack{I_{D1} \\ \parallel \\ I_{D2} = I_{DL}}}{\underset{\parallel}{I_{DD}}} = 1\,mW \qquad I_{DL} = 400\,\mu A$$

Impongo $I_{DL} = I_{D1} = I_{D2}$

$$I_{DL} = \frac{\beta_2}{2}\left(V_{DD} - \underset{V_L}{\underset{\parallel}{V_u}} - V_T\right)^2 = 400\,\mu A$$

Ricavo $\beta_2 = \dfrac{800\,\mu A}{(5 - 0{,}27 - 1{,}2)^2} = 64\,\dfrac{\mu A}{V^2}$

fattore di forma

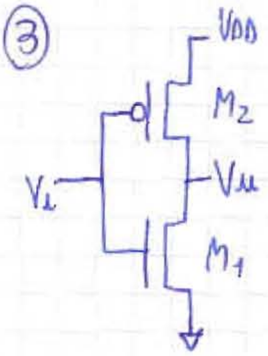
$$\left(\frac{W}{L}\right) = \frac{\beta_{1,2}}{\beta'}$$

$$\beta_1 = \Theta\cdot\beta_2 = 600{,}96\,\frac{\mu A}{V^2}$$

$$\left(\frac{W}{L}\right)_1 = \frac{\beta_1}{\beta'} = 0{,}6$$

$$\left(\frac{W}{L}\right)_2 = \frac{\beta_2}{\beta'} = 64\cdot 10^{-3}$$

③

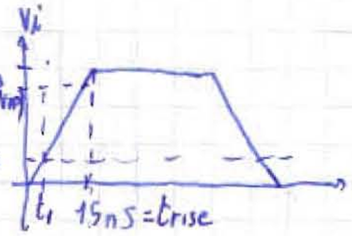


soglia logica $\frac{V_{DD}}{2}$

$V_{Tn} = 1,2\,V$

$V_{Tp} = -0,8\,V$

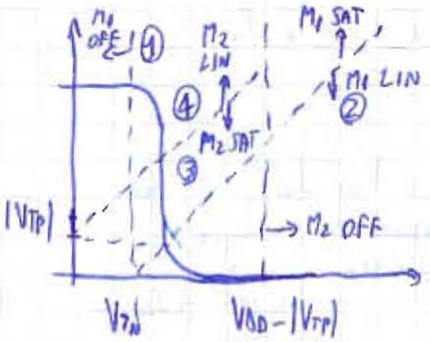
$V_{DD} = 5\,V$



$f = 10\,MHz$

$P_D = 10\,\mu W$ potenza di corto circuito

soglia logica → $V_i = V_u$



caratteristica statica

① $\begin{cases} V_{GS_1} < V_T \\ V_i < V_T \end{cases}$

② $\begin{cases} V_{GS_1} < V_{DS_1} + V_T \\ V_i < V_u + V_T \end{cases}$ → $V_u > V_i - V_T$

③ $\begin{cases} V_{SG_2} < |V_{TP}| \\ V_{DD} - V_i < |V_{TP}| \end{cases}$

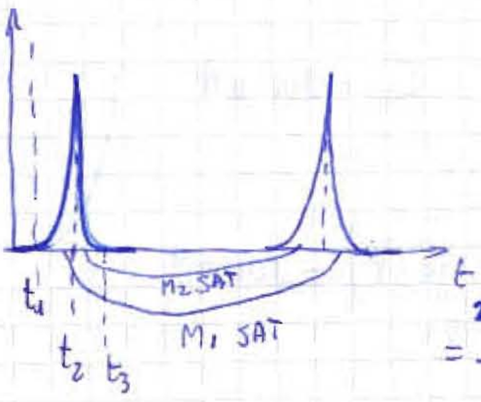
④ $\begin{cases} V_{SG_2} < V_{SD_2} + |V_{TP}| \\ V_u < V_i + |V_{TP}| \end{cases}$

Hp : M1 SAT
n2 SAT

$I_{D1} = I_{D2}$

$$\frac{\beta_1}{2}\left(V_{GS_1} - V_T\right)^2 = \frac{\beta_2}{2}\left(V_{SG_2} - |V_{TP}|\right)^2$$

$$\frac{\beta_1}{2}\left(V_i - V_T\right)^2 = \frac{\beta_2}{2}\left(V_{DD} - V_i - |V_{TP}|\right)^2 \qquad V_u = V_i = \frac{V_{DD}}{2} \qquad \vartheta = \frac{\beta_1}{\beta_2} = 1,71$$



$$P_m = \frac{1}{T}\left[2\int_{t_1}^{t_2} V_{DD}\cdot \underset{I_{D1}}{\underset{\parallel}{I_{DD}}}\,dt + \int_{t_2}^{t_3} V_{DD}\cdot I_{D2}\,dt\right] =$$

$$= \frac{2V_{DD}}{T}\left[\int_{t_1}^{t_2}\frac{\beta_1}{2}\left(V_i - V_T\right)^2 dt + \int_{t_2}^{t_3}\frac{\beta_2}{2}\left(V_{DD} - V_i - |V_{TP}|\right)^2 dt\right]$$

V_i dipende dal tempo

$V_i(t) = m\cdot t$ dove $m = \frac{V_{DD}}{t_{RISE}}$ $\qquad V_i(t) = \frac{V_{DD}}{t_{RISE}}\cdot t$ devo trovare t_1, t_2, t_3 → proporzion

$t_1 :: t_{rise} = V_{TN} : V_{DD}$ $\qquad t_1 = \frac{t_{RISE}\cdot V_{Tn}}{V_{DD}}$ $\qquad t_2 = \frac{t_{RISE}}{2}$ $\qquad t_3 = \frac{(V_{DD} - |V_{TP}|)\,t_{RISE}}{V_{DD}}$

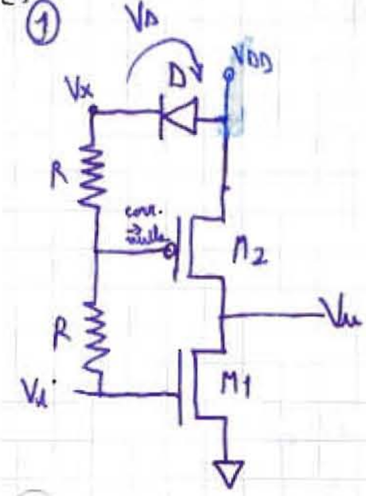
$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10MHz} = 0,1\ \mu s$ •••

$$\begin{cases} P_m = \frac{t_{RISE}}{\underbrace{3T}_{A}}\left[\beta_1 \underbrace{\left(\frac{V_{DD}}{2} - V_{Tn}\right)}_{B}^3 + \beta_2 \underbrace{\left(\frac{V_{DD}}{2} - |V_{Tp}|\right)}_{C}^3\right] = A\left[B\cdot\beta_1 + C\beta_2\right] = 10\ \mu W \\ \Theta = \frac{\beta_1}{\beta_2} = 1,71 \end{cases}$$

••• $\beta_2 = \frac{P}{A}\cdot\frac{1}{\Theta B + C} = 23,07\ \mu A/V^2$

$\beta_1 = \Theta\beta_2 = 39,45\ \frac{\mu A}{V^2}$

ES. ① 03/06/2009



$V_{T_n} = -V_{T_p} = V_T = 0,8\ V$

$\beta_n = \beta_p = 1\ mA/V^2$

$V_\gamma = 0,75\ V$

$V_u(V_i) = ?$

M_1: $V_{GS_1} = V_i$ e $V_{DS_1} = V_u$

① M_1 OFF $V_{GS_1} < V_T$ cioè $V_i < V_T$

② M_1 SAT $V_{GS_1} < V_{DS_1} + V_T$ cioè $V_i < V_u + V_T$ $V_u > V_i - V_T$

D:

① D OFF $V_D < V_\gamma$ cioè $V_{DD} - V_x < V_\gamma$ $V_x > V_{DD} - V_\gamma$ e $V_x = V_i$ perchè correnti tutte nulle $V_i > V_{DD} - V_\gamma$

M_2: $V_{S_2} = V_{DD}$ $\begin{cases} V_{DD} - V_D - 2R\cdot I - V_i = 0 \\ I = \frac{V_{G_2} - V_i}{R} \end{cases} \Rightarrow V_{G_2} = \frac{V_{DD} - V_D + V_i}{2}$

$$V_{SG_2} = V_{S_2} - V_{G_2} = \frac{V_{DD} + V_D - V_i}{2} \qquad V_{SD_2} = V_{DD} - V_u$$

① M_2 OFF se $V_{SG_2} < |V_{TP}|$

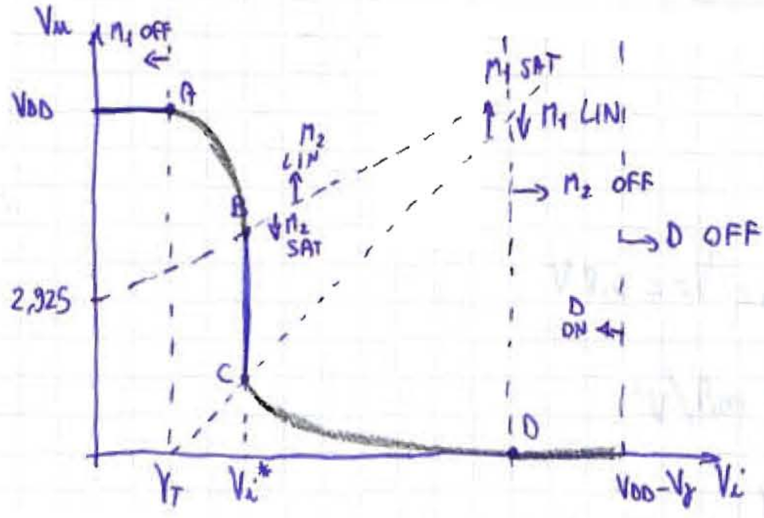
$\xrightarrow[(Hp)]{}$ D ON $\rightarrow V_{SG_2} = \dfrac{V_{DD} + \overset{\overset{V_T}{\shortparallel}}{V_D} - V_i}{2} < V_T \Rightarrow V_i > V_{DD} + V_\gamma - 2V_T = 4,$

$\quad \hookrightarrow V_i < V_{DD} - V_\gamma = 4,25$

M_2 SAT. se $V_{SG_2} < V_{SD_2} + V_T$ cioè $\dfrac{V_{DD} + V_\gamma - V_i}{2} < V_{DD} - V_u + V_T$

$$V_u < \frac{V_i}{2} + 2,925 \text{ V}$$

IPOTESI



Calcolo ora le intercette:

① M_1 OFF, M_2 LIN, D ON

$$\overset{\downarrow}{I_{D_1}} = 0 = I_{D_2} = \overset{\downarrow}{\beta_2}\left[(V_{SG_2} - V_T)V_{SD_2} - \frac{V_{SD_2}^2}{2}\right] = 0 \qquad V_{SD_2}\left[(V_{SG_2} - V_T) - \frac{V_{SD_2}}{2}\right] = 0$$

$V_{SD_2} = 0$ OK verifica Hp regione lineare

$V_{SG_2} - V_T - \dfrac{V_{SD_2}}{2} = 0$ cioè $V_{SD_2} = 2(V_{SG_2} - V_T)$ IMPOS. perché in lineare $V_{SG} > V_{SD} + V_T$

$V_{SD_2} = 0 \Rightarrow V_{DD} - V_u = 0 \Rightarrow V_u = V_{DD}$

1° punto di transizione $A(V_T, V_{DD})$

② M_1 SAT, M_2 SAT per il secondo punto di transizione

$$\frac{\cancel{\beta}}{2}\left(V_{GS_1} - \cancel{V_T}\right)^{\cancel{2}} = \frac{\cancel{\beta}}{2}\left(V_{GS_2} - \cancel{V_T}\right)^{\cancel{2}} \qquad V_i = \frac{V_{DD} + V_\gamma - V_i}{2} \qquad V_i = \frac{V_{DD} + V_\gamma}{3} = \underset{\underset{V_i^*}{\shortparallel}}{1,9166}$$

Ora inserisco questo valore in $V_u = \dfrac{V_i}{2} + 2,925 = 3,883$ V

B(1,9166 ; 3,883)   ③ poi inserisco V_i^* anche in $V_u = V_i - V_T = 1,1166$

C(1,9166 ; 1,1166)

④ M_1 LIN, M_2 OFF

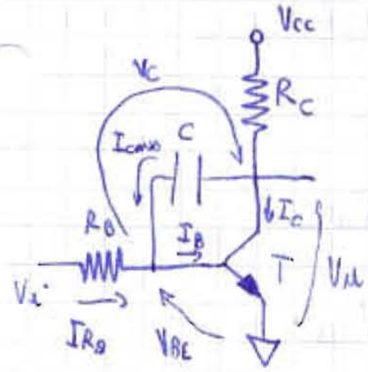
$\downarrow$

$I_{D2}=0$

$$\begin{cases} I_{D1}=I_{D2}=0 \\ M_1\ LIN \end{cases} \Rightarrow V_{DS1}=0 \Rightarrow V_{DS1}=V_u=0$$

D(4,15 ; 0)

ESERCIZIO 2



$V_\gamma = 0,7$ V

$V_{CEsat} = 0,2$ V

$$V_i(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ V_{cc} & t>0 \end{cases}$$

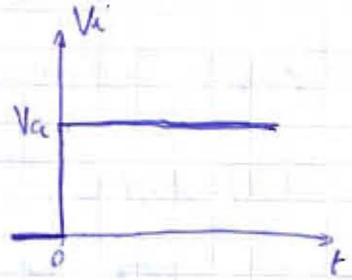
$V_{cc} = 5$ V

$\beta_F = 100$

$R_C = 1000\,\Omega$

$R_B = 10\,k\Omega$

$C = 2\,pF$



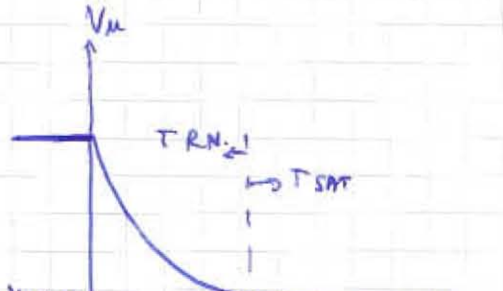
t<0 $V_i = 0$ Hp T OFF

$\overset{0}{\cancel{I_{RB}}} + \overset{0}{\cancel{I_{COND}}} = I_B \Rightarrow I_B = 0$

T off   cond. statiche

$V_i - V_{BE} = 0$ $V_i < V_\gamma$ Hp OK!!

$V_{cc} - R_C \overset{0}{\cancel{I_C}} = V_u \Rightarrow V_u = V_{cc}$



$t = 0^+$ $V_C(0^-) = V_C(0^+)$ la tensione ai capi di C è costante

$(V_u - V_{BE})(0^-) = (V_u - V_{BE})(0^+)$

$$V_C(0^-) = V_u - V_{BE} = V_{cc} - \overset{0}{V_i} = V_{cc}$$

$$V_C(0^+) = V_u - V_{BE} \underset{\substack{(Hp)\\ T\ R.N.}}{=} V_u - V_\gamma$$

$V_{cc} = V_u - V_\gamma$ $V_u = V_{cc} + V_\gamma > V_{cc}$ possibile in condizioni non statich

Descrivo ora la scarica del condensatore → correnti:

Per t

$I_{RB} = I_B - I_{COND}$

$I_B = I_{RB} + I_{COND}$

$I_C = \beta_F \cdot I_B = \beta_F (I_{RB} + I_{COND})$

$I_{RC} - I_{COND} = \beta_F (I_{RB} + I_{COND})$ $\quad (\beta_F + 1) \cdot I_{COND} = I_{RC} - \beta_F I_{RB}$

quando derivo si annulla

$$(\beta_F + 1) \cdot C \frac{dV_C}{dt} = \frac{V_{CC} - V_u}{R_C} - \beta_F \frac{\overset{V_{cc}}{V_i} - V_\gamma}{R_B} \qquad (\beta_F + 1) \cdot C \frac{d(V_u - \cancel{V_\gamma})}{dt} = \frac{V_{CC} - V_u}{R_C} - \beta_F \frac{V_{CC} - V_\gamma}{R_B}$$

$$\underbrace{C \cdot R_C (\beta_F + 1)}_{\tau} \frac{dV_u}{dt} + V_u = \underbrace{V_{CC} - \beta_F R_C \frac{V_{CC} - V_\gamma}{R_B}}_{K}$$

$$\boxed{\tau \frac{dV_u}{dt} + V_u = K \Rightarrow V_u(t) = Ae^{-t/\tau} + B}$$

$V_u(0) = A + B = V_{CC} + V_\gamma = 5,7V$ $\quad V_u(t \to +\infty) = B = k = -38$ $\quad A = 43,7$

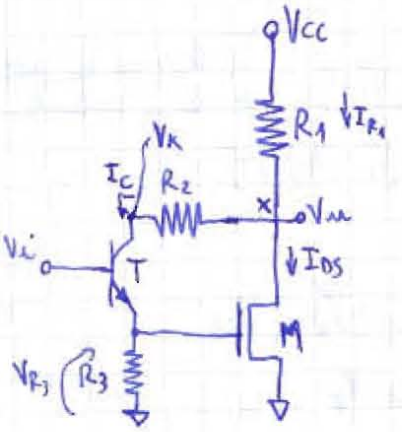
$\tau = 202\ ns \quad \Longrightarrow \quad V_u(t) = 43,7 e^{-\frac{t}{202 ns}} - 38$

T sarà sicuramente in regione normale perchè $V_u > V_{CE_{SAT}}$

Per trovare t^* impongo $V_u(t^*) = V_{CE_{SAT}}$ $\qquad Ae^{-t/\tau} + B = V_{CE_{SAT}}$

$$t = -\tau \ln \frac{V_{CE_{SAT}} - B}{A} = 27,17\ nS$$

ESERCIZIO 3



$V_\gamma = 0,7V$

$V_{CE_{SAT}} = 0,2V$

$V_H - V_L = ?$

$V_{CC} = 5V$

$\beta_F = 100$

$\beta_n = 2 mA/V^2$

$V_{Tn} = 0,8V$

$R_1 = 10 k\Omega$

$R_2 = 2 k\Omega$

$R_3 = 1 k\Omega$

Non c'è bisogno di trovare tutta la caratteristica statica

①

$V_i = V_L$ $\quad$ T OFF (Hp) $\quad I_B, I_C, I_E = 0 \Rightarrow V_{R_3} = 0 = V_{GS} \Rightarrow V_{GS} < V_T$ $\quad$ M OFF

M off $\Rightarrow I_{DS} = 0$ $\quad I_{R_1} = \overset{0}{\cancel{I_C}} + \overset{0}{\cancel{I_{DS}}} = 0$ $\quad V_u = V_{CC} - R_1 \overset{0}{\cancel{I_{R_1}}} = V_{CC} = V_H$

T OFF ⇒ $V_i - V_{BE} - \overset{0}{V_{GS}} = 0$ $V_i = V_{BE} < V_\gamma$ ⇒ devo verificare che V_L sia minore di V_γ altrimenti cade Hp.

② $V_i = V_H = V_{CC}$

$V_{GS} = V_i - V_\gamma = V_{CC} - V_\gamma > V_T \Rightarrow$ M ON   (Hp) M LIN

Scrivo l'equazione al nodo x.

$I_{R_1} = I_C + I_{DS}$ $\frac{V_{CC} - V_u}{R_1} = \frac{V_u - V_K}{R_2} + \beta\left[(V_{GS} - V_T)V_u - \frac{V_u^2}{2}\right]$

(Hp) T SAT $\rightarrow I_C = \frac{V_u - (V_{CE_{SAT}} + V_{GS})}{R_2}$ $V_{GS} = V_i - V_{BE} \overset{T\ ON}{=} V_i - V_\gamma = V_{DD} - V_\gamma$

$\Downarrow$

$V_K = V_{CE} + V_{GS}$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{\beta}{2}}_{A} V_u^2 - \underbrace{\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \beta(V_{DD} - V_\gamma)\right]}_{B} V_u + \underbrace{\frac{V_{CC}}{R_1} + \frac{V_{CE_{SAT}} + V_{DD} - V_\gamma}{R_2}}_{C} = 0$$

$A = 10^{-3}$ $B = 7,6 \cdot 10^{-3}$ $C = 2,75 \cdot 10^{-3}$

$V_{u_{1,2}} = $ ↗ $7,21\,V > V_{CC}$ NON ACC. (siamo in condizioni statiche)
↘ $0,38\,V = V_L$

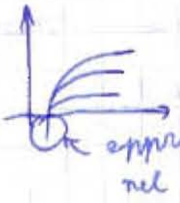
Verifico le ipotesi:

- $V_L = 0,38\,V < V_\gamma = 0,7\,V$ Hp T OFF verificata
- M LIN, T SAT ⇒ $V_{GS} > V_{DS} + V_T$ $\underbrace{\overset{V_{DD}}{V_i} - V_\gamma}_{4,3} > \underbrace{\overset{V_L}{V_u} + V_T}_{1,18}$ OK

$\Downarrow$ $I_C < \beta_F I_B$ $I_C = \frac{V_u - V_K}{R_2} = \frac{V_u - V_{CE_{SAT}} - V_{GS}}{R_2} = -2,06$ mA

↑ non entra nel collettore del transistor, inspiegabile con il modello a soglia

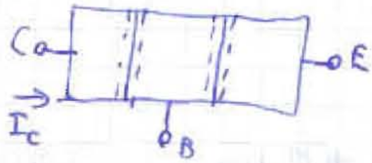
$I_B = \overset{\frac{V_i - V_\gamma}{R_3}}{I_E} - I_C = 6,36$ mA   OK   Hp verificata



approssimato a 0 nel modello a soglia

$V_H - V_L = 5 - 0,38 = 4,62\,V$.

Se T SAT, entrambe le regioni sono in diretta. Gli elettroni si muovono verso destra:

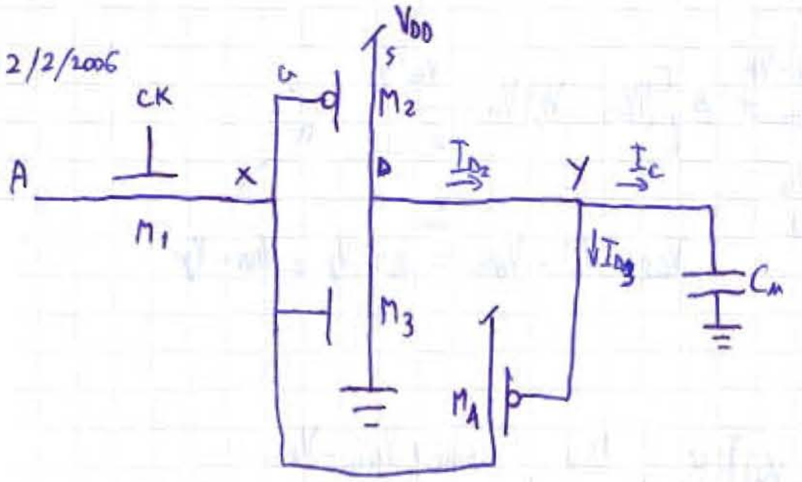


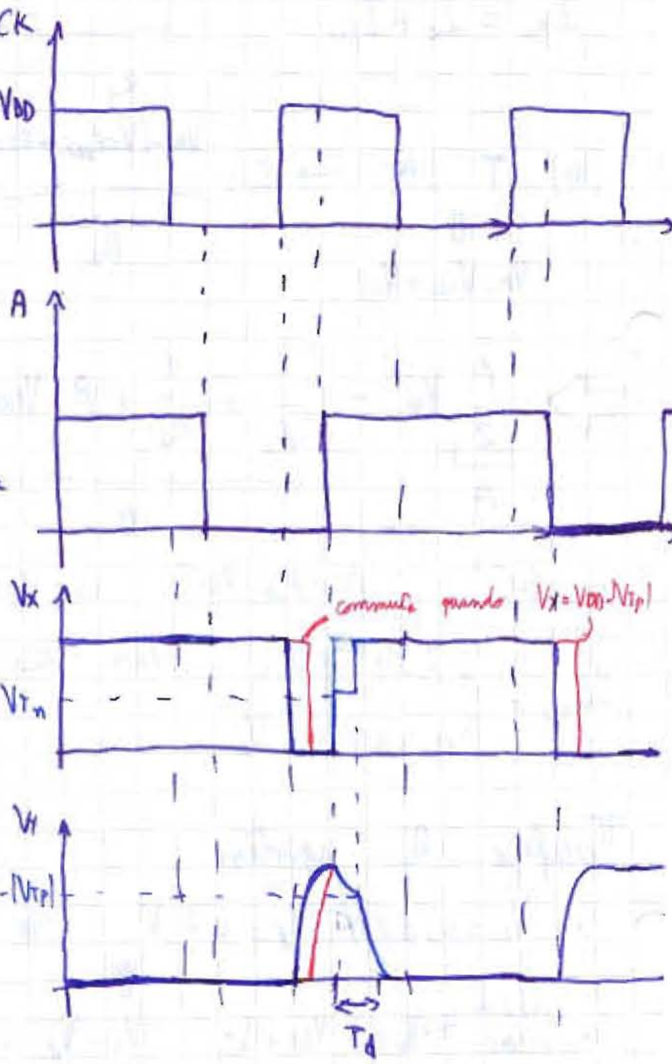
$I_C = I_{C_{A.N.}} - I_{diretta}$

Affinchè $I_C < 0$ deve prevalere la corrente generata dagli elettroni.

18/06/2009

2/2/2006





$\beta_n = 50 \frac{\mu A}{V^2}$ M_1, M_A risposta istantanea

$V_{Tn} = 0{,}5\ V$

$\beta_P = 80 \frac{\mu A}{V^2}$ $|V_{TP}| = 0{,}4\ V$

$V_{DD} = 3{,}5\ V$ $C_M = 10\ fF$

$V_X = ?$ $T_d = ?$ tempo di discesa

$V_Y = ?$

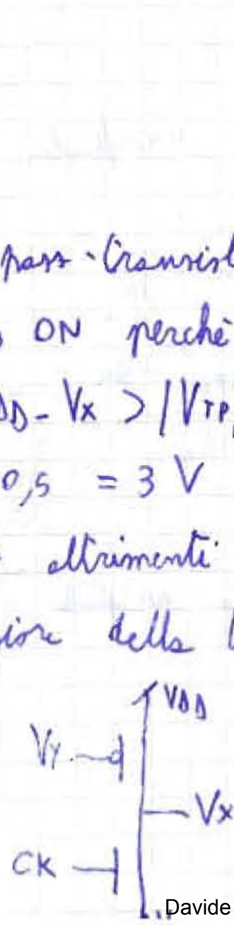
Con CK alto, M_1 ON pass-transistor

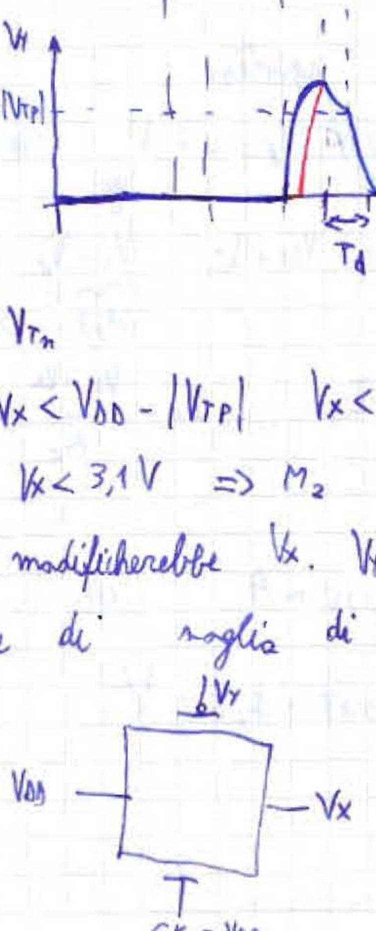
$\Rightarrow V_X = V_{DD} - V_{Tn} \Rightarrow M_3$ ON perchè $V_X > V_{Tn}$

M_2 ? ON se $V_{SG} > |V_{TP}|$ $V_{DD} - V_X > |V_{TP}|$ $V_X < V_{DD} - |V_{TP}|$ $V_X < 3{,}5 - 0{,}4 = 3{,}1\ V$

Ma $V_X = V_{DD} - V_{Tn} = 3{,}5 - 0{,}5 = 3\ V$ $V_X < 3{,}1\ V \Rightarrow M_2$ ON

Questo vale se M_A OFF altrimenti M_A modificherebbe V_X. V_Y non è 0, supponiamo sia maggiore della tensione di soglia di M_A e che M_A quindi sia ON.





Se il p-MOS è on, V_X va a V_{DD}, M_2 OFF, M_3 ON e V_Y a 0, quindi M_4 ON.

Quando $CK=0$, il MOS M_1 si spegne, ma M_4 mantiene $V_X = V_{DD}$.

Quando CK torna a 1, $A=0$ e tende a portare $V_X=0$. Suppong che M_4 si spenga, $V_X=0$, M_2 ON, M_3 OFF, V_Y tende ad andare alto che conferma M_4 OFF e $V_X=0$

Quando A torna alto, M_4 è spento da prima perché $V_Y=1$, quindi $V_X = V_{DD} - V_{Tn}$, M_2 e M_3 vanno ON, V_Y inizia a calare, scaricand C_u. Quando V_Y raggiunge $V_{DD}-|V_{TP}|$, M_4 si accende, V_X viene portato a V_{DD}, M_2 si spegne e V_Y continua a scaricarsi.

Escursione logica : $V_H = V_{DD}$, $V_L = 0$ $\qquad 90\% = V_{DD} \cdot 0{,}9 = 3{,}15$ V

$10\% = V_{DD} \cdot 0{,}1 = 0{,}35$ V

1° transitorio : M_2 e M_3 ON

$V_X = V_{DD} - V_{Tn} \qquad I_{D2} = I_{D3} + I_C$

M_2 PMOS SAT se $V_{SD} > V_{SG} - |V_{TP}|$ $\qquad \cancel{V_{DD}} - V_Y > \cancel{V_{DD}} - V_X - |V_{TP}|$

$V_Y < V_X + |V_{TP}| = V_{DD} - V_{Tn} + |V_{TP}|$

$V_Y < 3{,}5 - 0{,}5 + 0{,}4 = 3{,}4$ V $\qquad V_{Y90\%} = 3{,}15 < 3{,}4$ V $\quad M_2$ sempre SAT

M_3 NMOS SAT se $V_{DS} > V_{GS} - V_{Tn}$ $\qquad V_Y > V_X - V_{Tn} = V_{DD} - V_{Tn} - V_{Tn} = 3{,}5 - 0{,}5 - 0{,}5 = 2{,}5$

↳ $V_Y > 2{,}5$ V

Il tratto che sto considerando va da $V_{Y90\%}$ a $V_{DD} - |V_{TP}|$, cioè da 3,15 a 3,

$\Rightarrow M_3$ sempre SAT.

$$\frac{\beta_p}{2}\Big(\underset{\underbrace{V_{DD}-V_X = V_{DD}-V_{Tn}}_{V_{Tn}}}{V_{SG}} - |V_{TP}|\Big)^2 = \frac{\beta_n}{2}\Big(\underset{V_X = V_{DD}-V_{Tn}}{V_{GS}} - V_{Tn}\Big)^2 + C\frac{dV_Y}{dt}$$

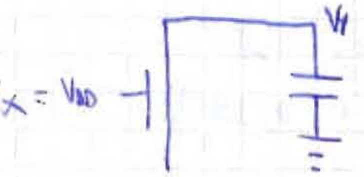
$$\frac{\beta_P}{2}\left(V_{Tn}-|V_{TP}|\right)^2 = \frac{\beta_n}{2}\left(V_{DD}-V_{Tn}-V_{Tn}\right)^2 + C\frac{dV_Y}{dt}$$

$$4\cdot10^{-7} = 1,5625\cdot10^{-4} + C\cdot\frac{dV_Y}{dt} \qquad -1,5585\cdot10^{-4} = C\frac{dV_Y}{dt}$$

$$\int dt = \int \underbrace{\frac{10\cdot10^{-15}}{1,5585\cdot10^{-4}}}_{A} dV_Y \qquad \int_0^{t^*} dt = A\cdot\int_{V_{Y90\%}}^{V_{DD}-|V_{TP}|} dV_Y$$

$$t^* = A\cdot\left(V_{DD}-|V_{TP}|-V_{Y90\%}\right) \qquad t^* = -6,4\cdot10^{-11}\cdot(-0,05) = 3,21\cdot10^{-12}$$

2° transitorio : M_2 OFF , M_3 ON



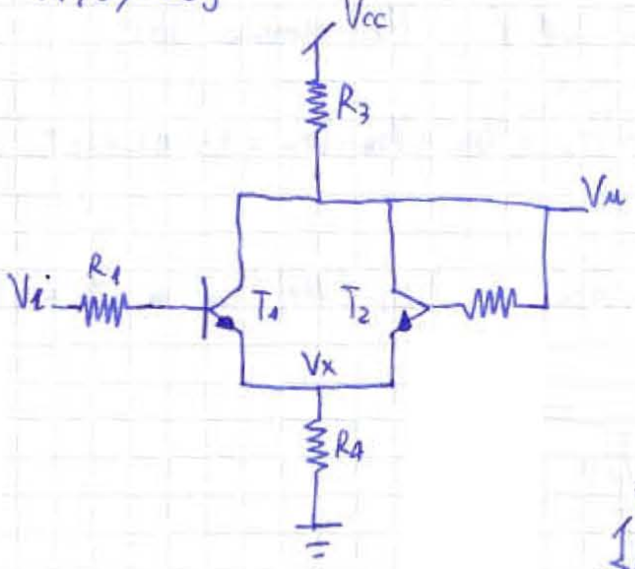
M_3 SAT se $V_{DS} > V_{GS} - V_{Tn}$ $\quad V_Y > V_X - V_{Tn} = V_{DD} - V_{Tn} = 3\,V$ da 3,1 a 3

M_3 LIN da $V_Y = 3\,V$ a $V_Y = 0,35\,V = V_{Y10\%}$

$$I_{D3} = -C\frac{dV_Y}{dt} \qquad I_{D3_{SAT}} = \frac{\beta_n}{2}\left(V_{GS}-V_{Tn}\right)^2$$

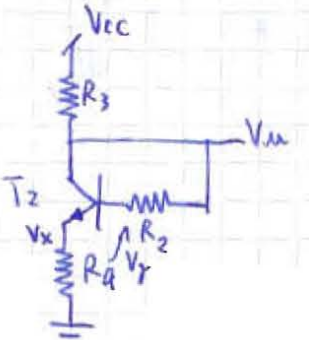
$$I_{D3_{LIN}} = \beta_n\left((V_{GS}-V_{Tn})V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right)$$

11/6/2009



1) T_1 OFF $\quad T_2$ A.D.
2) T_1 A.D. $\quad T_2$ A.D.
3) T_1 A.D. $\quad T_2$ OFF
4) T_1 SAT $\quad T_2$ OFF

$V_i = 0 \Rightarrow T_1$ OFF



T_2 non OFF perchè $I_B = I_C = I_E = 0$, $V_u = V_{CC}$, $V_X = 0$ ma allora $V_{BE} = V_{CC} > V_\gamma$
T_2 ON quindi sicuramente

T_2 ON. T_2 AD perchè R_2 fa sì che $V_B < V_C$, $V_{BC} < 0$ e quindi mai uguale a V_γ'.
Oppure ragiono su $V_{CE} > V_{CE_{SAT}} = 0{,}2\ V$
Oppure ragiono sulle correnti $I_C < \beta_F I_B$.

T_2 AD.

$$\begin{cases} \dfrac{V_{CC} - V_u}{R_3} = I_{R_3} \\ I_{R_3} = I_{C_2} + I_{B_2} \\ I_{C_2} = \beta_F I_{B_2} \\ I_{E_2} = V_X \cdot \dfrac{1}{R_4} \\ I_{E_2} = (\beta_F + 1) I_{B_2} \\ V_u - R_2 I_{B_2} - V_\gamma = V_X \end{cases}$$

Ricavo V_u e V_X

Verifico che $V_u - V_X > V_{CE_{SAT}}$

$V_X = 1{,}667\ V$

Quando $V_i = V_X + V_\gamma$, T_1 si accende. Non mi basta $V_i = V_\gamma$ perchè T_2 ON e su R_4 ho una caduta di tensione da considerare.

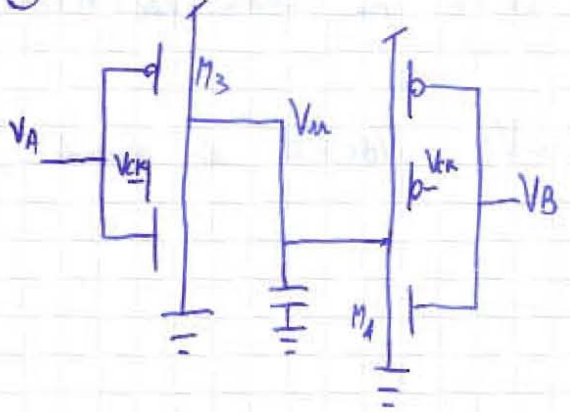
$V_i = 2{,}417\ V$ accende T_1.

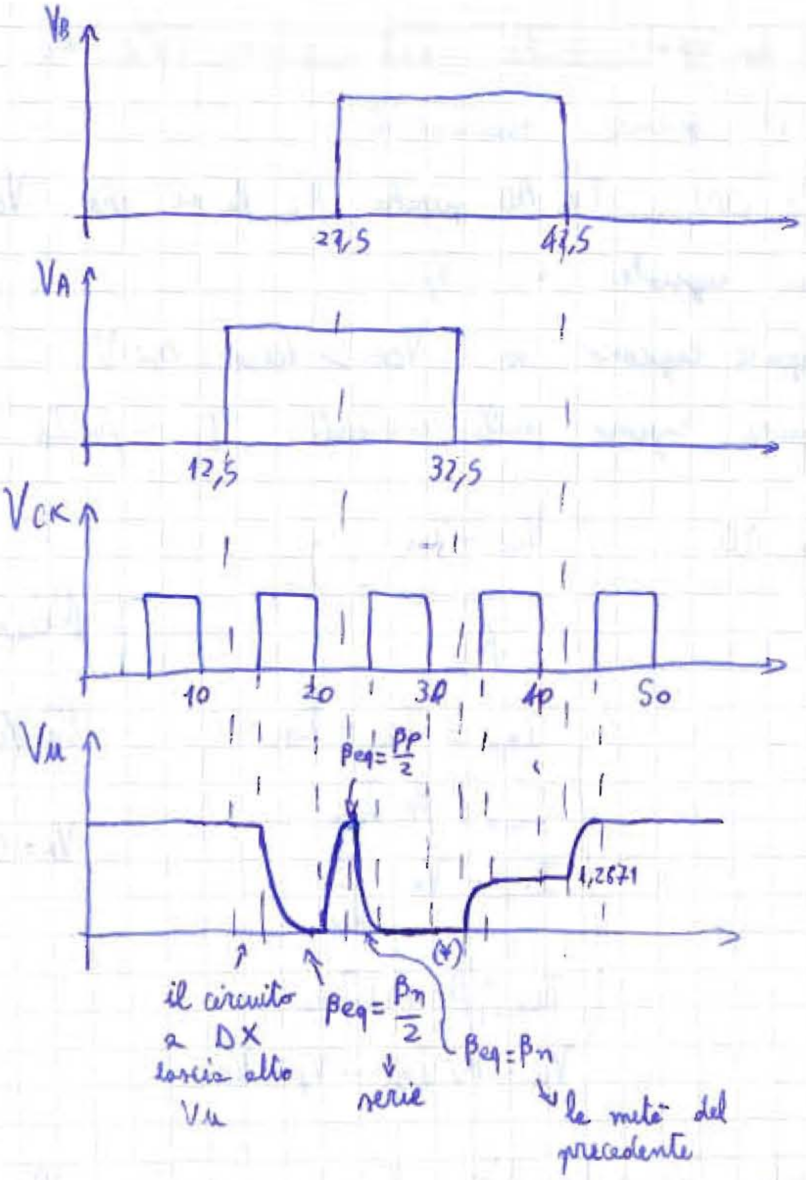
T_1 si accende in AD.

Ora devo capire se avviene prima

a) T_1 SAT T_2 AD → impossibile perchè T_1 SAT implica $V_{CE_1} = V_{CESAT}$ ma $V_{CE_1} = V_{CE_2}$
b) T_1 AD T_2 OFF $\Rightarrow$ T_2 SAT

②





Per trovare il valore intermedio devo uguagliare le due correnti con i MOS in che condizioni ?

in (*) M_4 LIN e M_3 OFF

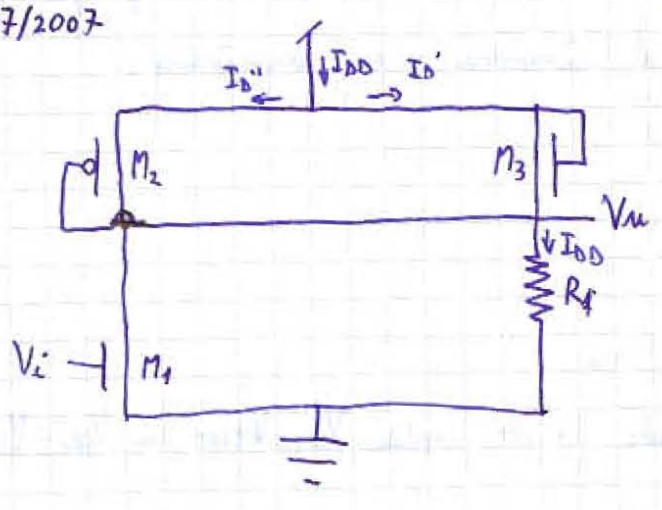
M_4 LIN
M_3 SAT

M_4 LIN
M_3 LIN

ipotesi da verificare alla fine

19/07/2007

23/06/09



$V_{DD} = 3,5\ V$

$V_{Tn} = 0,5\ V$

$|V_{TP}| = 0,6\ V$

$\beta_{n1} = 2,5\ \frac{mA}{V^2}$

$\beta_{n3} = 0,3\ \frac{mA}{V^2}$

$R_1 = 5\ K\Omega$

$\beta_{P2} = ?$ tale che per $V_i = 0V$ $P_D = 1,2mW$

$NM_H = ?$

$NM_L = ?$

M_1 OFF $(V_i = 0)$ $\quad P_D = V_{DD} \cdot I_{DD} \quad I_{DD} = \frac{V_u}{R_1} \Rightarrow V_u = R_1 \cdot P_D \cdot \frac{1}{V_{DD}} = 1,714$

$I_{DD} = I_{D2} + I_{D3}$ $\quad$ Hp: M_2 SAT, M_3 SAT

$V_{SD} > V_{SG} - |V_{TP}|$

$V_{DD} - V_u > \cancel{V_{DD}} - \cancel{V_u} - |V_{TP}|$ sempre

$\hookrightarrow V_{DS} > V_{GS} - V_{Tn}$

$\cancel{V_{DD}} - \cancel{V_u} > \cancel{V_{DD}} - \cancel{V_u} - V_{Tn} \quad 0 > -V_{Tn}$ sem

$$I_{D2} = \frac{\beta_P}{2}\left[V_{SG} - |V_{TP}|\right]^2$$

$$I_{D3} = \frac{\beta_n}{2}\left[V_{GS} - |V_{Tn}\right]^2 \Bigg\rbrace \rightarrow I_{DD} = I_{D2} + I_{D3}$$

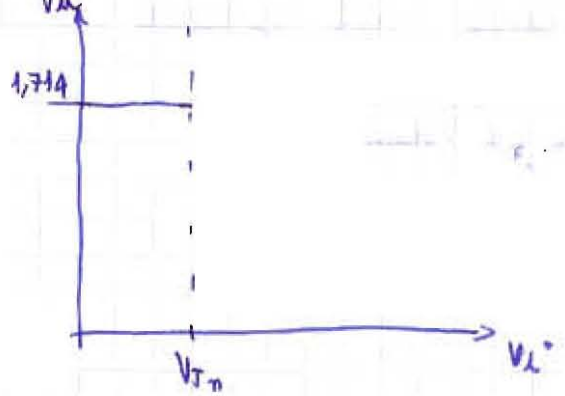
$$\frac{V_u}{R_i} = \frac{\beta_P}{2}\left[V_{SG} - |V_{TP}|\right]^2 + \frac{\beta_P}{2}\left[V_{GS} - V_{Tn}\right]^2 \quad --- \quad \beta_P = 0{,}135\ \frac{mA}{V^2}$$

$\boxed{V_i > V_{Tn}}$ M_1 ON H_p: SAT

$V_{DS} > V_{GS} - V_{Tn}$

$V_D - V_S > V_G - V_S - V_{Tn}$ $V_D = V_u$ $V_G = V_i \simeq V_{Tn}$

$1{,}714 > V_{Tn} - V_{Tn}$ ok $V_S = 0$



$I_{D2} + I_{D3} = I_{D1} + I_{R1}$

$$\frac{\beta_P}{2}\left[V_{DD} - V_u - |V_{TP}|\right]^2 + \frac{\beta_{n3}}{2}\left[V_{DD} - V_u - V_{Tn}\right]^2 = \frac{V_u}{R_1} + \frac{\beta_{n1}}{2}\left[V_i - V_{Tn}\right]^2$$

se esiste il punto in cui $\frac{dV_u}{dV_i} = -1$ vuol dire che la V_u decresce. Derivando si ottiene

$$-2\,\frac{\beta_P}{2}\cdot\left[V_{DD} - V_u - |V_{TP}|\right]\cdot\frac{dV_u}{dV_i} - 2\,\frac{\beta_{n3}}{2}\left[V_{DD} - V_u - V_{Tn}\right]\cdot\frac{dV_u}{dV_i} = \frac{1}{R_1}\cdot\frac{dV_u}{dV_i} + 2\,\frac{\beta_{n1}}{2}\left[V_i - V_{Tn}\right]$$

impongo $\frac{dV_u}{dV_i} = -1$

$$\beta_P\left[V_{DD} - V_u - |V_{TP}|\right] + \beta_{n3}\left[V_{DD} - V_u - V_{Tn}\right] = -\frac{1}{R_1} + \beta_{n1}\left[V_i - V_{Tn}\right]$$

ricavo V_u in funzione di V_i, sostituisco nell'equazione precedente per ricavare V_i e ottengo un punto (V_i, V_u)

$V_i = -0,174\, V_u + 1,0966$ sostituisco e ottengo $V_u = 1,542\ V = V_{OH_{MIN}}$

$V_i = 0,828\ V = V_{IL_{MAX}}$

↑ pendenza negativa ⇒ V_u decresce

V_u scende ⇒ M_1 LIN perché M_2 ON se $V_{SG} > |V_{TP}|$

$V_{DD} - V_u > |V_{TP}|$ V_u scende

M_2 sempre ON

Per $V_i = V_H$? M_1 LIN ⇒ $V_{DS} < V_{GS} - V_{Tn}$

$V_u < V_i - V_{Tn}$ il passaggio ce l'ho per $V_i = V_u + V_{Tn}$

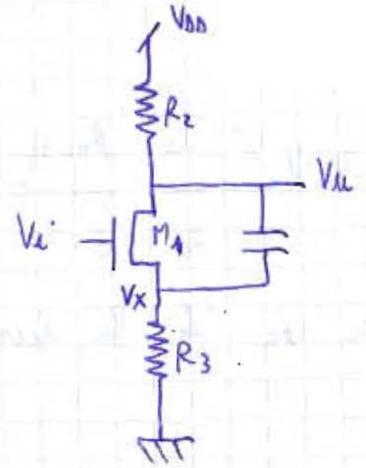
Andando a sostituire nel bilancio delle correnti $V_i = V_u + V_{Tn}$

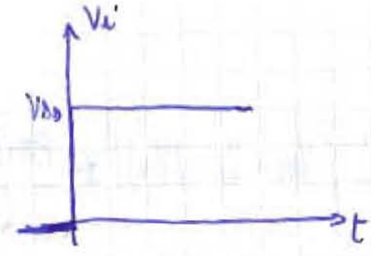
. . . .

$$I_{D1} = \beta_{n1}\left[(V_i - V_{Tn})V_u - \frac{V_u^2}{2}\right]$$ poi ancora bilancio delle correnti

derivata $\frac{dV_u}{dV_i} = -1$ e trovo l'altro $V_{OL_{MAX}}$ e $V_{IH_{MIN}}$

16/2/2006





$V_{DD} = 3,5\ V$ $R_2 = 1,5\ K\Omega$ $t_{PHL} = ?$

$V_T = 0,55\ V$ $R_3 = 100\ \Omega$ $V_u(V_i) = ?$

$\beta_n = 5\ \frac{mA}{V^2}$ $C = 10\ pF$

$t < 0$ (condizioni statiche) : $V_i = 0$

$V_{GS_1} = V_i - V_x = -V_x$ $V_{GS_1} > V_T$ per essere acceso $-V_x > V_T$ mai

M_1 OFF : $V_x = 0$ $V_u = V_{DD}$

$t \to +\infty$: condizioni statiche $V_i = V_{DD}$

$$\left.\begin{array}{l} V_{GS1} = V_{DD} - V_x \\ V_{DS1} = V_u - V_x \end{array}\right\}$$ Hp: M_1 LIN se $V_{DS} < V_{GS} - V_T$, $V_u - \cancel{V_x} < V_i - \cancel{V_x} - V_T$, $V_u < V_{DD} - V_T = 2,95$

$$\begin{cases} \dfrac{V_{DD} - V_u}{R_2} = I_{D1LIN} \\ I_{D1LIN} = \dfrac{V_x}{R_3} \\ I_{D1LIN} = \beta_n \left[(V_i - V_x - V_{Tn})(V_u - V_x) - \dfrac{(V_u - V_x)^2}{2} \right] \end{cases}$$ incognite: V_u, V_x, I_{D1LIN}

. . .

$V_u = 0,366\ V$ $V_x = 0,209\ V$ Hp: M_1 LIN $V_u < 2,95$ verificata

$t = 0^+$

$V_C(0^-) = V_C(0^+)$ $\underbrace{(V_u - V_x)(0^-)}_{V_{DD}} = (V_u - V_x)(0^+)$

$V_x(0^-) = V_x(0^+)$ $V_u(0^+) = V_{DD}$

$t > 0$ $3,5 \to \dfrac{3,5 + 0,366}{2} = 1,933$

$\uparrow$

50% escursione $= \dfrac{V_H + V_L}{2}$

$$M_1: \left.\begin{array}{l} V_{GS1} = V_i - V_x = V_{DD} - V_x \\ V_{DS1} = V_u - V_x \end{array}\right\}$$ M_1 SAT se $V_{DD} - V_x < V_u - V_x + V_T$

$V_u > V_{DD} - V_T = 2,95$

1ª fase: $\dfrac{V_{DD} - V_u}{R_2} = I_{D1SAT} + I_C$ $I_C = C \cdot \dfrac{d(V_u - V_x)}{dt}$

3,5 → 2,95

somma correnti entranti

$\dfrac{V_{DD} - V_u}{R_2} = \dfrac{V_x}{R_3} \Rightarrow V_x = \dfrac{100}{1500} \cdot (3,5 - V_u)$

$$C \cdot \frac{d\left(V_u - \frac{R_3}{R_2}(V_{DD}-V_u)\right)}{dt} = \frac{5-V_u}{1500} - \frac{\beta_1}{2}\Big[\underset{\substack{\| \\ V_i - V_x \\ \| \\ \frac{R_3}{R_2}(V_{DD}-V_u)}}{V_{GS1}} - V_T\Big]^2$$

$$C \cdot \frac{d\left(V_u - \frac{R_3}{R_2}V_{DD} + \frac{R_3}{R_2}V_u\right)}{dt} = \frac{5-V_u}{1500} - \frac{\beta_1}{2}\left[V_i - \frac{R_3}{R_2}(V_{DD}-V_u) - V_T\right]^2$$

$$d\left(V_u - \frac{R_3}{R_2}V_{DD} + \frac{R_3}{R_2}V_u\right) = dV_u - 0 + \frac{R_3}{R_2}dV_u = dV_u\left(1+\frac{R_3}{R_2}\right)$$

$$C\cdot\left(1+\frac{R_3}{R_2}\right)\frac{dV_u}{dt} = \frac{5-V_u}{1500} - \frac{\beta_1}{2}\left[V_{DD} - \frac{R_3}{R_2}V_{DD} + \frac{R_3}{R_2}V_u - V_T\right]^2$$

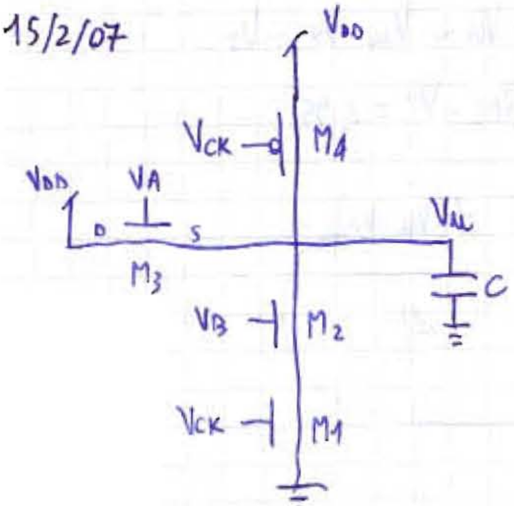
$$\int_0^{t_1} dt = \int_{3,5}^{2,95} \frac{C\left(1+\frac{R_3}{R_2}\right)dV_u}{\frac{5-V_u}{1500} - \frac{\beta_1}{2}\left[V_{DD} - \frac{R_3}{R_2}V_{DD} + \frac{R_3}{R_2}V_u - V_T\right]^2} \quad \dots \quad t_1 = \dots$$

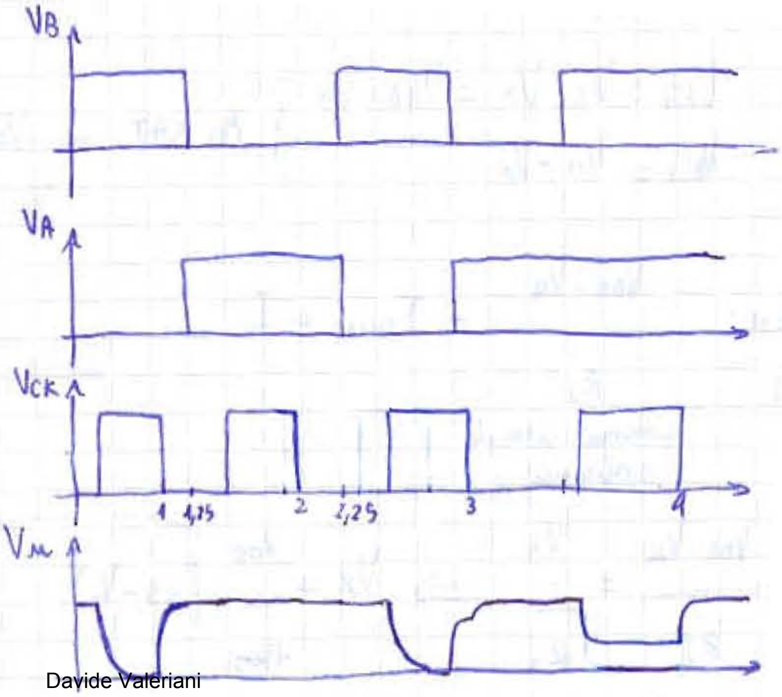
2° fase: MOS LINEARE

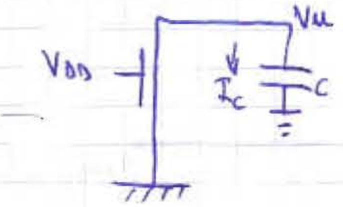
$$\int_0^{t_2} dt = \int_{2,95}^{1,933} \frac{C\left(\frac{R_3}{R_2}+1\right)dV_u}{\frac{5-V_u}{1500} - \beta_1\left[(V_i - V_x - V_{Tn})(V_u - V_x) - \frac{(V_u-V_x)^2}{2}\right]} \quad \dots \quad t_2 = \dots$$

$$t_{PHL} = t_1 + t_2$$

15/2/07



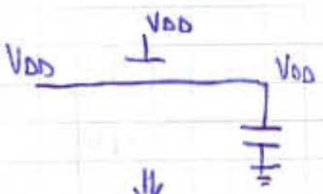


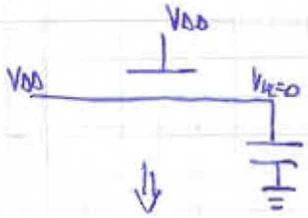


$$\beta_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{\beta_n} + \frac{1}{\beta_n}} = \frac{\beta_n}{2} = 250\,\mu$$

$$I_D = -C\frac{dV_u}{dt} \qquad t_{PHL_1} = \frac{C}{\beta_{eq}} \cdot 0{,}4131 = 33\ ps$$

$t_{PLH_2} = \ldots = 27{,}5\ ps$



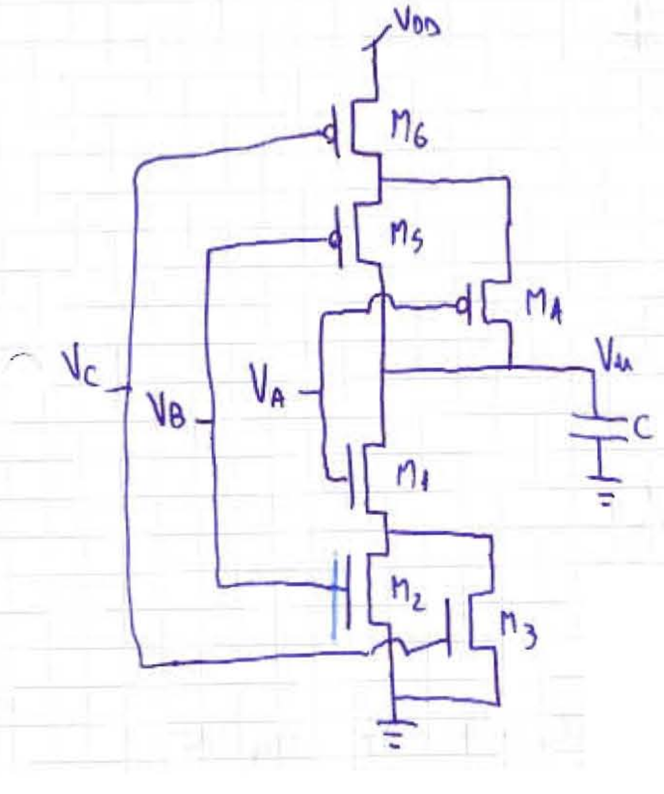


⇓ MOS OFF

⇓ $V_u = V_{DD} - V_T$

$t_{PHL_3} = 33\ ps$ $\qquad t_{PLH4} = \ldots$

30/06/2009



$V_{DD} = 3{,}3\ V$

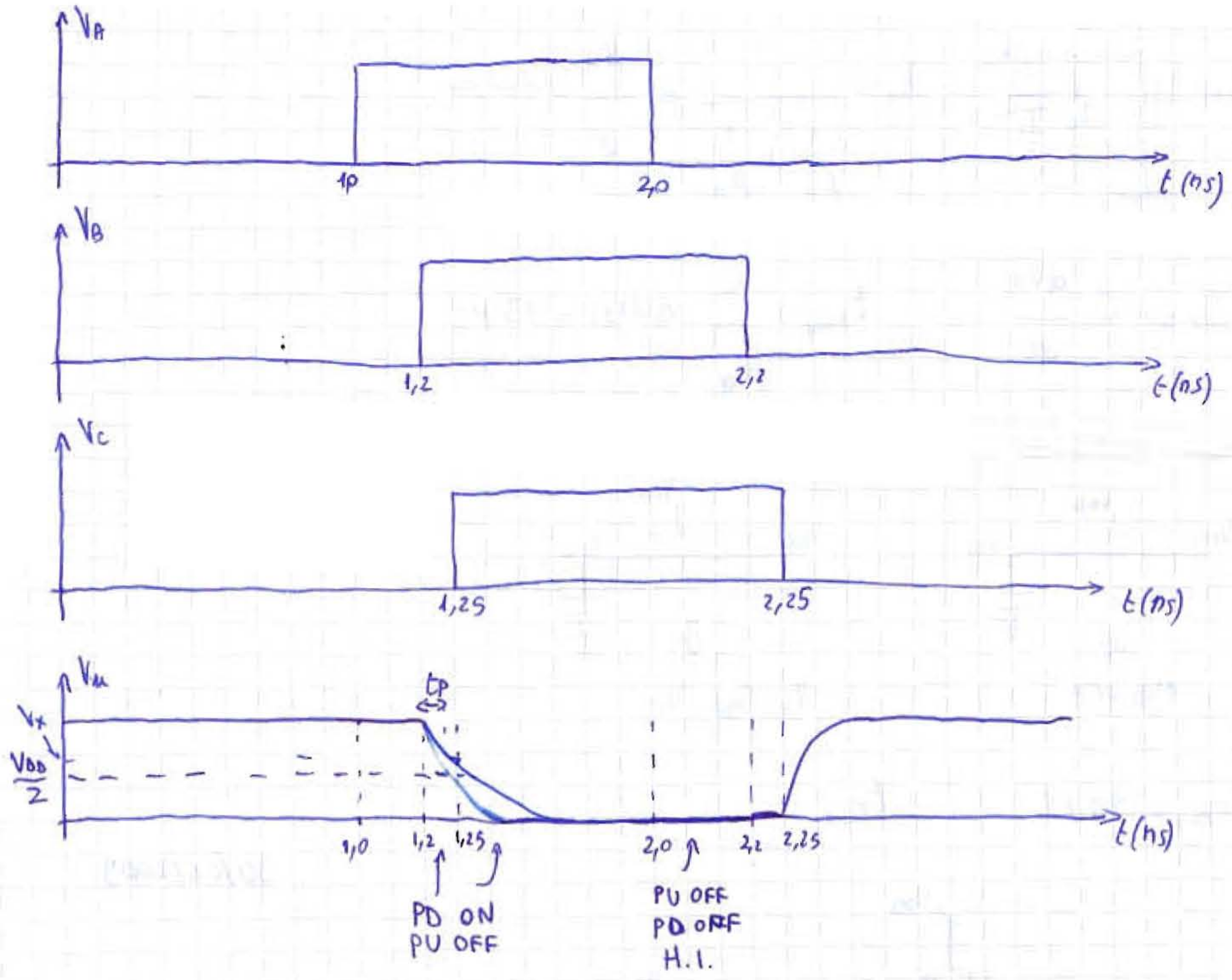
$C = 50\ fF$

$V_T = 0{,}45\ V$

$\beta_n = 600\ \mu A/V^2$

$\beta_p = 450\ \mu A/V^2$

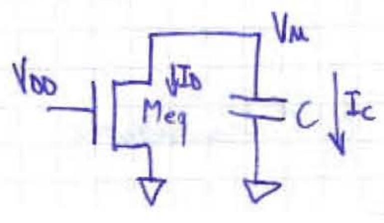
Trovare V_u e t_p 1° transizione



t_p : istante in cui $V_u = \frac{V_{DD}}{2}$

$t = 1{,}2$ ns M_1 ON, M_2 ON, M_3 OFF

Condizione nota:



$$\beta_{eq} = \frac{\beta_n}{2} = 300\ \mu A/V^2$$

$$V_{GS} < V_{DS} + V_T$$

$$V_{DD} < \underset{\substack{\uparrow\\ V_u}}{V_{DS}} + V_T \quad \text{finché} \quad V_u > V_{DD} - V_T \quad \text{Meq SAT}$$

$$I_D = -I_C \qquad \frac{\beta_{eq}}{2}\left(V_{GS} - V_T\right)^2 = -I_C \qquad \frac{\beta_{eq}}{2}\left(V_{DD} - V_T\right)^2 = -C\,\frac{dV_u}{dt}$$

$$\int_{1,2nS}^{t_{SAT}} dt = \int_{V_{DD}}^{V_{DD}-V_T} -\frac{2C}{\beta_{eq}} \cdot \frac{1}{(V_{DD}-V_T)^2}\, dV_u$$

$$t_{SAT} - 1,2\,nS = -\frac{2C}{\beta_{eq}} \cdot \frac{1}{(V_{DD}-V_T)^2} \cdot (V_{DD}-V_T-V_{DD}) \rightarrow t_{SAT} = 1,218\ nS$$

Ora il MOS entra in lineare. Se fosse venuto $t_{SAT} > 1,25\,nS$ il transitorio era da calcolare come somma di due contributi (SAT e LIN).

$$\int_{t_{SAT}}^{t} dt = +\int_{V_{DD}-V_T}^{V(t)} \frac{2C}{\beta_{eq}} \cdot \frac{1}{V_u^2 - 2(V_{DD}-V_T)V_u}\, dV_u$$

SEMPRE UGUALE per MOS LINEARE che scarica una capacità

$$\frac{2C}{\beta_{eq}} \int \left[\frac{A}{V_u} + \frac{B}{V_u - 2(V_{DD}-V_T)}\right] dV_u = \frac{2C}{\beta_{eq}} \int \frac{AV_u - 2A(V_{DD}-V_T) + BV_u}{V_u\left[V_u - 2(V_{DD}-V_T)\right]}$$

$$\begin{cases} A + B = 0 \\ -2(V_{DD}-V_T)A = 1 \end{cases} \Rightarrow \quad A = -\frac{1}{2(V_{DD}-V_T)} \qquad B = \frac{1}{2(V_{DD}-V_T)}$$

$$= \frac{2C}{\beta_{eq}} \int \frac{1}{2(V_{DD}-V_T)} \left(\frac{1}{V_u - 2(V_{DD}-V_T)} - \frac{1}{V_u}\right) = \frac{C}{\beta_{eq}} \cdot \frac{1}{V_{DD}-V_T} \cdot \left[\ln\left(\frac{V_u - 2(V_{DD}-V_T)}{V_u}\right)\right]_{ext}^{ext_2}$$

$$\int_{t_{SAT}}^{t} dt = \frac{C}{\beta_{eq}} \cdot \frac{1}{V_{DD}-V_T} \ln\left(\frac{V_u(t) - 2(V_{DD}-V_T)}{V_u(t)} \cdot \underbrace{\frac{V_{DD}-\cancel{V_T}}{V_{DD}\cancel{-V_T}-2(V_{DD}-V_T)}}_{-1}\right)$$

$$t - t_{SAT} = \frac{C}{\beta_{eq}} \cdot \frac{1}{V_{DD}-V_T} \ln\left(\frac{2(V_{DD}-V_T) - V_u(t)}{V_u(t)}\right)$$

$\boxed{1° \text{ CASO}}$ metto $\frac{V_{DD}}{2}$ al posto di V_u perché suppongo di arrivare a $\frac{V_{DD}}{2}$ prima di 1,25 : $t = 1,271 \text{ nS}$ NO!

$\boxed{2° \text{ CASO}}$ $V_x = ?$ $t = 1,25 \text{ nS}$ $\rightarrow$ $V(1,25 \text{ nS}) = 2,1 \text{ V} = V_x$

a $t = 1,25 \text{ nS}$ M_1, M_2, M_3 ON β_{eq} : $M_2 // M_3 + M_1$

$$\beta_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{\beta_2 + \beta_3} + \frac{1}{\beta_1}} = \frac{2}{3} \beta_n$$

$$\int_{1,25 \text{ nS}}^{t} dt = \int_{2,1 \text{ V}}^{\frac{V_{DD}}{2}} -\frac{2C}{\beta_{eq}} \cdot \frac{1}{2(V_{DD}-V_T)V_u - V_u^2} dV_u$$ = sostituisco la primitiva

$$t - 1,25 \text{ nS} = \frac{C}{\beta_{eq}} \cdot \frac{1}{V_{DD}-V_T} \ln\left(\frac{V_u - 2(V_{DD}-V_T)}{V_u}\right)\Bigg|_{2,1 \text{ V}}^{V_{DD}/2}$$

$t \simeq 1,266 \text{ nS}$ $t_{PHL} = (1,266 - 1,2) \text{ nS} = 66 \text{ pS}$.

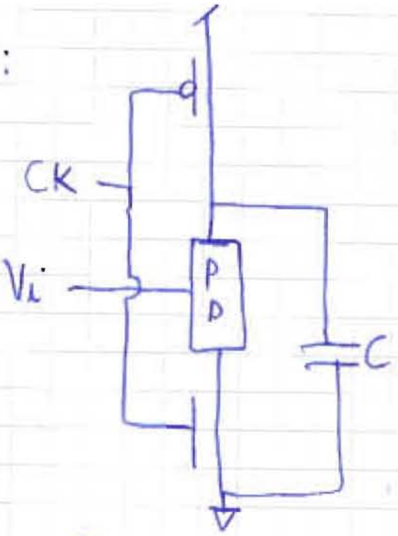
$$\boxed{\int \text{lineare} = \frac{C}{\beta_{eq}} \cdot \frac{1}{V_{DD}-V_T} \ln\left[\frac{V_u - 2(V_{DD}-V_T)}{V_u}\right]_{ext_1}^{ext_2}}$$

2° es 7/2005

Si progetti una porta logica PE in grado di realizzare la funzione $y = \overline{a(b+c(d+e))}$. Si determinino β_n e β_p tali che $t_{fall \text{ peggiore}} = 1 \text{ pS}$ e $t_{fall \text{ migliore}} = t_{rise}$.

$C = 20 \text{ fF}$
$V_{DD} = 3,5 \text{ V}$
$V_T = V_{Tn} = -V_{Tp} = 0,5 \text{ V}$

P.E. :



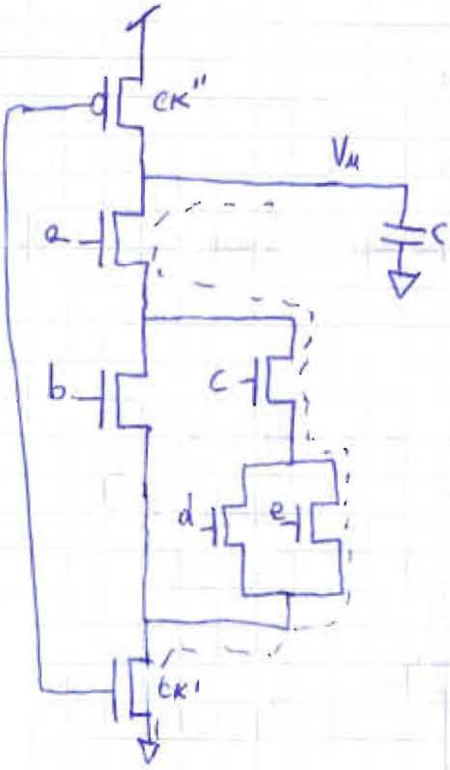
Per progettare PD voglio progettare qualcosa che renda $y = 0$

$$a\left(b+c(d+e)\right) = 1$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b+c(d+e) = 1 \rightarrow \begin{matrix} b = 1 \\ o \\ c(d+e)=1 \rightarrow \begin{cases} c=1 \\ d+e=1 \rightarrow \begin{matrix} d=0 \\ e=1 \end{matrix} \ o \ \begin{matrix} d=1 \\ e=0 \end{matrix} \end{cases} \end{matrix} \end{cases}$$

o → parallelo

e → serie



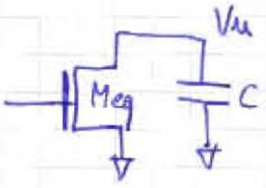
Il PD è più lento possibile più è resistivo, cioè quanto più transistor sono spenti

$I \propto \beta$

CASO MIGLIORE: tutti i MOS accesi perché tanti rami per scaricare

CASO PEGGIORE: $a, c, e = 1$ e $CK' = 1$ $\quad \beta_{eq} = \frac{\beta_n}{4}$

$b, d = 0$



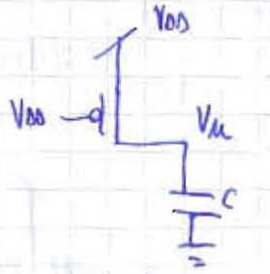
$\beta_{eq} = \frac{\beta_n}{4}$

$$t_{fall} = \int_{\frac{9}{10}V_{DD}}^{V_{DD}-V_T} -\frac{2C}{\beta_{eq}(V_{DD}-V_T)^2}\, dV_u + \int_{V_{DD}-V_T}^{\frac{1}{10}V_{DD}} \frac{C}{2\beta_{eq}} \cdot \frac{1}{V_u^2 - 2V_u(V_{DD}-V_T)}\, dV_u$$

$$t_{fall} = \frac{1{,}92 \cdot 10^{-14}}{\beta_{eq}} = 1\ ps \Rightarrow \beta_{eq} = 19{,}2\ mA/V^2 \quad \beta_n = 4\beta_{eq} = 76{,}8\ \frac{mA}{V^2}$$

CASO MIGLIORE

$$\beta_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{\beta_a} + \frac{1}{\beta_b + \frac{1}{\frac{1}{\beta_c} + \frac{1}{\beta_d + \beta_e}}} + \frac{1}{\beta_{ck}}} = \frac{5}{13}\beta_n$$

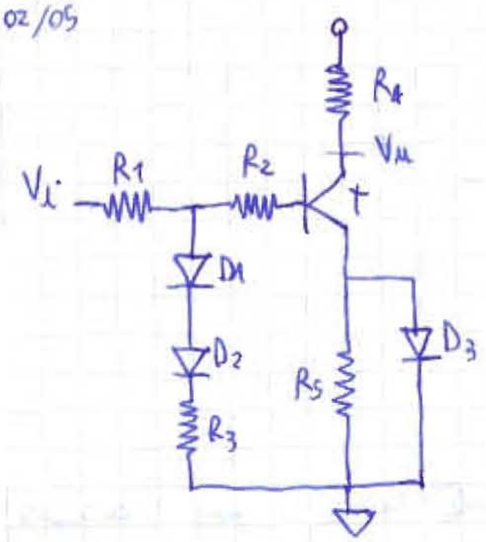


$t_{fall}|_{migiore} = 0,65\ pS$

$t_{RISE} = \int SAT + \int LIN = \frac{K}{\beta_p} \ldots$

oppure, dato che $t_{fall\,mac.} = t_{RISE} \iff \beta_P = \beta_{eq}(fall, best) = \frac{5}{13}\beta_n = 23,5\ \frac{mA}{V^2}$

02/05



$V_\gamma = 0,75\ V$

$V_{CE_{SAT}} = 0,2\ V$

$V_{CC} = 5\ V$

$\beta_F = 100$

$R_1 = 5\ k\Omega$

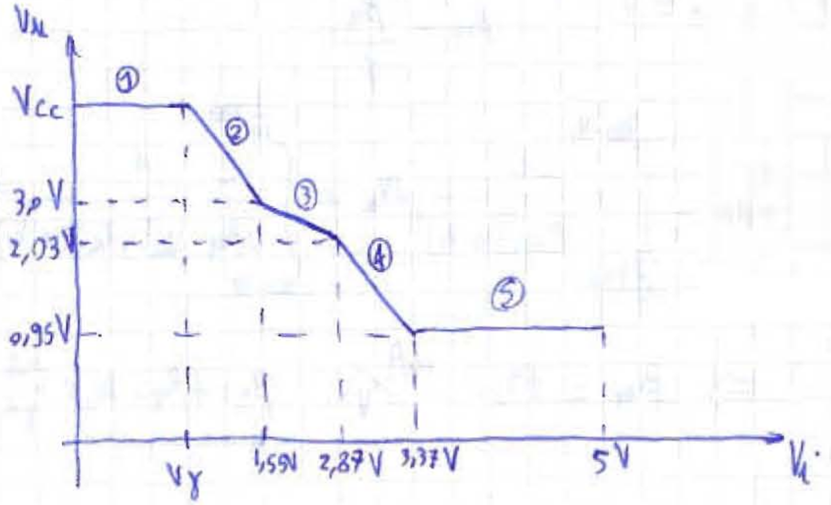
$R_2 = 25\ k\Omega$

$R_3 = 2\ k\Omega$

$R_4 = 2\ k\Omega$

$R_5 = 0,5\ k\Omega$

$V_u(V_i) = ?$



1) $V_i < V_\gamma$ Hp: $D_{1,2,3}$ OFF   T OFF

$V_i - R_1(\underset{0}{\cancel{I_B}} + I_D) - V_{D1} - V_{D2} - R_3 \underset{0}{\cancel{I_D}} = 0$ $V_i = V_{D1} + V_{D2} < V_\gamma$ verificate le ipotesi

$V_i - R_1(I_B + I_D) - R_2 I_B - V_{BE} - V_D = 0$ $V_i = V_{BE} + V_D < V_\gamma$

$V_u = V_{CC} - R_4 \underset{0}{\cancel{I_C}} = V_{CC}$

2) $V_i > V_\gamma$ Hp: $D_{1,2}$ OFF perché ho bisogno di $2V_\gamma$ per accenderli

Hp: T R.N. D_3 OFF

$V_i - (R_1+R_2)I_B - V_\gamma - R_5 \underbrace{(\beta_F+1)I_B}_{I_E} = 0$ $I_B = \dfrac{V_i - V_\gamma}{R_1 + R_2 + (\beta_F+1)R_5}$

$$V_u = V_{CC} - R_4 I_C = V_{CC} - R_4 \beta_F I_B = V_{CC} - \frac{R_4 \beta_F}{R_1 + R_2 + (\beta_F+1)R_5}(V_i - V_\gamma) = 6{,}86 - 2{,}48 V_i$$

Ho 3 casi, il primo dei 3 che non è più verificato è quello della 3ª regione

(a) T R.N. $V_{CE} > V_{CE_{SAT}}$ $V_u - R_5(\beta_F+1)I_B > V_{CE_{SAT}}$

$$6{,}86 - 2{,}48 V_i - R_5(\beta_F+1) \cdot \frac{V_i - V_\gamma}{R_1 + R_2 + (\beta_F+1)R_5} > V_{CE_{SAT}} \xrightarrow{\dots} V_i < 2{,}29\text{ V}$$ verif.

(b) D_3 OFF $R_5(\beta_F+1)I_B < V_\gamma \longrightarrow V_i < 1{,}94$ V   verificata

(c) D_1, D_2 OFF $V_i - R_1 I_B < 2V_\gamma \longrightarrow \boxed{V_i < 1{,}55\text{ V}}$ verificata

3) $V_i > 1{,}55$ V D_1, D_2 ON, TRN, D_3 OFF

$$\begin{cases} V_i - R_1(I_B + I_D) - R_2 I_B - V_\gamma - R_5(\beta_F+1)I_B = 0 \\ V_i - R_1(I_B + I_D) - 2V_\gamma - R_3 I_D = 0 \end{cases} \Longrightarrow I_B = \frac{\left(1 - \frac{R_1}{R_1+R_3}\right)V_i + \left(\frac{2R_1}{R_1+R_3}\right)V_\gamma}{R_1 + R_2 + (\beta_F+1)R_5 - \frac{2R_1}{R_1+R_3}}$$

$V_u = V_{CC} - R_4 \beta_F I_B \longrightarrow V_i = 4{,}16 - 0{,}74 V_i$ ③

(a) T R.N. $V_u - V_e > V_{CESAT}$

$4,16 - 0,74 V_i - (\beta_F+1) R_S I_B > V_{CE_{SAT}}$ $V_i < 4,03\,V$

(b) D_3 OFF $R_S(\beta_F+1)I_B < V_\gamma \longrightarrow \boxed{V_i < 2,87\,V}$

4) $V_i > 2,87\,V$ D_1, D_2 ON , T R.N. , D_3 ON

$$\begin{cases} V_i - R_1(I_D+I_B) - R_2 I_B - V_\gamma - V_\gamma = 0 \\ V_i - R_1(I_D+I_B) - 2V_\gamma - R_3 I_D = 0 \end{cases} \dots \quad V_u = 8,24 - 2,16\,V_i \quad ④$$

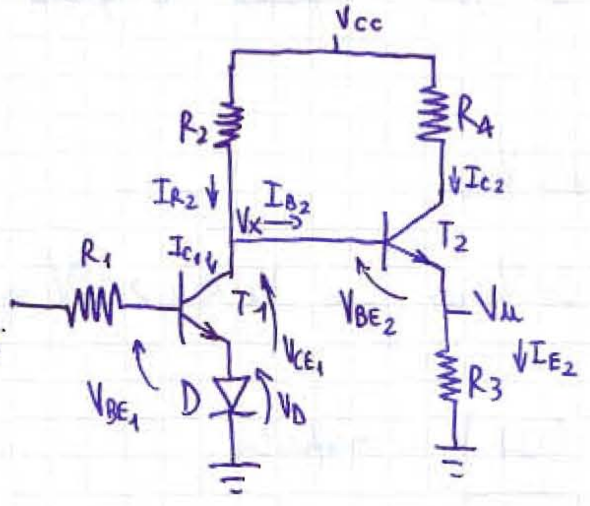
T R.N. se $V_u - V_E > V_{CE_{SAT}}$

$8,24 - 2,16 V_i - (\beta_F+1) I_B R_S > V_{CE_{SAT}} \Rightarrow V_i < 3,37\,V$

5) $V_i > 3,37\,V$ D_1, D_2 ON , T SAT, D_3 ON

$V_u = V_{CE_{SAT}} + V_\gamma = 0,95\,V$ perchè T SAT

7/7/2009



$R_1 = 8\,K\Omega$

$R_2 = 0,5\,K\Omega$

$R_3 = 4\,K\Omega$

$R_4 = 5\,K\Omega$

$V_{CC} = 5\,V$

$\beta_F = 100$

$V_\gamma = 0,75\,V$

$V_{CE_{SAT}} = 0,2\,V$

NM = ?

fan out max che non peggiori NM.

$V_{E_2} = V_u$

$V_{B_1} = V_i - R_1 I_{B_1}$

$I_{E_1} = I_D$

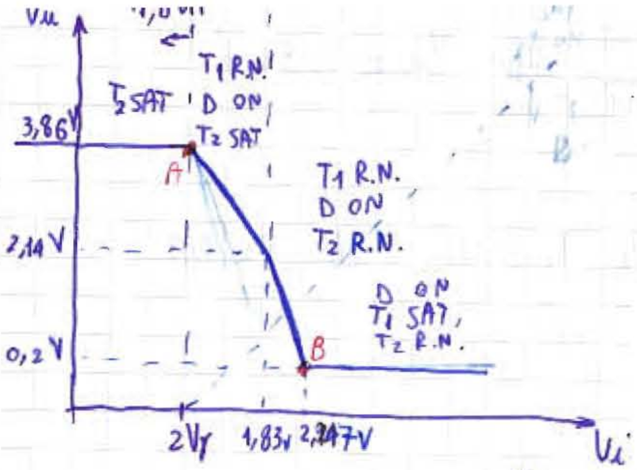
D ON $\Leftrightarrow$ T_1 ON

Calcolo la caratteristica statica $V_u(V_i)$:

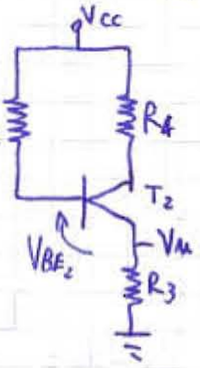
$V_i = 0$ T_1 OFF (Hp): $I_{B1} = I_{C1} = I_{E1} = 0$ $V_{BE_1} = V_i = 0 < V_\gamma$ T_1 OFF.

$V_i < V_\gamma$ T_1 OFF , D OFF perchè $V_{BE_1} = 0 < V_\gamma$ $V_{BE_1} + V_D < 2V_\gamma$

$V_i - R_1 I_{B1} - V_{BE_1} - V_D = 0$ $- V_i = \underbrace{V_{BE_1} + V_D}_{<2V_\gamma} \Rightarrow V_i < 2V_\gamma$



Il circuito diventa

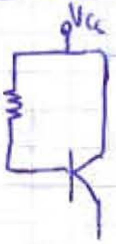


Hp: T_2 OFF

$I_{B_2} = I_{C_2} = I_{E_2} = 0$

$V_{CC} - R_2 \underset{0}{\cancel{I_{B_2}}} - V_{BE_2} - \underset{0}{\cancel{R_3 I_{E_2}}} = 0$

$V_{BE_2} = V_{CC} > V_\gamma \Rightarrow$ assurdo



$V_{CC} - R I_B = V_B < V_{CC}$

$V_{BC} < 0 \Rightarrow$ NO SAT

Hp: T_2 R.N. $\rightarrow V_{BE_2} = V_\gamma$

$I_{E_2} = I_{B_2}(\beta_F + 1)$

$I_{C_2} = \beta_F \cdot I_{B_2}$

$V_{CC} - R_2 I_{B_2} - V_{BE_2} - R_3 I_{E_2} = 0 \qquad V_{CC} - R_2 I_{B_2} - V_\gamma - R_3 I_{B_2}(\beta_F + 1) = 0$

$$I_{B_2} = \frac{V_{CC} - V_\gamma}{R_2 + R_3(\beta_F + 1)} = 10{,}5\ \mu A \qquad V_u = R_3 \cdot (\beta_F + 1) I_{B_2} = 4{,}24\ V$$

Per verificare le ipotesi verifico che $V_{CE} > V_{CE_{SAT}}$

$V_{CC} - R_4 I_{C_2} - V_u > V_{CE_{SAT}} \qquad \underbrace{V_{CC} - R_4 \beta_F I_{B_2}}_{-9{,}25\ V} - V_u > V_{CE_{SAT}} \qquad -4{,}49V > 0{,}2V$ <u>NO</u>!!

$\Rightarrow T_2$ è in SAT!

$V_{BE_2} = V_\gamma, \quad I_C < \beta_F I_B, \quad V_{CE_2} = V_{CE_{SAT}}$

$$I_{E_2} = \frac{V_u}{R_3} \qquad I_{B_2} = \frac{V_{CC} - (V_u + V_\gamma)}{R_2} \qquad I_{C_2} = \frac{V_{CC} - (V_{CE_{SAT}} + V_u)}{R_4}$$

ma $$\frac{V_u}{R_3} = \frac{V_{CC} - V_u - V_\gamma}{R_2} + \frac{V_{CC} - V_u - V_{CE_{SAT}}}{R_4} \Rightarrow V_u = 3,86\,V$$

$V_i > 2V_\gamma$ T_1 ON $\rightarrow$ D ON Hp: T_1 R.N. Hp: T_2 SAT

$$\left\{\begin{array}{l} V_u = R_3 \cdot I_{E_2} \\ I_{E_2} = I_{B_2} + I_{C_2} \\ I_{C_2} = \dfrac{V_{CC} - (V_u + V_{CE_{SAT}})}{R_4} \\ \left.\begin{array}{l} I_{R_2} = \dfrac{V_{CC} - (V_u + V_\gamma)}{R_2} \\ I_{R_2} = I_{B_2} + I_{C_1} \rightarrow I_{B_2} = I_{R_2} - I_{C_1} \\ I_{C_1} = \beta_F I_{B_1} \\ V_i - R_1 I_{B_1} - \underset{V_\gamma}{\underset{\parallel}{V_{BE_1}}} - \underset{V_\gamma}{\underset{\parallel}{V_D}} = 0 \rightarrow I_{B_1} = \dfrac{V_i - 2V_\gamma}{R_1} \end{array}\right] \rightarrow I_{B_2} = \dfrac{V_{CC} - (V_u + V_\gamma)}{R_2} - \beta_F \cdot \dfrac{V_i - 2V_\gamma}{R_1} \end{array}\right.$$

$V_u = 11,51\,V - 5,102\,V_i$ pendenza -5 > (in modulo) di 1.

Verifico le ipotesi: cerco l'istante in cui ($V_{CE} = V_{CE_{SAT}}$ e $I_C = \beta_F I_B$)

T_1 : RN $\rightarrow$ SAT $V_{CE_1} = V_{CE_{SAT}}$ $V_x = V_D + V_{CE_1} = \underline{V_\gamma + V_{CE_{SAT}}}$

(T_2 SAT) $V_u = V_x - V_\gamma = V_\gamma + V_{CE_{SAT}} - V_\gamma = V_{CE_{SAT}} = 0,$

$\rightarrow 0,2\,V = 11,51\,V - 5,102\,V_i \rightarrow V_i = 2,217\,V$ <u>NO</u> perché $V_i > 1,83$ T_2 NON SAT

T_2 : SAT $\rightarrow$ R.N. $I_{C_2} = \beta_F I_{B_2} \rightarrow \dfrac{V_{CC} - V_u - V_{CE_{SAT}}}{R_4} = \beta_F \left[\dfrac{V_{CC} - (V_u + V_\gamma)}{R_2} - \beta_F \dfrac{V_i - 2V_\gamma}{R_1} \right.$

(T_1 R.N.) $V_{CE_2} = V_{CE_{SAT}}$

$\uparrow$ e sistema con $V_u = 11,51 - 5,102\,V_i$

$V_u = 2,14\,V \rightarrow V_i = 1,83\,V$ <u>OK</u> avviene prima !!

avviene prima T_1 R.N. e T_2 R.N.

$V_u = R_3 I_{E_2}$

$I_{E_2} = (\beta_F + 1) I_{B_2}$ $\longrightarrow$ $V_u = 13{,}61\ V - 6{,}24\ V_i$

$I_{B_2} = I_{R_2} - I_{C_1}$ (come prima)

⋮

T_1 R.N. → SAT (T₂ R.N) $\quad \underset{V_\gamma}{\underset{\shortparallel}{V_D}} + \underset{V_{CE_{SAT}}}{\underset{\shortparallel}{V_{CE_1}}} - \underset{V_\gamma}{\underset{\shortparallel}{V_{BE_2}}} = V_u \Rightarrow V_u = V_{CE_{SAT}} = 0{,}2\ V$

$V_i = 2{,}217\ V$ OK avviene prim

T_2 R.N. → OFF (T₁ R.N.) $\quad I_{E_2} = 0 \quad V_u = 0 \quad V_i = 2{,}18\ V$ avviene dopo.

Dopo, T_1 SAT, T_2 R.N., D ON $\quad V_x = V_D + V_{CE_1} = V_\gamma + V_{CE_{SAT}} =$ cost!!!

$V_u = 0{,}2\ V$ costante

A $(V_{IL_{MAX}}, V_{OH_{MIN}})$

B $(V_{OH_{MIN}}, V_{OL_{MAX}})$

$V_{IL_{MAX}} = 2V_\gamma = 1{,}5\ V$

$V_{OH_{MIN}} = 3{,}86\ V$

$V_{IH_{MIN}} = 2{,}14\ V$

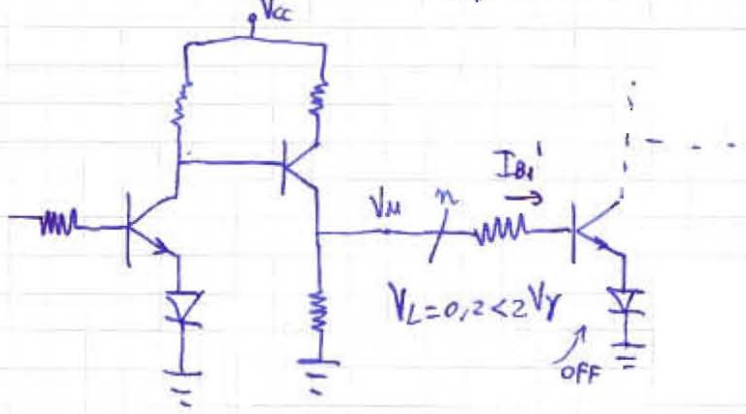
$V_{OL_{MAX}} = 0{,}2\ V$

$NM_L = 1{,}5 - 0{,}2 = 1{,}3\ V$

$NM_H = 3{,}86 - 2{,}14 = 1{,}72\ V$

$\Downarrow$

$NM = 1{,}3\ V$



$V_{OL_{MAX}}$ e $V_{IH_{MIN}}$ indipendenti dal fan out

Diverso è il caso in cui $V_u = V_H = 3{,}86\ V$ (con $V_i = V_L \Rightarrow T_1$ OFF, T_1' ON)

La corrente di uscita non è più trascurabile.

(PRIMA) $V_u = R_3 I_{E_2}$ (ORA) $I_{E_2} = \dfrac{V_u}{R_3} + n \cdot I_{B_1}'$ $\quad I_{B_1}' = \dfrac{V_u - V_{BE_1}' - V_D'}{R_1} = \dfrac{V_u - 2V_\gamma}{R_1}$

$I_{E_2} = \dfrac{V_u}{R_3} + n\,\dfrac{V_u - 2V_\gamma}{R_1}$ $\quad$ Hp: T_2 SAT $\quad I_{E_2} = I_{B_2} + I_{C_2}$

$$I_{B2} = \frac{V_{CC} - (V_{IL} + V_\gamma)}{R_2} \qquad I_{C2} = \frac{V_{CC} - (V_{IL} + V_{CE_{SAT}})}{R_4}$$

$$\frac{V_{IL}}{R_3} + n . \frac{V_{IL} - 2V_\gamma}{R_1} = \frac{V_{CC} - (V_{IL} + V_\gamma)}{R_2} + \frac{V_{CC} - (V_{IL} + V_{CE_{SAT}})}{R_4}$$ da cui ricavo $V_{IL}(n)$

$$V_{IL} = 1,5 + \frac{46,28}{n + 19,8}$$ $n \uparrow$, $V_{IL} \downarrow$ $V_{IL_{MAX}}$ indipendente dal fan-out

Voglio che $V_{OH_{MIN}} - V_{IH_{MIN}} = 1,5 + \frac{46,28}{n+19,8} - 2,14 = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{margine} \\ \text{più stretto}}}{1,3}$ $\quad n = 4,055$

$$\Downarrow$$

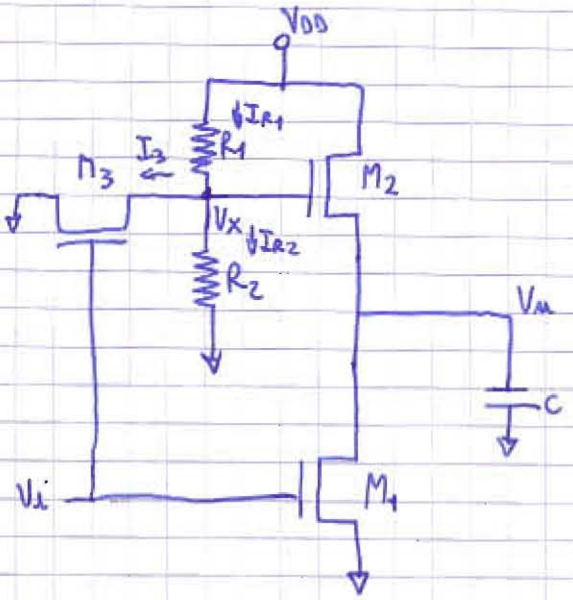
$$n_{MAX} = 4$$

ESERCITAZIONI ELETTRONICA A

18/12/09

Appello 31/01/2008

①



$V_{Tn} = V_{T1} = V_{T2} = V_{T3} = 0{,}6\ V$

$V_{DD} = 3{,}5\ V$

$\beta_n = 1\ mA/V^2$

$R_1 = 500\ \Omega$

$R_2 = 10\ k\Omega$

$C = 5\ pF$

$$V_i : \begin{cases} t<0 & V_i = V_{DD} \\ t>0 & V_i = 0 \end{cases}$$

$t_{rise} = ?$

Analizzo i due casi $t<0$ e $t>0$

$\boxed{t<0}$ $V_i = V_{DD}$ M_1, M_3 ON, M_2 ? Dipende da V_x

Hp: M_3 lin. $\rightarrow V_{GS_3} > V_{DS_3} + V_T$

$V_{DD} > V_X + V_T \implies V_X < V_{DD} - V_T = 2{,}9\ V$

$$\begin{cases} I_{D3} = \beta_n \left[(V_{DD} - V_T) V_X - \frac{V_X^2}{2} \right] \\ I_{D3} = I_{R1} - I_{R2} \\ I_{R1} = \frac{V_{DD} - V_X}{R_1} \\ I_{R2} = \frac{V_X}{R_2} \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \beta_3 \left\{ (V_{DD} - V_T) - \frac{V_X^2}{2} \right\} = \frac{V_{DD} - V_X}{R_1} - \frac{V_X}{R_2}$$

$$\underbrace{\frac{\beta_3}{2}}_{A} V_X^2 - \underbrace{\left[\beta_3 (V_{DD} - V_T) + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right]}_{B} V_X + \underbrace{\frac{V_{DD}}{R_1}}_{C} = 0$$

Solo ora sostituire valori!

$A = 0{,}5\ m$

$B = -5\ m$

$C = 7\ m$

$$V_{X_{1/2}} = \begin{cases} 8{,}317\ V & \text{NON ACC. perchè} > V_{DD} \\ 1{,}683\ V & \text{ACC.} \end{cases}$$

$V_x < 2,9$ V   VERO   (Hp M_3 lin. vera)

Hp: M_2 ON cioè $V_{GS_2} > V_T$

$V_x - V_u > V_T$ $V_u < V_x - V_T = 1,683 - 0,6 = 1,083$ V

Hp: M_2 SAT cioè $V_{GS} < V_{DS} + V_T$

$V_x - V_u < V_{DD} - V_u + V_T \Rightarrow V_x < V_{DD} + V_T$ sempre vero

Hp: M_1 LIN

ma se M_2 ON con $V_x = 1,683$ V $\Rightarrow$ M_1 lin se $V_u < 2,9$V, ma se è vera ↑ $V_u < 1,083$ V, quindi sempre vera ↑

$$\begin{cases} I_{D1} = \beta_n \left\{ (V_i - V_T) V_u - \frac{V_u^2}{2} \right\} \\ I_{D2} = \frac{\beta_n}{2} (V_x - V_u - V_T)^2 \\ I_{D1} = I_{D2} \\ V_x = 1,683 \text{ V} \end{cases} \Longrightarrow \cancel{\beta_n}\left[(V_{DD} - V_T) V_u - \frac{V_u^2}{2} \right] = \frac{\cancel{\beta_n}}{2} (V_x - V_u - V_T)^2$$

$$\frac{V_u^2}{2} + \frac{1}{2} V_u^2 + \frac{1}{2} (V_x - V_T)^2 - V_u (V_x - V_T) - (V_{DD} - V_T) V_u = 0$$

$$V_u^2 - \left[(V_{DD} - V_T) + (V_x - V_T) \right] V_u + \frac{1}{2} (V_x - V_T)^2 = 0$$

$A = 1$
$B = -3,983$
$C = 0,586$

$V_u = $ 3,83 V N.ACC.
$V_u = $ 0,153 V ACC.

$V_u = 0,153$ V $< 1,083$ V   vero $\Rightarrow$ Hp M_2 ON OK

$V_u = 0,153$V $< 2,9$V vero $\Rightarrow$ M_1 LIN.

Quindi, per $t<0$ $\boxed{V_u = 0,153 \text{ V}}$

$\boxed{t>0}$ $V_i = 0$, M_1 OFF, M_3 OFF

Essendoci il condensatore sull'uscita, $V_u(0^-) = V_u(0^+) = 0,153$V

V_x lo ricavo con il partitore resistivo, essendo nulla la corrente entrante in M_2.

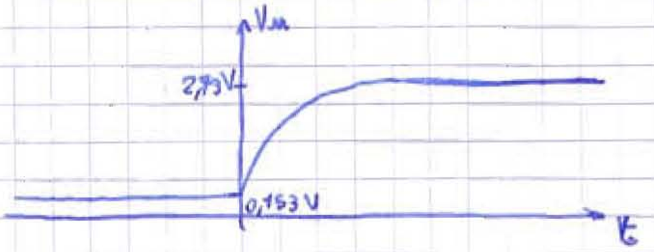
$$V_X = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{DD} = 3,33\ V$$

$V_{GS_2} = V_X - V_u < V_T$ perchè M_2 OFF, cioè $V_u > V_X - V_T = 2,73\ V$

ma $V_u = 0,153\ V$, quindi M_2 ON.

Ma sappiamo da prima che se M_2 ON, sicuramente è SAT

Il condensatore si carica finchè M_2 ON, ovvero $V_u < 2,73\ V$.
Per $V_u = 2,73\ V$ il condensatore non si carica più e M_2 rimane ON fisso a $V_u = 2,733V$



$\Delta V_u = 2,73\ V - 0,153\ V = 2,58\ V$

$V_{u10\%} = 0,1 \cdot \Delta V_u + V_{u_{iniz.}} = 0,411\ V$

$V_{u90\%} = 0,9\ \Delta V_u + V_{u_{iniz.}} = 2,475\ V$

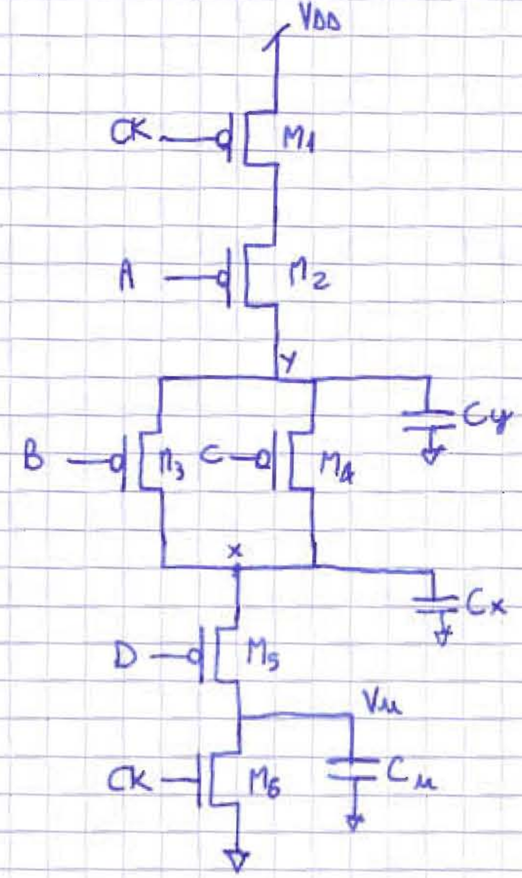
$$I_2 = C \cdot \frac{dV_u}{dt} = I_C \implies dt = \frac{C\,dV_u}{I_2}$$

$$\int_0^{t_{rise}} dt = \int_{0,411}^{2,475} 2C \cdot \frac{dV_u}{\beta_n (V_X - V_u - V_T)^2} \rightarrow t_{rise} = \frac{2C}{\beta_n} \left[\frac{1}{\cancel{-1}} \cdot \frac{\cancel{-1}}{(V_X - V_u - V_T)} \right]_{0,411}^{2,475} =$$

$$\boxed{t_{rise} = 16,76\ ns}$$

Anche nel caso degli integrali, occorre sostituire i valori numerici solo nel passo finale.

②



$V_{Tn} = V_{Tp} = V_T$

β_n, β_p

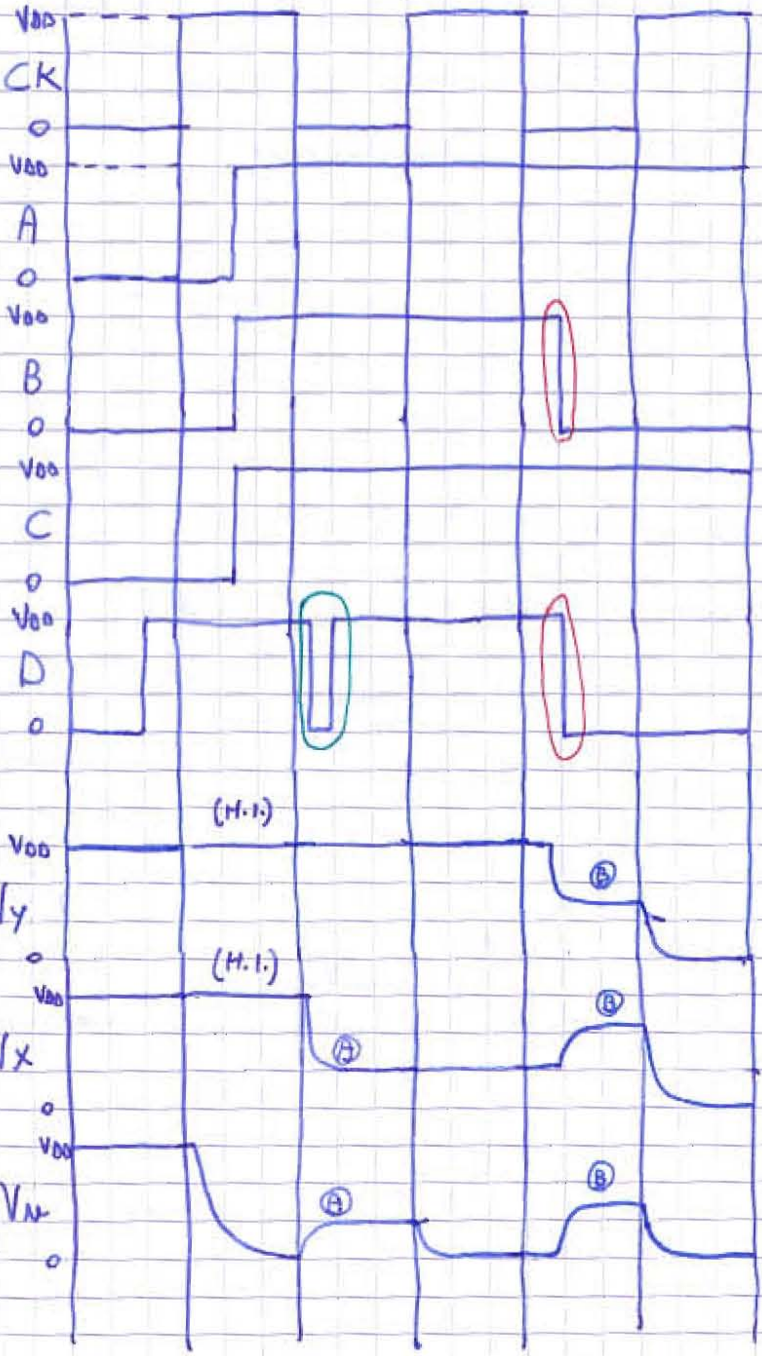
$V_{DD} = 3,3$ V

$C_u = 60$ fF

$C_x = 20$ fF

$C_y = 40$ fF

- Trovare la funzione logica del circuito.
- Calcolare i valori a cui si porta V_u dopo ogni transizione.

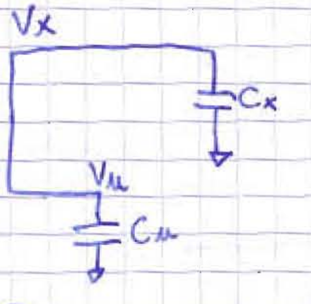


- $Z = \overline{D} \cdot \left(\overline{B} + \overline{C}\right) \cdot \overline{A}$

Mettendomi nella condizione $CK=0$.

$\overline{Z} = A + D + BC$

- Quando D va basso avrò



$Q_- = Q_+$

$Q_{x-} + Q_{u-} = Q_{x+} + Q_{u+}$

$C_x V_{x-} + C_u V_{u-} = C_x V_{x+} + C_u V_{u+}$

Ⓐ $V_{u+} = V_{x+} = \dfrac{C_x V_{x-} + C_u V_{u-}}{C_x + C_u} = \dfrac{20}{80} V_{DD} = 0,825\,V$

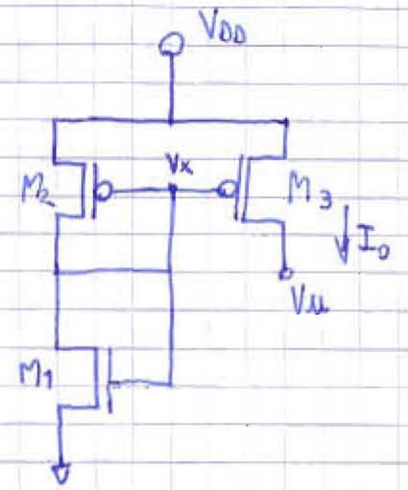
Quando D torna basso avrò

$$Q_{x-} + Q_{y-} + Q_{u-} = Q_{x+} + Q_{y+} + Q_{u+}$$

$$C_x V_{x-} + C_y V_{y-} + C_u V_{u-} = C_x V_{x+} + C_y V_{y+} + C_u V_{u+}$$

Ⓑ $$V_{u+} = V_{x+} = V_{y+} = \frac{C_x V_{x-} + C_y V_{y-} + C_u V_{u-}}{C_x + C_y + C_u} = 1{,}2375\,V$$

Esercizio 18/07/2000 n° 2



$V_{Tn} = V_{Tp} = V_T = 0{,}8\ V$

$\beta_1, \beta_2, \beta_3 = ?$ In modo che:

$0 < V_u < 4V$

$I_0 = 2mA$

$P = 15\ mW$

$V_{DD} = 5\,V$

$$P = V_{DD} I_{DD} = V_{DD}\left(I_{D2} + I_{D3}\right) = V_{DD}\left(I_{D2} + I_0\right)$$

$$I_{D2} = I_{D1} = \frac{P_D}{V_{DD}} - I_0 = \frac{15 \cdot 10^{-3}}{5} - 2 \cdot 10^{-3} = 1mA$$

Hp: M_3 LIN. $$I_{D3} = \beta_3 \left[\left(V_{DD} - V_x - V_T\right)\left(V_{DD} - V_u\right) - \left(V_{DD} - V_u\right)^2 / 2 \right] = I_0$$

Sbagliata perchè per $0 < V_u < 4V$ I_{D3} varia

M_3 SAT (non OFF altrimenti: $I_{D3} = 0 = I_0$)

$I_{D3} = \frac{\beta_3}{2}\left(V_{DD} - V_x - V_T\right)^2$ non dipende da V_u, è costante, ok.

Sono in questa situazione se $V_{SG_3} < V_{SD_3} + V_T$

$$V_{DD} - V_x < V_{DD} - V_u + V_T$$

$$V_x > V_u - V_T$$

Vu varia tra 0 e 4, i calcoli varieranno. Devo scegliere un caso!

Scelgo il caso peggiore: $V_u = 4V$, più difficile per V_x superare $V_u - V_T$.

$V_x > 4 - 0,8 = 3,2\ V$

$$\beta_3 = \frac{2 I_o}{(V_{DD}-V_X-V_T)^2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{(5-3,2-0,8)^2} = 4 mA/V^2 = \beta_3 \text{ minimo}$$

All'aumentare di $V_X > 3,2$, β_3 aumenterà.

Hp: M_2 SAT, cioè $V_{DD} - V_x > V_{DD} - V_x - V_T$ $\quad 0 > -V_T$ sempre vero

$$I_{D2} = I_{D1} = \frac{\beta}{2}(V_{DD}-V_x-V_T)^2 \Longrightarrow \beta_2 = \frac{2 I_{D2}}{(V_{DD}-V_x-V_T)^2} = 2 mA/V^2$$

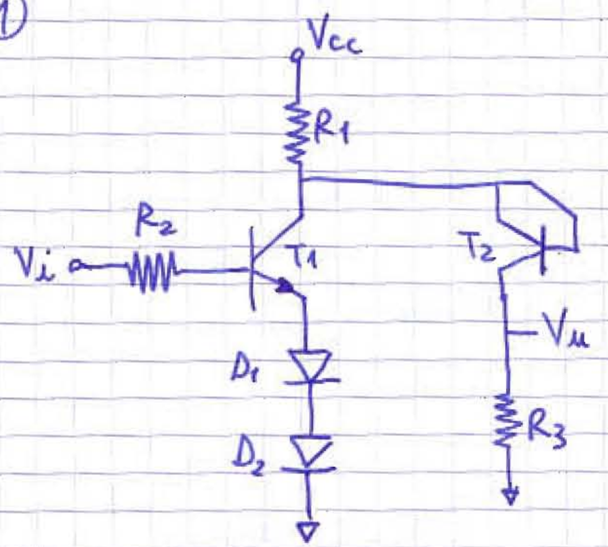
Hp: M1 SAT, cioè $V_x > V_x - V_x - V_T \Rightarrow V_x > -V_T$ sempre vero.

$$I_{D1} = \frac{\beta_1}{2}(V_x - V_T)^2 \rightarrow \beta_1 = \frac{2 I_{D1}}{(V_x-V_T)^2} = 0,347\ mA/V^2$$

22/1/10

Esame 25/6/2005

①



$V_{CC} = 5V$

$\beta = 100$

$V_\gamma = 0,75 V$

$V_{CE_{SAT}} = 0,2V$

$R_1 = 500\Omega$

$R_2 = 15K\Omega$

$R_3 = 2K\Omega$

$V_u(V_{IN}) = ?$

Siccome ho la serie di T_1, D_1 e D_2, devono essere o tutti accesi o tutti spenti.

Il primo ad accendersi sarà T_1.

OSS. T_1 ON $\Longleftrightarrow D_1, D_2$ ON

T_2 ON $\Longrightarrow T_2$ R.N. (connessione a diodo: $V_{BC} = V_{BE} - V_{CE} = 0$, ma se fosse SAT $V_{BC} = V_\gamma - V_{CE_{SAT}} \neq 0$).

② T_1 OFF, T_2 ON (Hp: se off, non avrei corrente e il circuito non funzionerebbe) $\Rightarrow T_2$ R.N.

$$V_i - R_2 \underset{\substack{0 \\ T_1\,OFF}}{\cancel{I_{B1}}} - \underbrace{V_{BE} - V_{D1} - V_{D2}}_{} = 0$$

lo vedo come un unico oggetto con $V_{\gamma_{eq}} = 3V_\gamma$

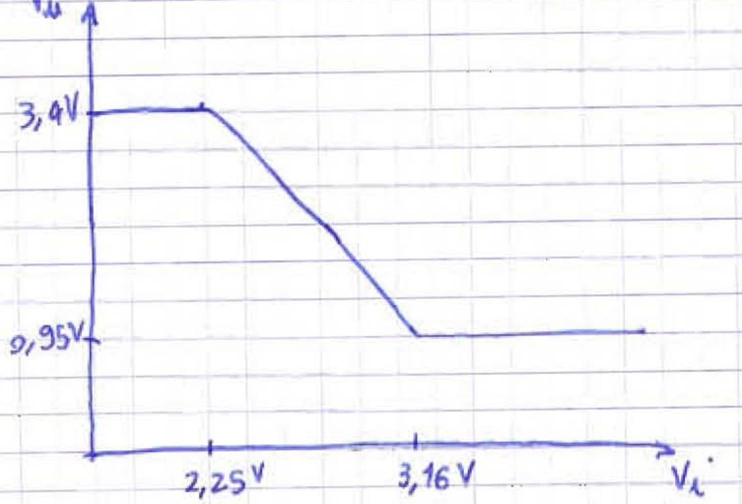
Per accendersi ha bisogno di $3V_\gamma$

Quindi sono in regione 2 se $\boxed{V_i < 3V_\gamma = 2,25V}$

$$\begin{cases} V_{CC} - R_1 I_{R1} - V_{BE_2} - R_3 I_{E_2} = 0 \\ \left.\begin{array}{l} I_{R1} = \underset{0}{\cancel{I_{C1}}} + I_{C2} + I_{B2} \\ I_{C2} + I_{B2} = I_{E_2} \end{array}\right\} I_{R1} = I_{E_2} \end{cases}$$

$$V_{CC} - R_1 I_{E_2} - V_\gamma - R_3 I_{E_2} = 0 \qquad I_{E_2} = \frac{V_{CC} - V_\gamma}{R_1 + R_3} = 1,7mA$$

$$\boxed{V_u = R_3 I_{E_2} = 3,4V}$$



ⓑ T1 ON , T2 RN
↓
R.N. (Hp)

$$\begin{cases} V_i - R_2 I_{B1} - 3V_\gamma = 0 \\ V_{CC} - R_1 (I_{C1} + I_{E_2}) - V_\gamma - R_3 I_{E_2} = 0 \\ I_{C1} = \beta_F I_{B1} \\ V_u = R_3 I_{E_2} \end{cases}$$

dalle equazioni di prima con I_C.

$$V_{CC} - R_1 \frac{V_i - 3V_\gamma}{R_2} - \left(\frac{R_1}{R_3} + 1\right) V_u - V_\gamma = 0 \rightarrow V_u = 9,4 - 2,67 V_i$$

ⓒ
· T1 SAT T2 R.N.
·· T1 R.N. T2 OFF
→ quale avviene prima?

· $V_{CE_1} > V_{CE_{SAT}}$ T1 R.N $V_{CE_1} = V_C - V_E = V_u + V_\gamma - 2V_\gamma$

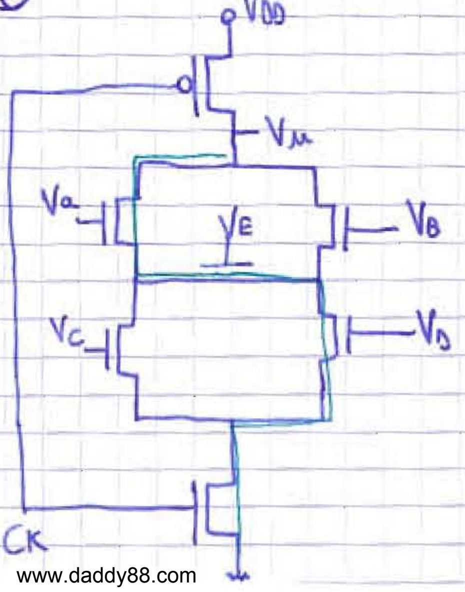
$V_u - V_\gamma > V_{CE_{SAT}} \rightarrow V_u = V_\gamma + V_{CE_{SAT}} = 0,95\,V$ $9,4 - 2,67 V_i = 0,95$ $\boxed{V_i = 3,16\,V}$

·· $V_{BE_2} < V_\gamma$ T2 OFF $\Rightarrow I_{E_2} = 0 \Rightarrow V_u = 0$

T2 resta on finchè $V_u > 0$ $9,4 - 2,67 V_i = 0$ $V_i = 3,5\,V$

T1 SAT T2 R.N. $V_i > 3,16\,V$
↓
$V_u = V_{CE_1} + V_\gamma = 0,95\,V$

②



$V_{DD} = 3,5\,V$

$V_T = 0,5\,V$

$C = 50\,fF$

Caso peggiore: $t_{FALL} = 0,5\,nS$

Caso migliore: $t_{FALL} = t_{RISE}$

Trovare funzione logica.

$\beta_n = ?$ $\beta_p = ?$

Logica P/E perché ho una parte (PD) complessa e una semplice (PU). Precarica a 1.

$$\overline{V_u} = V_A V_C + V_B V_D + V_A V_E V_D + V_B V_E V_C = V_A V_C + V_B V_D + V_E(V_A V_D + V_B V_C)$$

perché vedo quando gli ingressi portano V_u al valore basso.

$$V_u = \overline{V_A V_C + V_B V_D + V_E(V_A V_D + V_B V_C)}$$ equazione P/E (no clock)

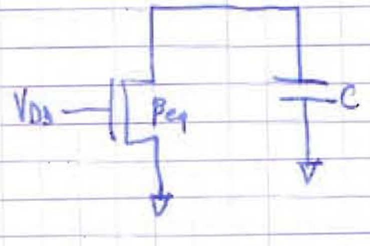
Caso peggiore: faccio più fatica a scaricare la capacità, ho meno maglie, più cose in serie e meno in parallelo.

$$\beta_{eq} = \frac{\beta_n}{4}$$

Caso migliore: invece di considerare tutto ON, V_E OFF perché essendo i MOS uguali e sottoposti alla stessa tensione $V_{DS_E} = 0$.

$$\beta_{eq} = \left(\frac{\beta}{2} + \frac{\beta}{2}\right) // \beta = \frac{\beta_n}{2}$$

Tempo di discesa



$$I_D = -I_C$$

$$I_D = -C \frac{dV_u}{dt}$$

$$\int_0^{t_{fall}} dt = \int_{90\% V_{DD}}^{10\% V_{DD}} \frac{-C}{I_D} dV_u$$

Il MOS all'inizio è saturo $V_{GS} < V_{DS} + V_T$

$V_{DD} < V_u + V_T$ $\quad V_u > V_{DD} - V_T$

$$t_{FALL} = \int_{90\% V_{DD}}^{V_{DD}-V_T} \frac{-C}{I_{DSAT}} dV_u + \int_{V_{DD}-V_T}^{10\% V_{DD}} \frac{-C}{I_{DLIN}} dV_u$$

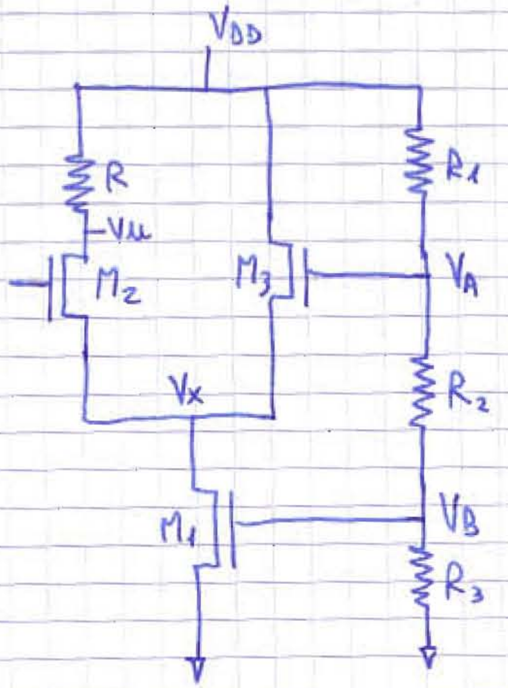
$$t_{FALL} = \int_{V_{DD}\cdot 90\%}^{V_{DD}-V_T} \frac{-C}{\frac{\beta_{eq}}{2}\left(V_{DD}-V_T\right)^2}\, dV_u - \int_{V_{DD}-V_T}^{V_{DD}\cdot 10\%} \frac{C}{\beta_{eq}\left[\left(V_{DD}-V_T\right)V_u - \frac{V_u^2}{2}\right]}\, dV_u = \frac{48\cdot 10^{-15}}{\beta_{eq}}$$

$$t_{RISE} = \frac{48\cdot 10^{-15}}{\beta_p}.$$

$$\frac{48\cdot 10^{-15}}{\beta_{eq}} = 0{,}5\, nS \Rightarrow \beta_{eq} = \frac{48\cdot 10^{-15}}{0{,}5\cdot 10^{-9}} \Rightarrow \beta_n = 4\beta_{eq} = 384\ \mu A/V^2$$

$$\frac{48\cdot 10^{-15}}{\beta_{n_{eq}}} = \frac{48\cdot 10^{-15}}{\beta_p\, eq} \Rightarrow \beta_{n_{eq}} = \beta_{p_{eq}} \qquad \beta_p = \frac{\beta_n}{2} = 192\ \mu A/V^2$$

③



$V_{DD} = 3{,}5\ V$

$V_T = 0{,}4\ V$

$\beta_1 = 3\ mA/V^2$

$\beta_2 = \beta_3 = 2\ mA/V^2$

$R = 25\ K\Omega$

$R_1 = 2{,}1\ K\Omega$

$R_2 = 3{,}8\ K\Omega$

$R_3 = 1{,}5\ K\Omega$

$V_H - V_L = ?$

$$V_A = V_{DD}\cdot \frac{R_2+R_3}{R_1+R_2+R_3} = 2{,}51\ V$$

$$V_B = V_{DD}\cdot \frac{R_3}{R_1+R_2+R_3} = 0{,}71\ V$$

ⓐ $V_u = V_H \Rightarrow$ Hp: M_2 OFF

$V_i = V_L$ ↗

$$V_u = V_{DD} - R \underset{0}{\cancel{I_{D2}}} = V_{DD} = V_H$$

M_2 OFF $\quad V_{GS} < V_T \quad V_i - V_x < V_T \quad V_i < V_x + V_T$

Hp: M_1, M_3 SAT $\quad \underbrace{V_A - V_x}_{V_{GS_3}} < \underbrace{V_{DD} - V_x}_{V_{DS_3}} + V_T \quad V_A < V_{DD} + V_T$ sempre $\Rightarrow M_3$ S

$V_B < V_x + V_T \quad V_x > V_B - V_T$

$$I_{D1} = \overset{0 \text{ OFF}}{\cancel{I_{D2}}} + I_{D3} \qquad \frac{\beta_1}{2}(V_B - V_T)^2 = \frac{\beta_3}{2}(V_A - V_x - V_T)^2 \Rightarrow V_x = \begin{cases} 2{,}48\,V \\ 1{,}73\,V \end{cases}$$

Quindi è VERO che M_1 SAT perchè $V_x > V_B - V_T$ NO

M_3 ON $\quad V_A - V_x > V_T \quad V_x < V_A + V_T = 2{,}4\,V$

M_1 SAT $\quad V_x > V_B - V_T \quad 1{,}73\,V > (0{,}71 - 0{,}4)\,V$ OK

ⓑ $V_i = V_H$ $\quad M_2$ ON $\quad$ Hp LIN

$V_u = V_L$ $\quad M_3$ SAT non può essere lineare (Hp)

M_1 SAT (Hp)

$$\begin{cases} I_{D1} = I_{D2} + I_{D3} \\ I_{D2} = I_R = \dfrac{V_{DD} - V_u}{R} \end{cases} \qquad \begin{cases} \beta_2\left[(V_i - V_x - V_T)(V_u - V_x) - \dfrac{(V_u - V_x)^2}{2}\right] + \dfrac{\beta_3}{2}(V_A - V_x - V_T)^2 = \dfrac{\beta_1}{2}(V_B - V_T)^2 \\ \beta_2\left[(V_i - V_x - V_T)(V_u - V_x) - \dfrac{(V_u - V_x)^2}{2}\right] = \dfrac{V_{DD} - V_u}{R} \end{cases}$$

V_u	V_x
4,53	1,67 → N.ACC. perchè $V_u > V_{DD}$
3,71	2,19 → N.ACC. " "
2,18	→ $V_{GS_3} = V_A - V_x < V_T$ NO perchè M_3 sarebbe OFF
1,85	→ verificato

$V_L = 1{,}85\,V \qquad$ escursione $= V_H - V_L = 3{,}5 - 1{,}85 = 1{,}65\,V$